Obciążenie substytucyjne pomiaru inflacji w Polsce i jego redukcja

Substitution bias in the measurement of inflation in Poland and its reduction

Jacek Białek[a]

Streszczenie. Wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych (CPI) jest szacowany za pomocą indeksu cen Laspeyresa. Ponieważ indeks ten używa systemu wag odzwierciedlającego strukturę wydatków konsumentów z okresu bazowego, wobec zmieniających się w czasie preferencji konsumentów jego pomiar ulega tzw. obciążeniu substytucyjnemu. W pracy zaprezentowano wyniki badania nad obciążeniem substytucyjnym pomiaru CPI w Polsce w zależności od poziomu agregacji danych. Celem pracy jest wykazanie skuteczności indeksów opartych na elastyczności substytucji dóbr w redukcji tego rodzaju obciążenia. W artykule zaproponowano nowe podejście do konstrukcji imputowanego indeksu cenowego typu CES. Badanie empiryczne potwierdziło wysoką skuteczność proponowanej metody w redukcji obciążenia substytucyjnego indeksu Laspeyresa. Wykazano również, iż poziom obciążenia substytucyjnego CPI ściśle zależy od poziomu agregacji danych inflacyjnych.
Słowa kluczowe: wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych, obciążenie substytucyjne, indeks Laspeyresa, indeks CES

Abstract. The Consumer Price Index (CPI) is estimated using the Laspeyres price index. Since this index applies a system of weights reflecting the structure of consumer expenditures in the base period, changes in consumer preferences over time give rise to so-called substitution bias in inflation measurement. The paper presents the results of a study on substitution bias in the measurement of CPI in Poland, depending on the level of data aggregation. The aim of this article is to prove the effectiveness of indices based on the elasticity of substitution between goods in reducing this type of bias. The article proposes a new approach to the construction of an imputed CES-type price index. The empirical analysis confirms the high effectiveness of the proposed method in reducing the substitution bias of the Laspeyres index. It is also shown that the magnitude of substitution bias in the CPI is closely related to the level of aggregation of inflation data.
Keywords: Consumer Price Index, substitution bias, Laspeyres index, CES index
JEL: C43, E31

[a] Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Instytut Statystyki i Demografii, Katedra Metod Statystycznych, Polska / University of Lodz, Faculty of Economics and Sociology, Institute of Statistics and Demography, Department of Statistical Methods, Poland. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0952-5327. E-mail: jacek.bialek@uni.lodz.pl.

1. Wprowadzenie

Dwie najbardziej istotne – a zarazem powszechnie wykorzystywane przez użytkowników danych statystycznych miary inflacji – to wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych (CPI, *Consumer Price Index*) oraz zharmonizowany wskaźnik cen konsumpcyjnych (HICP, *Harmonised Index of Consumer Prices*). Punktem wyjścia w badaniu cen konsumpcyjnych jest skonstruowanie koszyka reprezentantów towarów i usług, który stanowi podstawę do obliczania wskaźników CPI i HICP. Produkty ujęte w koszyku odpowiadają najniższemu szczeblowi agregacji klasyfikacji spożycia indywidualnego według celu (COICOP), opracowanej przez ONZ i zaadaptowanej na potrzeby HICP przez Eurostat jako COICOP/HICP (ECOICOP).

Do 2013 r. Główny Urząd Statystyczny stosował 4-cyfrową klasyfikację COICOP, obejmującą podział na działy, grupy i klasy. W kolejnych latach klasyfikacja została uszczegółowiona – do 4., a w wybranych obszarach do 5. szczebla agregacji – w związku z wdrożeniem przez Eurostat pięciocyfrowej Europejskiej Klasyfikacji Spożycia Indywidualnego według Celu (ECOICOP).

Kolejnym etapem rozwoju systemu klasyfikacyjnego było wdrożenie COICOP 2018, znanej również jako ECOICOP w wersji 2, która od danych publikowanych za 2026 r. stanowi obowiązującą podstawę obliczania wskaźników CPI i HICP w Polsce. Nowa klasyfikacja wprowadza spójną, hierarchiczną strukturę obejmującą 15 działów, 63 grupy, 186 klas oraz 338 podklas, a jej celem jest lepsze odzwierciedlenie współczesnych wzorców konsumpcji gospodarstw domowych (na potrzeby szacowania inflacji wykorzystuje się 13 działów). Zmiany obejmują m.in. przebudowę zakresów niektórych działów, wyraźniejsze rozdzielenie towarów i usług, wyodrębnienie nowych kategorii związanych z usługami naprawczymi, konserwacją czy wynajmem, a także podział dotychczasowego działu 12 na dwa odrębne działy (12 i 13).

Najniższym poziomem klasyfikacji ECOICOP, dla którego możliwe jest ustalenie wydatków gospodarstw domowych na zakup produktów konsumpcyjnych, jest tzw. *grupa elementarna*. Krajowe urzędy statystyczne mogą – w zależności od dostępności danych – stosować poziom niższy niż standardowa podklasa (5 cyfr), jeśli jest to uzasadnione potrzebami analitycznymi i statystycznymi. Do każdej grupy elementarnej dobierane są tzw. *reprezentanty,* czyli konkretne produkty lub usługi obserwowane w badaniu cen. Przykładowo, w ramach klasy 01.1.1 ECOICOP – *pieczywo i produkty zbożowe*, w GUS wyodrębniono podklasę *ryż* (01.1.1.1), dla

której reprezentantami są m.in. *ryż biały* oraz *ryż długoziarnisty*. Badanie cen towarów i usług konsumpcyjnych prowadzone przez GUS w 2024 r. obejmowało około 1400 reprezentantów stanowiących 340 grup elementarnych.

