

Cena 15,00 zł
(VAT 8%)

Indeks 381306
e-ISSN 2543-8476
PL ISSN 0043-518X

WIADOMOŚCI STATYSTYCZNE

THE POLISH STATISTICIAN

GRUDZIEŃ / DECEMBER
ROCZNIK / VOLUME 70

2025 | 12

GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY
STATISTICS POLAND

POLSKIE TOWARZYSTWO STATYSTYCZNE
POLISH STATISTICAL ASSOCIATION



WIADOMOŚCI STATYSTYCZNE

THE POLISH STATISTICIAN

GRUDZIEŃ / DECEMBER
ROCZNIK / VOLUME 70

2025 | 12 (775)

ZESPÓŁ REDAKCYJNY / EDITORIAL BOARD

Rada Naukowa / Science Board

prof. dr hab. Tomasz Panek – przewodniczący/Chairman (Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Polska), Prof. Samuel Kobina Annim (University of Cape Coast, Ghana), Prof. Anthony Arundel (Maastricht University, Holandia), Atanas Atanasov, PhD, Assoc. Prof. (University of National and World Economy, Bułgaria), Eric Bartelsman, PhD, Assoc. Prof. (Vrije Universiteit Amsterdam, Holandia), Maria Teresa Borges, PhD, Assoc. Prof. (University of the Azores, Portugal), prof. dr hab. Czesław Domański (Uniwersytet Łódzki, Polska), prof. dr hab. Elżbieta Gołata (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), Semen Matkovskyy, PhD, Assoc. Prof. (Ivan Franko National University of Lviv, Ukraina), prof. dr hab. Włodzimierz Okrasa (Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie, Polska), prof. dr hab. Józef Oleński (Polskie Towarzystwo Statystyczne, Polska), Juan Manuel Rodríguez Poo, PhD, Assoc. Prof. (University of Cantabria, Hiszpania), dr Dominik Rozkrut (Uniwersytet Szczeciński, Polska), Iveta Stankovičová, BEng, PhD, Assoc. Prof. (Comenius University in Bratislava, Słowacja), Georges-Simon Ulrich, PhD, Assoc. Prof. (Zurich University of Applied Sciences in Business Administration, Szwajcaria), prof. dr hab. Marek Walesiak (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Polska)

Rada Konsultacyjna / Advisory Board

Tudorel Andrei, PhD, Assoc. Prof. (Bucharest Academy of Economic Studies, Rumunia), mgr Renata Bielak (Główny Urząd Statystyczny, Polska), dr hab. Grażyna Dehnel, prof. UEP (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), dr Jacek Kowalewski (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), Prof. Steve MacFeely (University College Cork, Irlandia), prof. dr hab. Mateusz Pipień (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Polska), Marek Rojček, BEng, PhD (University of Economics, Prague, Czechy), Anna Shostya, PhD, Assoc. Prof. (Pace University in New York, Stany Zjednoczone), Athanasios Thanopoulos, PhD (Hellenic Statistical Authority, Grecja)

Redakcja / Editorial Team

redaktor naczelny / Editor-in-Chief: dr hab. Marek Cierpią-Wolan, prof. UR (Uniwersytet Rzeszowski, Polska)
zastępca redaktora naczelnego / Deputy Editor-in-Chief: dr hab. Andrzej Młodak, prof. UK (Uniwersytet Kaliski im. Prezydenta Stanisława Wojciechowskiego, Polska)
redaktorzy tematyczni / Thematic Editors: dr Marek Pieniążek (Główny Urząd Statystyczny, Polska), dr Xawery Stańczyk (Uniwersytet Łódzki, Polska), dr hab. Małgorzata Tarczyńska-Łuniewska, prof. US (Uniwersytet Szczeciński, Polska), dr Wioletta Wrzaszcz (Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej – Państwowy Instytut Badawczy, Polska), dr inż. Agnieszka Zgierska (Główny Urząd Statystyczny, Polska)

ADRES REDAKCJI I KONTAKT / EDITORIAL OFFICE ADDRESS AND CONTACT

Główny Urząd Statystyczny / Statistics Poland, al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, ws.stat.gov.pl
sekretarz redakcji / Editorial Secretary: Małgorzata Zygmunt
redaktor zarządzający systemem redakcyjnym / Editorial System Managing Editor: Krzysztof Sztafa
e-mail: redakcja.ws@stat.gov.pl, tel./phone +48 22 608 32 25

Redakcja językowa: Wydział Czasopism Naukowych, Departament Opracowań Statystycznych, Główny Urząd Statystyczny

Language editing: Scientific Journals Division, Statistical Products Department, Statistics Poland

Redakcja techniczna, skład i łamanie, opracowanie materiałów graficznych i korekta:

Zakład Wydawnictw Statystycznych – zespół pod kierunkiem Macieja Adamowicza

Technical editing, typesetting, preparation of graphic materials and proofreading:

Statistical Publishing Establishment – team supervised by Maciej Adamowicz

Wersja elektroniczna, stanowiąca wersję pierwotną czasopisma, jest dostępna na ws.stat.gov.pl

The primary version of the journal, issued in electronic form, is available at ws.stat.gov.pl

© Copyright by Główny Urząd Statystyczny and the authors, some rights reserved. CC BY-SA 4.0 licence



Zakład Wydawnictw
Statystycznych

Druk i oprawa / Printed and bound by:

Zakład Wydawnictw Statystycznych / Statistical Publishing Establishment
al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, zws.stat.gov.pl

Informacje w sprawie sprzedaży i prenumeraty czasopisma / Sales and subscription of the journal:

Zakład Wydawnictw Statystycznych / Statistical Publishing Establishment

e-mail: zws-sprzedaz@stat.gov.pl, tel./phone +48 22 608 32 10, +48 22 608 38 10

SPIS TREŚCI

CONTENTS

Od redakcji	IV
From the Editorial Team	
 Studia metodologiczne	
Methodological studies	
Piotr Sulewski, Jakub Bilski	
Unknown properties of bimodal power Laplace distribution	1
Nieznane właściwości dwumodalnego rozkładu potęgowego Laplace'a	
 Statystyka w praktyce	
Statistics in practice	
Marcin Pełka, Aneta Rybicka	
The application of the best-worst scaling method to the identification of determinants of consumers' choices regarding a delivery method of products purchased online	35
Zastosowanie metody best-worst scaling do identyfikacji determinant wyborów konsumentów w zakresie dostawy towarów kupowanych online	
Elżbieta Antczak, Agnieszka Sobol	
Ubóstwo energetyczne w Polsce – ocena stanu i trendów przestrzennych za pomocą agregatowego miernika rozwoju	55
Energy poverty in Poland: the assessment of the current situation and geographical trends based on a composite development index	
 In memoriam	
Janusz L. Wywił	
Dr Irena Jędrzyk (1945–2025)	87
 Dyskusje. Recenzje. Informacje	
Discussions. Reviews. Information	
Joanna Sadowy	
Wydawnictwa GUS. Listopad 2025	89
Publications of Statistics Poland. November 2025	
 Spis treści numerów 1–12/2025	92
Contents of the issues 1–12, 2025	
 Dla autorów	98
For the authors	
 Działy „WS” – tematyka artykułów	117
WS sections – topics of the article	

OD REDAKCJI

Miło nam Państwa poinformować, że „Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician” zostały przyjęte do renomowanej bazy Emerging Sources Citation Index (ESCI), wchodzącej w skład Web of Science Core Collection. W ESCI oprócz bieżących publikacji znajdują się artykuły opublikowane na łamach naszego czasopisma od 2023 r. Serdecznie zachęcamy do nadsyłania do „WS” prac naukowych. Dzięki obecności w ESCI zyskają one lepszą widoczność i staną się bardziej dostępne dla czytelników na całym świecie.

W grudniowym numerze proponujemy Państwu lekturę trzech artykułów naukowych. Pierwszy jest poświęcony zagadnieniom metodologicznym, a w dwóch pozostałych omówiono wyniki badań przeprowadzonych z użyciem metod statystycznych.