W ramach tzw. tradycyjnej metody pozyskiwania danych ankieterzy zbierają informacje o cenach oraz cechach reprezentantów w punktach sprzedaży wytypowanych do badania, zlokalizowanych w tzw. rejonach notowań. Oprócz korzystania z ankieterów, GUS kolekcjonuje też ceny dzięki centralnym notowaniom cen (dane bezpośrednio od sprzedawców) oraz notując ceny dostępne w Internecie. W Polsce funkcjonuje 207 rejonów notowań, a ankieterzy odwiedzają około 35 tys. punktów sprzedaży. Po zebraniu i weryfikacji danych, wprowadzeniu ewentualnych korekt oraz zatwierdzeniu zbioru, obliczana jest dla każdego reprezentanta relacja ceny z miesiąca badanego do ceny z miesiąca poprzedniego. Wskaźniki cen dla grup elementarnych wyznaczane są jako średnie geometryczne ze wskaźników cen produktów-reprezentantów. Agregacja na wyższe szczeble klasyfikacji ECOICOP odbywa się z wykorzystaniem wag, które odzwierciedlają relatywny udział poszczególnych grup dóbr i usług w całkowitych wydatkach konsumpcyjnych gospodarstw domowych. Wagi te są możliwe do ustalenia dzięki *Badaniu Budżetów Gospodarstw Domowych* (BBGD), którego celem jest pozyskiwanie informacji o poziomie i strukturze dochodów oraz wydatków konsumpcyjnych gospodarstw domowych, a także o warunkach życia ludności. Badanie ma charakter ciągły i prowadzone jest corocznie na reprezentatywnej, losowej próbie około 30 tys. gospodarstw domowych zamieszkujących terytorium Polski. Próba dobierana jest w schemacie losowania warstwowego, z zapewnieniem reprezentatywności według województw, typu miejscowości oraz cech społeczno-ekonomicznych gospodarstw.

Wskaźniki CPI i HICP są wskaźnikami typu Laspeyresa (Eurostat, 2018; International Monetary Fund i in., 2020). Indeks Laspeyresa (1871) jest ważonym indeksem agregatowym, przy czym stosowany tu system wag opiera się na poziomie konsumpcji z okresu bazowego. Przykładowo, przy szacowaniu inflacji dla okresu grudzień 2023 (okres bazowy) – grudzień 2024 (okres bieżący) zastosowany zostanie system wag oparty na danych pochodzących z Badania Budżetów Gospodarstw Domowych za 2023 r., ponieważ dane dotyczące wydatków gospodarstw domowych za okres bieżący nie są jeszcze dostępne w momencie obliczania wskaźnika. Ponieważ wzorce konsumpcyjne podlegają zmianom w czasie, to brak uwzględnienia poziomu bieżącej konsumpcji (wydatków) konsumentów w formule Laspeyresa powoduje obciążenie pomiaru inflacji i w literaturze przedmiotu (International Labour Office i in., 2004) funkcjonuje jako *obciążenie substytucyjne* (*commodity substitution bias).* Obciążenie to może być znaczne i w skali roku przekroczyć kilka dziesiątych części punktu procentowego

(Boskin i in., 1996; Crawford, 1998). W Polsce, podobnie jak i na świecie, brakuje aktualnych prac nad skalą tego obciążenia. Zgodnie z wiedzą autora tego artykułu, ostatnie prace dotyczące obciążenia substytucyjnego CPI w Polsce to artykuły: Białek (2014a), Białek (2014b), Hałka i Leszczyńska (2011) czy Hałka i Leszczyńska-Paczesna (2023).

Celem empirycznym artykułu jest pogłębienie badania nad obciążeniem substytucyjnym pomiaru CPI w Polsce poprzez uwzględnienie szerszego i bardziej aktualnego okna czasowego analizy oraz dokonanie jego pomiaru na różnych poziomach agregacji danych (a nie tylko, jak dotychczas, na poziomie COICOP 2). Celem metodologicznym pracy jest również wykazanie skuteczności indeksów opartych na elastyczności substytucji dóbr w redukcji tego rodzaju obciążenia CPI, a w szczególności propozycja nowej metody (CESF) i ocena jej skuteczności.

W artykule zaproponowano nowe podejście do konstrukcji indeksu cenowego typu CES (*Constant Elasticity of Substitution*), które stanowi wariant metody imputacyjnej (*CES-imputation method*). Badanie empiryczne potwierdziło wysoką skuteczność proponowanej metody w redukcji obciążenia substytucyjnego indeksu Laspeyresa, choć porównywalną do skuteczności indeksu Lloyda-Moultona. Wykazano również, iż poziom obciążenia substytucyjnego CPI ściśle zależy od poziomu agregacji danych inflacyjnych.

2. Metoda badania

W badaniu wykorzystano dane publikowane przez GUS dla lat 2015–2025, choć wyniki prezentowane w tablicach dotyczą lat 2016–2024. Wynika to z faktu, iż indeksy cen wyznaczane na koniec grudnia 2016 roku korzystały z danych o cenach z grudnia 2015 roku i wyników badania BBGD za rok 2015. Z kolei wyznaczenie indeksów Paaschego i Fishera dla okresu grudzień 2024 r. – grudzień 2023 wymagało znajomości systemu wag obowiązującego dla roku 2024, a dostępnego w GUS dopiero w marcu 2025. W badaniu uwzględniono następujące poziomy agregacji danych COICOP: dwucyfrowy poziom (COICOP 2) zawierający 12 działów na jakie podzielone są dobra i usługi z koszyka inflacyjnego; trzycyfrowy poziom (COICOP 3) składający się z 44 grup dóbr i usług; czterocyfrowy poziom (COICOP 4) zawierający 111 klas oraz pięciocyfrowy poziom (COICOP 5), w którym uwzględniono (po eliminacji braków danych) 297 grup elementarnych produktów. Należy raz jeszcze podkreślić, iż z uwagi na okres badawczy uwzględniono tu klasyfikację COICOP 1999, natomiast od 2026 roku obowiązuje już COICOP 2018, gdzie liczba działów wynosi 13.

2.1. Indeksy superlatywne, indeks cen Laspeyresa i obciążenie substytucyjne CPI

Przed formalnym zdefiniowaniem obciążenia substytucyjnego CPI należy wprowadzić niezbędne oznaczenia związane z obserwowanym okresem bazowym 0 i okresem bieżącym (badanym) t. Oznaczmy zatem przez $P = [p_1^\tau, p_2^\tau, ..., p_N^\tau]^T$ wektor cen N składników koszyka inflacyjnego oraz przez $Q = [q_1^\tau, q_2^\tau, ..., q_N^\tau]^T$ wektor konsumowanych ilości tych dóbr w okresie $\tau \in \{0, t\}$. Niech $C(P, \overline{u}) = \min_Q \{P^T Q | U(Q) \geq \overline{u}\}$ będzie funkcją wydatków (kosztów) konsumenta dla pewnej funkcji użyteczności $U(Q)$ i ustalonego, referencyjnego poziomu jej wartości $\overline{u}$ (a zatem $C(P, \overline{u})$ to minimalny nakład konsumenta aby osiągnąć referencyjny pułap wartości jego funkcji użyteczności). Przy wprowadzonych oznaczeniach indeks Konüsa (1924) kosztów utrzymania ma postać:

$$P_K^{0,t} = \frac{C(P^t, \overline{u})}{C(P^0, \overline{u})}. \tag{1}$$

Indeks kosztów utrzymania (COLI, *Cost of Living Index*) $P_K^{0,t}$ charakteryzuje się tym, iż uwzględnia zmiany ilości w koszyku dóbr i usług determinowane zmianami cen. Z założenia, CPI powinno być przybliżeniem COLI (International Labour Office i in., 2004). Tymczasem indeks CPI, zgodny z formułą Laspeyresa, analizuje zmiany cen w koszyku dóbr, ale przy ustalonych ilościach z okresu bazowego. Indeks cen Laspeyresa ma następującą postać:

$$P_L^{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i^0 p_i^t}{\sum_{i=1}^{N} q_i^0 p_i^0}. \tag{2}$$

Przy założeniu, iż wektor ilości $Q^t = [q_1^t, q_2^t, ..., q_N^t]^T$ realizuje zadanie minimalizacyjne związane z funkcją wydatków, można pokazać (Diewert, 1993), że $P_K^{0,t} \leq P_L^{0,t}$. A zatem różnica $P_L^{0,t} - P_K^{0,t}$ określa obciążenie indeksu CPI z tytułu substytucji dóbr. Wielu ekonomistów za najlepszą aproksymację indeksu $P_K^{0,t}$ uznaje *indeksy superlatywne* (International Labour Office i in., 2004; White, 1999). Precyzyjne wyjaśnienie idei indeksów

superlatywnych wykracza poza ramy tego artykułu, przy czym zainteresowanego tym czytelnika odsyłamy do pracy Diewert (1976). Nadmieńmy jednak, iż indeksy superlatywne nie wymagają znajomości postaci funkcji użyteczności konsumenta aby móc dokładnie przybliżać indeks Konüsa (International Labour Office i in., 2004). Z tego względu za wystarczająco dobre oszacowanie obciążenia substytucyjnego CPI uważa się różnicę $P_L^{0,t} - P_S^{0,t}$, gdzie $P_S^{0,t}$ jest ustalonym indeksem superlatywnym (Hałka i Leszczyńska, 2011). Najbardziej znanymi i najczęściej stosowanymi indeksami superlatywnymi są indeksy Fishera (1922), Törnqvista (1936) i Walsha (1901), które wyrazić można odpowiednio formułami:

$$P_F^{0,t} = \sqrt{P_L^{0,t} P_P^{0,t}}, \tag{3}$$

$$P_T^{0,t} = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^{\frac{w_i^0 + w_i^t}{2}}, \tag{4}$$

$$P_W^{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_i^t \cdot \sqrt{q_i^0 q_i^t}}{\sum_{i=1}^{N} p_i^0 \cdot \sqrt{q_i^0 q_i^t}}, \tag{5}$$

gdzie $P_P^{0,t}$ wyraża cenowy indeks Paaschego (1874), natomiast symbole w_i^0 i w_i^t oznaczają relatywny udział wydatków poniesionych na konsumpcję i-tego składnika koszyka inflacyjnego odpowiednio w okresie bazowym i bieżącym. Udziały te dla okresu $\tau \in \{0,t\}$ można wyznaczyć następująco:

$$w_i^\tau = \frac{p_i^\tau q_i^\tau}{\sum_{j=1}^{N} p_j^\tau q_j^\tau} \tag{6}$$

i to właśnie one są dostarczane przez Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych. Innymi słowy, BBGD dostarcza użytkownikom raczej wiedzy o wydatkach konsumentów na dane dobro (tym samym wiedzy o ich udziale w całkowitych wydatkach związanych z koszykiem inflacyjnym) aniżeli o nominalnych wartościach ilości zakupionych dóbr i usług. Ściślej, wydatki konsumentów są dostępne dla wszystkich grup dóbr i usług objętych BBGD,

tymczasem informacje o zakupionych ilościach są niedostępne dla niektórych kategorii (zwłaszcza tam, gdzie nie ma przyjętej jednostki dla zakupu - np. w przypadku usług edukacyjnych, opieki zdrowotnej, usług kosmetycznych, etc.). Z tego powodu formuła Walsha jest niepraktyczna w kontekście tradycyjnej kolekcji danych, natomiast formuła Fishera staje się praktyczna, jeśli wyrazimy indeks Laspeyresa i Paaschego odpowiednio za pomocą ważonej średniej arytmetycznej i harmonicznej z cenowych indeksów cząstkowych, tj.:

$$P_L^{0,t} = \sum_{i=1}^{N} w_i^0 \frac{p_i^t}{p_i^0}, \tag{7}$$

$$P_P^{0,t} = (\sum_{i=1}^{N} w_i^t \frac{p_i^0}{p_i^t})^{-1}.$$

W dalszej części pracy ograniczymy rozważania nad indeksami superlatywnymi jedynie do indeksu Fishera.