Dr hab. Piotr Sulewski, prof. UP, i mgr inż. Jakub Bilski w pracy *Unknown properties of bimodal power Laplace distribution* omawiają nieznanne właściwości dwumodalnego rozkładu potęgowego Laplace’a (ang. *bimodal power Laplace* – BPL), takie jak: miara Moorsa, generator liczb pseudolosowych, punkty przegięcia oraz entropia i macierz informacji Fishera. Autorzy definiują rozkład BPL z wykorzystaniem standardowego rozkładu Laplace’a i stwierdzają, że funkcję gęstości prawdopodobieństwa BPL można także uzyskać przy zastosowaniu transformacji Fernándeza-Steela do rozkładu Weibulla z parametrem skali równym 1. Następnie dokonują chronologicznego przeglądu dużej rodziny rozkładów Laplace’a oraz prezentują znane i estymują nieznanne parametry BPL. Na podstawie przykładów danych rzeczywistych dowodzą, że rozkład BPL jest elastycznym modelem, który zasługuje na dodanie go do istniejących rozkładów w celu modelowania danych dwumodalnych.

Artykuł *The application of the best-worst scaling method to the identification of determinants of consumers’ choices regarding a delivery method of products purchased online* dr. hab. Marcina Pelki, prof. UEW, i dr Anety Rybickiej dotyczy preferencji klientów sklepów internetowych i ich zachowań rynkowych. Autorzy identyfikują czynniki, które wpływają na wybory konsumentów w zakresie dostaw towarów kupowanych online, z wykorzystaniem wieloprofilowej metody skalowania najlepszy-najgorszy (ang. *best-worst scaling* – BWS). Dane, na których zostały oparte analizy, pochodzą z badania ankietowego przeprowadzonego w okresie od sierpnia 2023 r. do sierpnia 2024 r. Autorzy posłużyli się formularzem Google; zastosowali dobór według wygody i metodę kuli śnieżnej. Z analiz wynika, że głównymi determinantami wyboru w zakresie dostawy są sposoby płatności i sposoby dostawy, a dokładniej – możliwość płatności za pośrednictwem bramki płatniczej oraz dostawa przez kuriera lub do paczkomatu. Zaletą pracy jest kompleksowość dokonanej analizy (różne typy klientów i różne opcje dostawy).

Ubóstwo energetyczne w Polsce – ocena stanu i trendów przestrzennych za pomocą agregatowego miernika rozwoju to temat pracy dr. hab. Elżbiety Antczak, prof. UŁ, i dr Agnieszki Sobol. Omawiane badanie obejmuje powiaty i opiera się na danych statystycznych za lata 2020–2023. Autorki konstruują agregatowy miernik rozwoju za pomocą bezwzorcowej metody porządkowania liniowego, a wartości cech normalizują i uśredniają z wykorzystaniem metody unitaryzacji zerowanej. Pozwala to na całościowe ujęcie komponentu ubóstwa energetycznego oraz ocenę możliwości pomiaru efektów realizacji Planu Społeczno-Klimatycznego. Wyniki badania wskazują na nierówności w zakresie ubóstwa energetycznego na poziomie powiatów i uwiadczenia tendencję do koncentracji przestrzennej

tego zjawiska. Zauważalne są nie tylko istotna statystycznie klastrowość, lecz także nielosowe trendy i zależności przestrzenne. Autorki wymieniają najważniejsze zidentyfikowane determinanty wysokiego i niskiego poziomu ubóstwa energetycznego oraz zwracają uwagę na potrzebę systemowego ujęcia tego problemu.

W tym numerze publikujemy także wspomnienie o dr Irenie Jędrzyk (1945–2025) – cenionej wykładowczyni związanej z Uniwersytetem Ekonomicznym w Katowicach.

Tradycyjnie w rubryce *Wydawnictwa GUS* znajda Państwo zestawienie najnowszych publikacji Głównego Urzędu Statystycznego, przygotowane przez Joannę Sadowy.

Życzymy inspirującej lektury.

FROM THE EDITORIAL TEAM

We are excited to announce that *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician* has been accepted into the renowned Emerging Sources Citation Index (ESCI) database, which is a part of the Web of Science Core Collection. In addition to indexing our current and future issues in the ESCI, back-coverage will be extended to include all articles published in our journal since 2023. We would like to encourage you to submit your research papers to *WS*, where from now on they will gain even better visibility and accessibility worldwide.

Our December issue features three scientific articles. The first one is devoted to methodological issues, while the other two discuss the results of research conducted using statistical methods.

The article *Unknown properties of bimodal power Laplace distribution* by Piotr Sulewski, PhD, DSc, Professor at the Pomeranian University in Słupsk, and Jakub Bilski, BEng, MSc, describes the unknown properties of the bimodal power Laplace (BPL) distribution such as Moors' measure, the pseudorandom number generator, inflection points, entropy and the Fisher information matrix. The authors define the BPL distribution using the standard Laplace distribution and conclude that the BPL probability density function can also be obtained by applying the Fernández-Steel transformation to the Weibull distribution with a scale parameter equal to 1. They then provide a chronological overview of the large family of Laplace distributions, and present the known and estimate the unknown BPL parameters. On the basis of real data examples, they prove that the BPL distribution is a flexible model that represents a valuable addition to the existing distributions for modelling bimodal data.

Marcin Pelka, PhD, DSc, Professor at the Wrocław University of Economics and Business, and Aneta Rybicka, PhD, in their article titled *The application of the best-worst scaling method to the identification of determinants of consumers' choices regarding a delivery method of products purchased online* study the preferences of online shop customers and their market behaviour. The authors identify the factors that influence consumer choices regarding the delivery of goods purchased online using the multi-profile best-worst scaling (BWS) method. The data which the research is based on come from a survey conducted in the period from August 2023 to August 2024 by means of a Google form. The authors apply convenience and snowball sampling methods in the data collection process. The analyses show that particular payment and delivery options are the main determinants of delivery choices, and more specifically, the availability of gateway payments and delivery via courier or parcel lockers. The advantage of this paper lies in its comprehensive analysis, featuring different types of customers and different delivery options.

The research discussed in *Energy poverty in Poland: the assessment of the current situation and geographical trends based on a composite development index* by Elżbieta Antczak, PhD, DSc,

Professor at the University of Lodz, and Agnieszka Sobol, PhD, focuses on Polish powiats and is based on statistical data for the years 2020–2023. The authors construct an aggregate development measure on the basis of a non-reference linear ordering method, and normalise and average the values of the features using the zeroed unitarisation technique. This allows a comprehensive approach to the energy poverty component and the assessment of the potential for measuring the effects of the implementation of the Social Climate Plan. The results of the study point to inequalities in the level of energy poverty across powiats and highlight a trend for its geographical concentration. In addition to statistically-significant clustering, non-random trends and geographical dependencies were observed. The authors list the most important identified determinants of high and low energy poverty levels and draw attention to the need for a systemic approach to this problem.

In this issue, we also publish a tribute to Irena Jędrysik, PhD (1945–2025), a highly regarded lecturer associated with the University of Economics in Katowice.

As usual, the section devoted to Statistics Poland's publications features a compilation of its most recent publications prepared by Joanna Sadowy.

We hope you find this issue inspiring.

Unknown properties of bimodal power Laplace distribution

Piotr Sulewski,^a Jakub Bilski^b

Abstract. The main goal of this article is to present the unknown properties of the bimodal power Laplace (BPL) distribution such as: inflection points, Moors' measure, pseudorandom number generator, entropy and Fisher information matrix. The secondary goals involve: a chronological overview of the large family of Laplace distributions, a brief review of the known properties of the analysed distribution and an estimation of the unknown parameters of the BPL distribution.

The BPL distribution has been defined by means of the standard Laplace distribution. The research has shown that the probability density function of the BPL distribution can also be obtained by applying the Fernández-Steel transformation to the Weibull distribution with a scale parameter equal to 1. Real data examples demonstrate that the BPL distribution is a flexible model that proves to be a valuable addition to the existing distributions for modelling bimodal data.

Keywords: Laplace distribution, double Weibull distribution, modelling bimodal data

JEL: C02, C10, C13, C15, C50

Nieznane właściwości dwumodalnego rozkładu potęgowego Laplace'a

Streszczenie. Głównym celem artykułu jest przedstawienie nieznanymi właściwości dwumodalnego rozkładu potęgowego Laplace'a (BPL), takich jak: punkty przegięcia, miara Moorsa, generator liczb pseudolosowych, entropia i macierz informacji Fishera. Celami pobocznymi są: chronologiczny przegląd dużej rodziny rozkładów Laplace'a, krótka prezentacja znanych właściwości analizowanego rozkładu oraz estymacja nieznanymi parametrów rozkładu BPL.