2.2. Indeksy cen zakładające stałą elastyczność substytucji dóbr

Ciekawym pomysłem na dokładne przybliżenie indeksu COLI przy jednoczesnym wykorzystaniu wag pochodzących jedynie z okresu bazowego jest indeks Lloyda-Moultona (Lloyd, 1975; Moulton, 1996), nazywany też indeksem CES:

$$P_{LM}^{0,t} = (\sum_{i=1}^{N} w_i^0 (\frac{p_i^t}{p_i^0})^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}, \tag{8}$$

gdzie parametr σ oznacza *elastyczność substytucji* i jest dodatnią liczbą rzeczywistą.

Elastyczność substytucji pomiędzy dwoma dobrami mierzy procentową reakcję względnej krańcowej użyteczności tych dóbr na procentową zmianę relacji ich ilości (Saito, 2012). Można wykazać (Lloyd, 1975; Moulton, 1996), że przy założeniu o racjonalnych konsumentach minimalizujących koszty zakupu koszyka inflacyjnego, indeks $P_{LM}^{0,t}$ jest *indeksem dokładnym* dla preferencji o stałej elastyczności substytucji (*Constant Elasticity of Substitution*, CES) (Arrow i in., 1961). Odpowiednie oszacowanie elastyczności substytucji zapewnia, że indeks Lloyda–Moultona stanowi wiarygodne przybliżenie indeksu kosztów utrzymania oraz

przyjmuje wartości zbliżone do superlatywnych indeksów Fishera i Törnqvista (Białek, 2017; Białek i in., 2024; de Haan i in., 2010; International Labour Office i in., 2004). De Haan i in. (2010) zwracają jednak uwagę, że elastyczność substytucji jest estymowana dla każdej pary porównywanych okresów i nie musi być stała w czasie**.** Co więcej, indeks Lloyda-Moultona ma charakter retrospektywny, tzn. wymaga danych o poziomie konsumpcji z okresu bieżącego t w celu wyznaczenia elastyczności substytucji. Aby więc w praktyce mógł ewentualnie zastąpić indeks Laspeyresa, urząd statystyczny musiałby albo prognozować bieżącą wartość parametru σ w oparciu o szereg czasowy jego historycznych wartości, albo – co zastosujemy w naszym badaniu – przyjąć za bieżącą jego wartość oszacowanie elastyczności substytucji dla roku bezpośrednio poprzedzającego rok bieżący (zakładając, że preferencje konsumentów nie zdążyły się jeszcze na tyle mocno zmienić w ciągu jednego roku, aby znacząco wpłynąć na ogólny poziom elastyczności substytucji). Dla odróżnienia, będziemy takie oszacowanie elastyczności substytucji oznaczali jako σ_*, a odpowiadający temu oszacowaniu indeks Lloyda-Moultona jako $P_{LM*}^{0,t}$. Dodajmy, iż oszacowania elastyczności substytucji dokonano w pracy za pomocą jednej z tzw. *metod algebraicznych* (Białek i in., 2024), a ściślej – rozwiązując numerycznie równanie z niewiadomą w postaci elastyczności substytucji: $P_{LM*}^{0,t}(\sigma_*) - P_F^{0,t} = 0$. Dodajmy również, iż model CES zakłada stałą elastyczność substytucji w badanym okresie, co z uwagi na zmieniające się w czasie preferencje konsumentów, bywa często poddawane krytyce. Czytelnika, zainteresowanego szerszym spojrzeniem na trudności pomiaru inflacji czy pomiaru zmian kosztów utrzymania (z wykorzystaniem modeli CES) wynikające ze zmian preferencji konsumentów, odsyłamy np. do prac Martina (2020, 2022). Przeprowadzane badania wyraźnie wskazują, iż w okresie dużych zmian wzorców konsumpcji (np. podczas pandemii), mierzone CPI może znacząco zawyżać lub zaniżać inflację (Hałka i Leszczyńska-Paczesna, 2023).

Jest jednak jeszcze jedna możliwość wykorzystania modelu CES w celu oszacowania indeksu superlatywnego teoretycznie lepiej aniżeli czyni to indeks Laspeyresa „standardowo" używany przy pomiarze CPI. Przy założeniu CES można bowiem oszacować poziom bieżącej konsumpcji zgodnie z następującym wzorem (Deaton i Muellbauer, 1980):

$$\hat{w}_{CES,i}^{t} = \frac{w_i^0 \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^{1-\sigma_*}}{\sum_{j=1}^{N} w_j^0 \left(\frac{p_j^t}{p_j^0}\right)^{1-\sigma_*}}, \tag{9}$$

a następnie wyznaczyć prospektywne oszacowania indeksów Fishera i Törnqvista jako

$$P_{CES-F}^{0,t} = \left(\sum_{i=1}^{N} w_i^0 \frac{p_i^t}{p_i^0} \times \left(\sum_{i=1}^{N} \hat{w}_{CES,i}^t \frac{p_i^0}{p_i^t}\right)^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{10}$$

$$P_{CES-T}^{0,t} = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i^t}{p_i^0}\right)^{\frac{w_i^0 + \hat{w}_{CES,i}^t}{2}}. \tag{11}$$

Należy zaznaczyć, iż o ile formuła wyznaczania wag (9) w modelu CES jest znana w literaturze przedmiotu (Deaton i Muellbauer, 1980), o tyle propozycje retrospektywnych indeksów Fishera (10) i Törnqvista (11) są autorskie i nie były dotychczas wykorzystywane do retrospektywnego szacowania poziomu CPI.

Zaproponowane indeksy (10) i (11), a także omówiony powyżej indeks Lloyda-Moultona zostały wykorzystane w badaniu empirycznym do redukcji obciążenia substytucyjnego i okazały się być wysoce efektywne w tym zakresie (por. Sekcja 3).

3. Wyniki badania empirycznego

Celem przeprowadzonego badania empirycznego było: (1) ustalenie skali obciążenia substytucyjnego CPI w Polsce dla lat 2016-2024 i dla różnych poziomów agregacji danych oraz (2) ocena efektywności metod indeksowych opartych na modelu CES przy redukcji tego obciążenia.

Dla poziomu COICOP 2 wyznaczono indeksy cen (tabl. 1): Laspeyresa (oznaczonego subskryptem „L"), Paaschego („P"), Fishera („F"), Lloyda-Moultona („LM") oraz indeks CES-F opisany wzorem (10) i oznaczony tu jako „CESF". W tabl. 1 zaprezentowano ponadto wartość elastyczności substytucji wyznaczoną dla roku poprzedniego („Sigma*"), poziom obciążenia substytucyjnego $P_L^{t-1,t} - P_F^{t-1,t}$ („L-F") oraz jego zredukowane poziomy $P_L^{t-1,t} - P_{LM*}^{t-1,t}$ („L-LM") oraz $P_L^{t-1,t} - P_{CES-F}^{t-1,t}$ („L-CESF"). Należy uzupełniająco dodać, iż elastyczność substytucji była szacowana w oparciu o jedną z tzw. metod algebraicznych (Białek i in., 2024) polegającą na numerycznym aproksymowaniu indeksu Fishera za pomocą indeksu Lloyda-Moultona. Całość niezbędnych obliczeń wykonano w środowisku R, przy czym elastyczność substytucji oraz

indeksy CES były szacowane za pomocą pakietu *PriceIndices* (2022) z wykorzystaniem funkcji *elasticity()* oraz *lloyd-moulton().*

Tabl. 2 zawiera wartości obciążenia substytucyjnego CPI („L-LM") i jego zredukowanych wartości („L-LM" i „L-CESF") dla lat 2016 – 2024 i dla dodatkowych, niższych poziomów agregacji danych inflacyjnych (COICOP 3, COICOP 4 i COICOP 5). Wizualizację tych szeregów czasowych podsumowuje wykr. 1. Z kolei tabl. 3 prezentuje średnią wartość bezwzględnych różnic $P_L^{t-1,t} - P_F^{t-1,t}$, $P_L^{t-1,t} - P_{LM*}^{t-1,t}$ i $P_L^{t-1,t} - P_{CES-F}^{t-1,t}$ dla wszystkich uwzględnionych w badaniu poziomów agregacji danych.

Tabl. 1. Wybrane indeksy cenowe (grudzień poprzedniego roku =100), elastyczność substytucji dla roku poprzedniego i wartość obciążenia substytucyjnego CPI (*p.p*): COICOP 2

Lata	L	P	F	Sigma*	LM	CESF	L-F	L-LM	L-CESF
2016	100,8566	100,7939	100,8252	0,9131	100,8361	100,8360	0,0314	0,0109	0,0108
2017	102,0644	102,0241	102,0443	0,2539	102,0562	102,0561	0,0201	0,0119	0,0118
2018	101,0866	101,1452	101,1159	0,4105	101,0767	101,0766	-0,0293	-0,0392	-0,0393
2019	103,3560	103,3316	103,3438	0,2051	103,3496	103,3496	0,0122	0,0058	0,0058
2020	102,3936	102,3353	102,3645	0,0635	102,3887	102,3887	0,0291	0,0242	0,0242
2021	108,6017	108,4549	108,5283	0,1001	108,5894	108,5895	0,0734	0,0611	0,0612
2022	116,5178	116,3833	116,4505	0,3467	116,4694	116,4691	0,0673	0,0189	0,0186
2023	106,1574	106,1490	106,1532	0,3394	106,1378	106,1376	0,0042	-0,0154	-0,0156
2024	104,6822	104,3418	104,5119	0,4541	104,6490	104,6489	0,1703	0,1371	0,1370

Źródło: opracowanie własne na podstawie Dziedzinowych Baz Wiedzy (DBW) Głównego Urzędu Statystycznego (https://dbw.stat.gov.pl).

Tabl. 2. Obciążenie substytucyjne CPI i jego redukcja dla różnych poziomów COICOP (*p.p*)

	COICOP 3			COICOP 4			COICOP 5		
Lata	L-F	L-LM	L-CESF	L-F	L-LM	L-CESF	L-F	L-LM	L-CESF
2016	0,0662	0,0277	0,0277	0,0602	0,0383	0,0382	-0,1808	0,3098	0,3098
2017	0,0254	0,0206	0,0206	0,0398	0,0319	0,0319	0,0226	0,0607	0,0610
2018	0,0351	0,0176	0,0175	0,0774	0,0542	0,0541	0,0754	0,1055	0,1055
2019	0,0314	0,0181	0,0180	0,0715	0,0608	0,0609	0,0568	0,0554	0,0555
2020	0,0443	0,0347	0,0347	0,0989	0,0849	0,0849	0,0924	0,1534	0,1531
2021	0,0640	0,0389	0,0393	0,0529	0,0126	0,0137	0,1445	0,1271	0,1276
2022	0,1002	0,0178	0,0179	0,2161	0,0494	0,0576	0,2786	0,1125	0,1219
2023	0,0317	0,0054	0,0051	0,1484	0,0480	0,0456	0,2674	0,1390	0,1338
2024	0,2592	0,1991	0,1984	0,3508	0,2642	0,2635	0,3315	0,2177	0,2160

Źródło: opracowanie własne na podstawie DBW GUS (https://dbw.stat.gov.pl).