Rozkład BPL zdefiniowano z wykorzystaniem standardowego rozkładu Laplace'a i stwierdzono, że funkcję gęstości prawdopodobieństwa rozkładu BPL można także uzyskać, stosując transformację Fernández-Steela do rozkładu Weibulla z parametrem skali równym 1. Przykłady danych rzeczywistych pokazują, że rozkład BPL jest elastycznym modelem, który zasługuje na dodanie go do istniejących rozkładów modelowania danych dwumodalnych.

Słowa kluczowe: rozkład Laplace'a, podwójny rozkład Weibulla, modelowanie danych dwumodalnych

^a Uniwersytet Pomorski w Słupsku, Instytut Nauk Ścisłych i Technicznych, Zakład Informatyki, Polska / Pomeranian University in Słupsk, Institute of Exact and Technical Sciences, Department of Computer Science, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0788-6567>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: piotr.sulewski@upsl.edu.pl.

^b Uniwersytet Pomorski w Słupsku, Instytut Nauk Ścisłych i Technicznych, Zakład Informatyki, Polska / Pomeranian University in Słupsk, Institute of Exact and Technical Sciences, Department of Computer Science, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-8339-4698>. E-mail: jakub.bilski@upsl.edu.pl.

1. Introduction

The Laplace (L) distribution was defined by Laplace (1986). $L(a \in R, b > 0)$ with the probability density function (PDF)

$$f_L(x; a, b) = \frac{1}{2b} \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|\right) \quad (x \in R),$$

also called the double exponential distribution, and its variants are becoming popular in many areas of science and engineering (Cordeiro & Lemonte, 2011). This distribution is often used for modelling phenomena with 'heavier than normal tails' (see e.g. Bagchi et al., 1983; Chen, 2002; Dadi & Marks, 1987; Damsleth & El-Shaarawi, 1989; Easterling, 1978; Hoaglin et al., 1983; Hsu, 1979; Johnson et al., 1995; Manly, 1976; Puig & Stephens, 2000).

The unimodal distributions are frequently used in theoretical statistical studies. However, in applied statistics, there are many situations in which the unimodal distributions cannot be fitted to the data. For example, the distribution of data outside the control zone in quality control or outlier observations in linear models and time series may have to be bimodal. These situations occur when the probability of the recorded data is proportional to the increasing function of the absolute value of the deviations (Alavi, 2012).

Data demonstrating bimodal behaviour is produced in many different disciplines. One of the most relevant phenomena that can be explained through bimodal distributions are disease patterns. By understanding the reason behind the multimodality of some cancer incidence curves, practitioners may enhance their knowledge of the cancer developmental process and help distinguish the potential features that identify cancer and separate a specific type of cancer from all other types (Gómez-Déniz et al., 2021). Urinary mercury excretion also showed two peaks (see e.g. Ely et al., 1999). In the material characteristics, studied by Dierickx et al. (2000), the data on grain size distribution revealed a bimodal structure. In meteorology, Zhang et al. (2003) indicated that water vapor in the tropics tends to have a bimodal distribution. The occurrence of bimodality has also implications in bio-geosciences (see e.g. Hirota et al., 2011).

Other articles devoted to bimodal distributions include those by Bolfarine et al. (2018), Du (2015), Eugene et al. (2002), Harandi and Alamatsaz (2013), Hassan and El-Bassiouni (2016), Hassan and Hijazi (2010), Vila et al. (2021) and Zabolotnii et al. (2018).

Harandi and Alamatsaz (2013) defined the bimodal Laplace (BL) distribution. The PDF of $BL(a \in R, b > 0)$ is

$$f_{BL}(x; a, b) = \frac{1}{4b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^2 \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|\right) \quad (x \in R).$$

Zabolotnii et al. (2018) used the Laplacian (bimodal) peak distribution (LP). The PDF of $LP(a \in R, b > 0)$ is given by

$$f_{LP}(x; a, b) = \frac{1}{4b} \left[\exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|\right) + \exp\left(-\left|\frac{x+a}{b}\right|\right) \right] \quad (x \in R).$$

The article focuses on defining the bimodal power Laplace (BPL) distribution by means of the standard Laplace distribution. The main goal of this article is to present the unknown properties of the BPL distribution, such as: inflection points, Moors' measure, pseudorandom number generator, entropy and Fisher information matrix. The secondary goals involve: a chronological overview of the large family of Laplace distributions, a brief review of the known properties of the analysed distribution and an estimation of the unknown parameters of the BPL distribution. A simulation study was carried out to assess the properties of the parameter estimators. Finally, illustrative examples are presented. The main R codes and proofs of some theorems are provided in the Appendix.

There are many asymmetric extensions to generalising the Laplace distribution. Basically, all these existing asymmetric Laplace distributions are either a percent mixture of the double exponential distribution or a part of it. These distributions in chronological order include: the skew-log-Laplace (Hartley & Revankar, 1974), asymmetric-Laplace (Hinkley & Revankar, 1977), log-Laplace (Inoue, 1979), skew-Laplace (Fieller et al., 1992), asymmetric-Laplace (Koenker & Machado, 1999), asymmetric-Laplace (Kotz et al., 2001), called the generalized asymmetric-Laplace distribution by Yu and Zhang (2005), asymmetric-Laplace (Kotz et al., 2002), normal-Laplace (Reed & Jorgensen, 2004), skew-Laplace (Aryal & Nadarajah, 2005), skew-Laplace-Laplace (Ali et al., 2009), beta-Laplace (Cordeiro & Lemonte, 2011), Esscher-transformed-Laplace (Sebastian & Dais, 2012), skew-Laplace-normal and generalized skew-symmetric-Laplace-normal (Nekoukhou & Alamatsaz, 2012), alpha-skew-Laplace (Harandi & Alamatsaz, 2013), Kumaraswamy-Laplace (Nassar, 2016), transmuted Laplace distribution (Hady & Shalaby, 2016), based on the quadratic rank transmutation map studied by Shaw and Buckley (2009), flexible-skew-Laplace (Yilmaz, 2016), Laplace-exponential (Kiprotich, 2018), Balakrishnan-alpha-skew-Laplace (Shah et al., 2019), reduced beta-skewed-Laplace (Arowolo et al., 2019), generalized-transmuted-Laplace (Radwan, 2020), lpha-beta-skew-Laplace (Shah & Hazarika, 2020), generalized skew-log-Laplace (Khandeparkar & Dixit, 2021), beta-skew-Laplace, truncated beta-skew-Laplace, exponentiated beta-skew-Laplace and exponentiated Laplace (Tovar-Falón & Martínez-Flórez, 2022), Balakrishnan-alpha-beta-skew-Laplace (Shah et al., 2023) and Kumara-swamy-Esscher-transformed-Laplace (George & Rimsha, 2023) distribution.

2. Properties of the bimodal power Laplace (or double Weibull) distribution

2.1. PDF: how the distribution can be created

The PDFs of the BPL distribution can be obtained by applying two methods. The first one is as follows. Let $U \sim L(0, 1)$ and let us define a random variable X as

$$X = \left[a - b(-U)^{\frac{1}{c}} \right] I(U < 0) + \left[a + bU^{\frac{1}{c}} \right] I(U \geq 0), \quad (1)$$

where $a \in R, b > 0$ are the position and scale parameters, respectively. As a result of simple transformations, for $U \geq 0$, we receive

$$U = \left(\frac{X - a}{b} \right)^c \Rightarrow \frac{dU}{dX} = \frac{c}{b} \left(\frac{X - a}{b} \right)^{c-1},$$

$$f(x; a, b, c) = \frac{c}{2b} \left(\frac{x - a}{b} \right)^{c-1} \exp \left(- \left| \frac{x - a}{b} \right|^c \right) \quad (x \geq a).$$

For $U < 0$, we have

$$U = - \left(\frac{a - X}{b} \right)^c \Rightarrow \frac{dU}{dX} = \frac{c}{b} \left(\frac{a - X}{b} \right)^{c-1},$$

$$f(x; a, b, c) = \frac{c}{2b} \left(\frac{a - x}{b} \right)^{c-1} \exp \left(- \left| \frac{a - x}{b} \right|^c \right) \quad (x < a).$$

Finally, the PDF of the BPL distribution has the following form:

$$f_{BPL}(x; a, b, c) = \frac{c}{2b} \left| \frac{x - a}{b} \right|^{c-1} \exp \left[- \left| \frac{x - a}{b} \right|^c \right] \quad (x \in R; a \in R; b, c > 0), \quad (2)$$