Tabl. 3. Średni moduł obciążenia substytucyjnego CPI dla lat 2016-2024 i dla różnych poziomów COICOP (*p.p*)

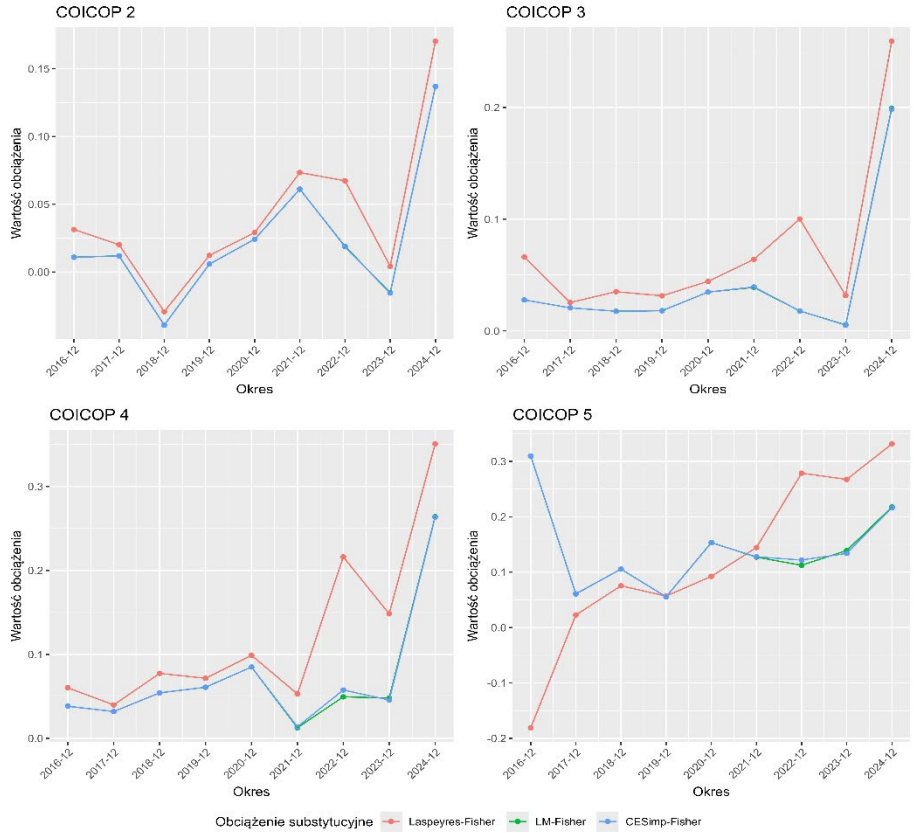
Rodzaj obciążenia substytucyjnego	Poziom agregacji danych			
	COICOP 2	COICOP 3	COICOP 4	COICOP 5
L-F	0,0486	0,0730	0,1240	0,1611
L-LM	0,0360	0,0422	0,0715	0,1423
L-CESF	0,0360	0,0421	0,0722	0,1426

Źródło: opracowanie własne na podstawie DBW GUS (https://dbw.stat.gov.pl).

Na podstawie wyników prezentowanych w tabl. 2 i tabl. 3 możemy wnioskować, iż obciążenie substytucyjne CPI ściśle zależy od poziomu agregacji danych. Im niższy poziom agregacji (wyższy poziom COICOP), tym większe jest obciążenie substytucyjne pomiaru

inflacji. W szczególności, na pięciocyfrowym poziomie COICOP, na koniec roku 2024 obciążenie to wynosiło aż 0,33 punktu procentowego, a w dwóch poprzednich latach przekraczało 0,26 punktu procentowego. Generalnie, obciążenie substytucyjne – mierzone jako różnica pomiędzy wartością indeksu Laspeyresa i Fishera – okazuje się dodatnie (wyjątek stanowi tutaj rok 2018 dla poziomu COICOP 2 i rok 2016 dla poziomu COICOP 5). Przeszacowywanie inflacji przy zastosowaniu indeksu Laspeyresa jest w literaturze przedmiotu faktem powszechnie znanym (International Labour Office i in., 2004), ale gdy konsumenci reagują nietypowo na zmiany cen (i korelacja zmian cen i ilości jest dodatnia) wówczas indeks Laspeyresa może inflację zaniżać. Zauważmy, iż rok 2016 był nietypowy w Polsce z powodu deflacji (tania ropa naftowa, niskie ceny energii i żywności) i impuls socjalny (start programu Rodzina 500+), a nietypowość roku 2018 spowodowana była rekordowym poziomem konsumpcji (relatywnie więcej wydatków na usługi, turystykę i gastronomię i bardzo duży wzrost sprzedaży detalicznej).

Wykr. 1. Obciążenie substytucyjne CPI i jego redukcja dla różnych poziomów COICOP



Źródło: opracowanie własne na podstawie DBW GUS (https://dbw.stat.gov.pl).

Analizując wykr. 1, wnioskujemy, iż po pierwsze – obciążenie substytucyjne indeksu Laspeyresa (czerwona krzywa) jest niemal zawsze większe od obciążenia substytucyjnego redukowanego przy użyciu indeksu Lloyda-Moultona i podejścia CES-F, po drugie, wartości

$P_L^{t-1,t} - P_{LM*}^{t-1,t}$ i $P_L^{t-1,t} - P_{CES-F}^{t-1,t}$ są właściwie wizualnie nieodróżnialne (indeksy CES i CES-F generują bowiem bardzo zbliżone wyniki). Pewną nietypowość obserwujemy dla poziomu agregacji COICOP 5 zastosowanego dla okresu grudzień 2015 – grudzień 2016. Obserwujemy wówczas ujemne obciążenie substytucyjne indeksu Laspeyresa (-0,18 punktu procentowego, por. tabl. 2) i jednocześnie dość spore i dodatnie obciążenie substytucyjne indeksów Lloyda-Moultona i CES-F. Zaznaczmy, iż ujemne obciążenie substytucyjne rozważanego indeksu cenowego oznacza w praktyce jego niedoszacowanie rzeczywistego poziomu inflacji, podczas gdy dodatnie obciążenie będzie się wiązało z przeszacowaniem inflacji. Zauważmy na koniec, iż uśredniając wyniki dla lat 2016-2024 możemy stwierdzić, iż zastosowanie indeksów opartych na elastyczności substytucji powoduje obniżenie obciążenie substytucyjnego CPI bez względu na zastosowany poziom agregacji danych (patrz tabl. 3). Najbardziej zauważalna przeciętna redukcja tego obciążenia obserwowana jest na poziomie agregacji danych COICOP 3 i COICOP 4 (tabl. 3).

4. Dyskusja i podsumowanie

Niniejszy artykuł aktualizuje wiedzę na temat skali obciążenia substytucyjnego w Polsce i możliwości jego redukcji. Po pierwsze dotyczy lat 2016–2024, po drugie uwzględnia różne poziomy agregacji danych COICOP. W artykule wykazano, iż proponowane podejście do redukcji tego obciążenia (indeks CES-F), skutecznie zmniejsza jego wartość i czyni to nie gorzej niż znany z literatury przedmiotu indeks Lloyda-Moultona. Warto podkreślić, iż autor badania zastosował bardzo praktyczne podejście przy stosowaniu indeksów CES, mianowicie wykorzystał wartość elastyczności substytucji wyznaczoną dla poprzedniego roku w stosunku do roku badanego (wartość elastyczności substytucji dla bieżącego roku jest nieznana ponieważ nieznane są jeszcze wyniki badania BBGD). Daje to urzędom statystycznym realne narzędzie do lepszego szacowania inflacji aniżeli za pomocą „klasycznego" indeksu cen Laspeyresa.

Szczęśliwie dla pomiaru inflacji w Polsce, poziom obciążenia substytucyjnego CPI jest relatywnie niski na wyższych poziomach agregacji danych, w szczególności na publikowanym poziomie COICOP 2. Wpisuje się to w wyniki uzyskiwane już wcześniej (Białek, 2014a, 2014b; Hałka i Leszczyńska, 2011). Prawdopodobną przyczyną tego stanu rzeczy jest stosunkowo częsta aktualizacja koszyka inflacyjnego w Polsce i coroczne przeprowadzanie BBGD na relatywnie dużą skalę. Należy mieć na uwadze, iż BBGD jest badaniem

czasochłonnym i kosztochłonnym i większość państw świata przeprowadza je znacznie rzadziej niż w Polsce (np. kraje takie jak Niemcy, Portugalia czy Francja realizują to badanie co 5 lat).

Niepokojące jest jednak to, iż poziom obciążenia substytucyjnego indeksu Laspeyresa jest wymierny dla niższych poziomów agregacji danych (COICOP 4 i COICOP 5). Być może warto byłoby zatem w przyszłości rozważyć zastosowanie indeksów typu CES już na tych niższych szczeblach agregacji, tak aby wspinając się po drabince agregacyjnej COICOP 5 -> COICOP 4 -> COICOP 3 -> COICOP 2 finalnie produkować najmniej obciążony wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych (CPI). Jak wykazano, indeksy typu CES (indeks Lloyda-Moultona, indeks CES-F) skutecznie i w podobny sposób redukują skalę obciążenia substytucyjnego CPI w Polsce, w dodatku czynią to bez względu na poziom agregacji danych.

Należy dodać, iż błąd pomiaru CPI rzędu 0,2-0,3 punktu procentowego, choć może się wydawać stosunkowo niewielki z punktu widzenia statystyki publicznej, może mieć istotne znaczenie praktyczne. Z perspektywy ekonometrii, takie odchylenie mieści się w typowym zakresie niedoskonałości pomiaru inflacji, wynikających np. z błędów specyfikacji modelu lub zmian w strukturze konsumpcji (Martin, 2020, 2022). Jednocześnie z punktu widzenia polityki pieniężnej i instrumentów banków centralnych, obciążenie substytucyjne tej wielkości stanowi około 10% celu inflacyjnego NBP (2,5%), co może wpływać na interpretację poziomu inflacji i prognozy makroekonomiczne. W praktyce może ono nie przesądzać o pojedynczej decyzji o stopach procentowych, ale przy długotrwałym utrzymywaniu się obciążenia CPI, może już wpływać na dokładność polityki monetarnej oraz indeksacji płac, emerytur i rent (Hałka i Leszczyńska-Paczesna, 2023).

Na koniec warto podkreślić, iż problemy pomiaru inflacji, o jakich mowa w artykule, dotyczą tzw. tradycyjnej kolekcji danych inflacyjnych (ankieterzy w terenie + BBGD), gdzie ograniczenia praktyczne wymuszają niejako stosowanie indeksu cenowego typu Laspeyresa. Tymczasem światowe urzędy statystyczne, w tym GUS, coraz częściej wspomagają liczenie CPI i/lub HICP wykorzystując alternatywne źródła danych (np. dane skanowane, pochodzące z elektronicznych terminali sieci handlowych). W przypadku danych skanowanych, wiedza o poziomie konsumpcji (wartość obrotu sprzedaży) jest dostępna dla bieżącego okresu i tym samym mamy tu właściwie dowolność przy wyborze indeksu cenowego (Białek, 2020). W metodologii dotyczącej danych skanowanych w pomiarze inflacji, pomiar obciążenia substytucyjnego jest – technicznie ujmując – zupełnie inny, co wynika po pierwsze z dużej rotacji produktów skanowanych, a po drugie – wiąże się z wykorzystaniem tzw. indeksów multilateralnych (Diewert i Fox, 2018). Wątek ten wykracza jednak poza obszar tematyczny tego artykułu.

Bibliografia

Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., Solow, R. M. (1961). Capital-labor substitution and economic efficiency. *The Review of Economics and Statistics*, *43*(3), 225–250. https://doi.org/10.2307/1927286.

Białek, J. (2014a). Obciążenie wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych wynikające z substytucji dóbr. *Wiadomości Statystyczne*, *59*(10), 30–38.