The second method is that proposed by Fernández and Steel (1998). They defined a class of distributions with skewness parameter $d > 0$ in the form of

$$g(x; d) = \frac{d}{1 + d^2} \left[f(xd) I(x \geq 0) + f \left(\frac{-x}{d} \right) I(x < 0) \right], \quad (3)$$

where a continuous distribution on $(0, \infty)$ with base density f is transformed into the whole real line. The special case for $d = 1$ results in a symmetric distribution, i.e.

$$g_s(x) = \frac{1}{2}f(|x|). \quad (4)$$

The PDF of the Weibull (W) distribution with the scale parameter equal to 1 and shape parameter $c > 0$ is given by

$$f_W(x; c) = cx^{c-1}\exp[-x^c] \quad (x > 0). \quad (5)$$

By applying transformation (4) to the Weibull distribution (5), we obtain a distribution with a

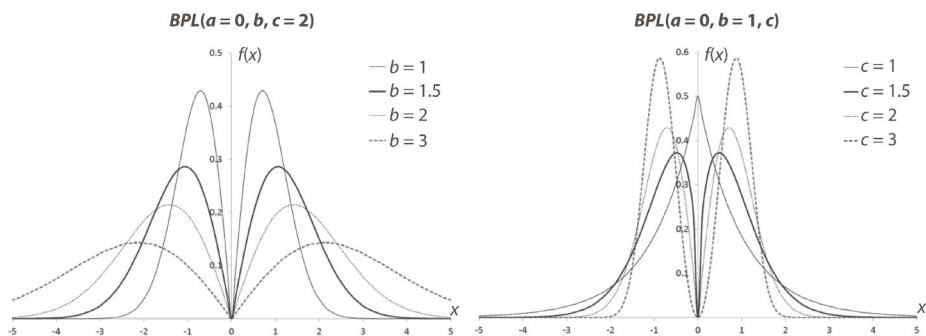
$$f_{DW}(x; c) = \frac{c}{2}|x|^{c-1}\exp(-|x|^c) \quad (x \in R) \quad (6)$$

PDF, called the double Weibull (DW) distribution devised by Balakrishnan and Kocherlakota (1985).

Balakrishnan and Kocherlakota defined the DW distribution in the context of order statistics of its estimation such as the expected values, variances and covariances of the order statistics tabled for estimations on $n \in [2, 10]$. Rao and Narasimham (1989) extended the results for samples $n \in [11, 20]$. Jurić (2019) and Jurić and Kozubowski (2004, 2005) also studied some properties of the DW distribution. It should be noted, however, that the DW distribution introduced by Perveen et al. (2017) is defined completely differently.

The PDFs of the $BPL(0,1,c)$ distribution (2) and $DW(c)$ distribution (6) are the same and therefore only the name BPL distribution will be used in the rest of the article, as the work is focused on the family of the Laplace distributions.

Figure 1 plots the PDF of the $BPL(a,b,c)$ for selected values of parameters. The PDF of this distribution is symmetrical. If $c = 1$, the $BPL(a,b,c = 1)$ is the $L(a,b)$. If $c > 1$, the PDF has two modes with the same height. If $c \in (0, 1]$ then the BPL is a unimodal distribution with the mode at 0.

Figure 1. The PDF of the $BPL(a, b, c)$ for selected values of parameters

Source: authors' work.

2.2. Cumulative distribution function

Theorem 1. Let $X \sim BPL(a, b, c)$, then the cumulative distribution function (CDF) of X is given by (see also Jurić, 2019)

$$(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp \left[- \left(\frac{a-x}{b} \right)^c \right] & (x < a) \\ 1 - \frac{1}{2} \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] & (x \geq a) \end{cases} \quad (7)$$