Białek, J. (2014b). Pomiar obciążenia wskaźnika cen dóbr i usług konsumpcyjnych. *Gospodarka Narodowa*, *271*(3), 63–80. https://doi.org/10.33119/GN/100882.

Białek, J. (2017). Approximation of the Fisher price index by using the Lloyd–Moulton index: Simulation study. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, *46*(5), 3588–3598. https://doi.org/10.1080/03610918.2015.1100737.

Białek, J. (2020). Wykorzystanie danych skanowanych do pomiaru inflacji – doświadczenia międzynarodowe i wyzwania metodologiczne. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, *65*(1), 9–33. https://doi.org/10.5604/01.3001.0013.9021.

Białek, J., Pawelec, N., Roszkowska, S. (2024). Estimating the elasticity of substitution when compiling the CES cost of living index on scanner data. *Quality & Quantity*, *58*(6), 5997–6021. https://doi.org/10.1007/s11135-024-01924-8.

Boskin, M. J., Dulberger, E. R., Gordon, R. J., Griliches, Z., Jorgenson, D. (1996). *Toward a More Accurate Measure of the Cost of Living*. https://ntrl.ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/titleDetail/PB97197164.xhtml.

Crawford, A. (1998). Measurement Biases in the Canadian CPI: An Update. *Bank of Canada Review*, *1998*(Spring), 39–56. https://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/06/r982c.pdf.

Deaton, A., Muellbauer, J. (1980). *Economics and consumer behavior*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511805653.

Diewert, W. E. (1976). Exact and superlative index numbers. *Journal of Econometrics*, *4*(2), 115–145. https://doi.org/10.1016/0304-4076(76)90009-9.

Diewert, W. E. (1993). The economic theory of index numbers: A survey. W: W. E. Diewert, A. O. Nakamura (red.), *Essays in Index Number Theory* (t. 1, s. 177–229). Elsevier.

Diewert, W. E., Fox, K. J. (2018). *Substitution Bias in Multilateral Methods for CPI Construction using Scanner Data* (UNSW Business School Research Paper No. 13). https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3276457.

Eurostat. (2018). *Harmonised Index of Consumer Prices (HICP). Methodological Manual*. Publications Office of the European Union. https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/9479325/KS-GQ-17-015-EN-N.pdf/d5e63427-c588-479f-9b19-f4b4d698f2a2?t=1547028935000.

Fisher, I. (1922). *The Making of Index Numbers. A Study of Their Varieties, Tests, and Reliability*. Houghton Mifflin.

de Haan, J., Balk, B. M., Boldsen Hansen, C. (2010). Retrospective Approximations of Superlative Price Indexes for Years Where Expenditure Data Is Unavailable. W: Biggeri, L., Ferrari, G. (red.), *Price Indexes in Time and Space. Methods and Practice* (s. 25–42). Physica-Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-7908-2140-6_2.

Hałka, A., Leszczyńska, A. (2011). Wady i zalety wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych – szacunki obciążenia dla Polski. *Gospodarka Narodowa*, (9), 51–75. https://doi.org/10.33119/GN/101086.

Hałka, A., Leszczyńska-Paczesna, A. (2023). Inflation measurement in times of large consumption shifts – Evidence of the CPI bias from Poland. *Acta Oeconomica*, *73*(3), 383–401. https://doi.org/10.1556/032.2023.00022.

International Labour Office, International Monetary Fund, Organisation for Economic Co-operation and Development, Eurostat, United Nations, The World Bank. (2004). *Consumer price index manual: Theory and practice*. https://doi.org/10.5089/9789221136996.069.

International Monetary Fund, International Labour Organization, Eurostat, United Nations Economic Commission for Europe, Organisation for Economic Co-operation and Development, The World Bank. (2020). *Consumer Price Index Manual: Concepts and Methods*. https://www.ilo.org/sites/default/files/wcmsp5/groups/public/%40dgreports/%40stat/documents/publication/wcms_761444.pdf.

Konüs, A. (1924). The problem of the true index of the cost of living. *The Economic Bulletin of the Institute of Economic Conjuncture*, (9–10), 64–71.

Laspeyres, E. (1871). Die Berechnung einer mittleren Warenpreissteigerung. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, *16*(1), 296–318. https://doi.org/10.1515/jbnst-1871-0124.

Lloyd, P. J. (1975). Substitution effects and biases in nontrue price indices. *The American Economic Review*, *65*(3), 301–313.

Martin, R. S. (2020). *Changing tastes versus specification error in cost-of-living measurement* (BLS Working Paper No. 531). https://www.bls.gov/osmr/research-papers/2020/ec200130.htm.

Martin, R. S. (2022). Revisiting taste change in cost-of-living measurement. *Journal of Economic and Social Measurement*, *46*(2), 109–147. https://doi.org/10.3233/JEM-220485.

Moulton, B. R. (1996). *Constant Elasticity Cost-of-Living Index in Share Relative Form*. U.S. Bureau of Labor Statistics.

Paasche, H. (1874). Über die Preisentwicklung der letzten Jahre nach den Hamburger Börsennotierungen. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, *23*, 168–178.

Saito, T. (2012). How do We get Cobb-Douglas and Leontief Functions from CES function: A Lecture Note on Discrete and Continuum Differentiated Object Models. *Journal of Industrial Organization Education*, *6*(1), 1–12. https://doi.org/10.1515/1935-5041.1037.

Törnqvist, L. (1936). The Bank of Finland's consumption price index. *Bank of Finland Monthly Bulletin*, *16*(10), 1–8. https://publications.bof.fi/items/2b842d1f-2614-4117-8270-487c62e974c9.

Walsh, C. M. (1901). *The Measurement of General Exchange-Value*. Macmillan.

White, A. G. (1999). Measurement biases in consumer price indexes. *International Statistical Review*, *67*(3), 301–325. https://doi.org/10.2307/1403708.