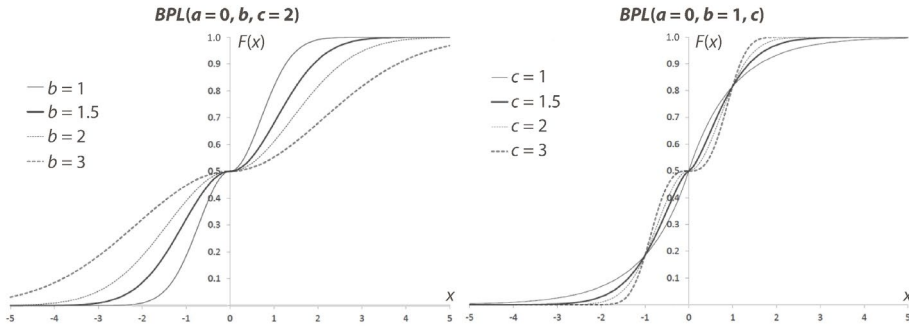
or

$$F(x; a, b, c) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left[\left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \left[1 - \exp \left(- \left| \frac{x-a}{b} \right|^c \right) \right],$$

where $\operatorname{sgn}(x) = 1 \cdot I(x > 0) + 0 \cdot I(x = 0) + (-1) \cdot I(x < 0)$.

Proof. Formula (7) can be easily obtained based on (2) using substitutions $(a-x)^c b^{-c} = u$ for $x < a$ and $(x-a)^c b^{-c} = u$ for $x \geq a$ when integrating.

Figure 2 plots the CDF of the $BPL(a, b, c)$ for selected values of parameters. For $c = 1$, we obtain the CDF of the L distribution. For $c > 1$, we obtain two CDFs of the LD placed in tiers. The first sub-CDF is between 0 and 0.5, while the other one is between 0.5 and 1.

Figure 2. The CDF of the $BPL(a, b, c)$ for selected values of parameters

Source: authors' work.

2.3. Modal values, inflection points and quantiles

Theorem 2. Let $X \sim BPL(a, b, c)$, $c \geq 1$. The modal values of $f(x; a, b, c)$ are equal to (see also Jurić, 2019)

$$x_{m1} = a - b \left(1 - \frac{1}{c}\right)^{1/c}, \quad x_{m2} = a + b \left(1 - \frac{1}{c}\right)^{1/c}. \quad (8)$$

If $c = 1$, then $x_{m1} = x_{m2} = a$. $f(x; a, b, c)$, $c > 1$ monotonically increases on interval $(-\infty, x_{m1}) \cup (a, x_{m2})$ and monotonically decreases on interval $(x_{m1}, a) \cup (x_{m2}, \infty)$. The proof of (8) is presented in Appendix A.

Theorem 3. Let $X \sim BPL(a, b, c)$. The inflection points of $f(x; a, b, c)$ are given by the following formulas:

$$\begin{aligned} x_{I,II} &= a - b \left(\frac{3c \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)} - 3}{2c} \right)^{\frac{1}{c}}, \\ x_{III,IV} &= a + b \left(\frac{3c \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)} - 3}{2c} \right)^{\frac{1}{c}}, \end{aligned} \quad (9)$$

where $c > 2$. The proof of (9) is presented in Appendix B.

Inflection points are used in data analysis, where we observe changes in the rate of growth or decline of the studied phenomenon. In economics, inflection points can represent turning points in economic processes. They can also be used to analyse the behavior of consumers and businesses.

Theorem 4. Let $X \sim BPL(a, b, c)$. The p -th ($0 < p < 1$) quantile is given by (see also Jurić, 2019)

$$x_p = (a - b[-\ln(2p)]^{1/c})I(p < 0.5) + (a + b[-\ln(2 - 2p)]^{1/c})I(p \geq 0.5). \quad (10)$$

From (10), it follows that $x_{0.5} = a$. The proof of (10) based on (7) is trivial.

2.4. Moments and Moors' measure

Variance, skewness and kurtosis do not depend on the position parameter and therefore the non-central moments of the $BPL(a, b, c)$ are calculated for $a = 0$.

Theorem 5. Let $\tilde{X} \sim BPL(0, b, c)$. The k -th ($k \in \mathbb{Z}$) central μ_k and non-central α_k moments are given by (see also Jurić, 2019)

$$\mu_k = \alpha_k = E(\tilde{X}^k) = 0.5\Gamma\left(\frac{k}{c} + 1\right)[(-b)^k + b^k], \quad (11)$$

where $\Gamma(\cdot)$ is Euler's gamma function.

The proof of (11) is presented in Appendix C.

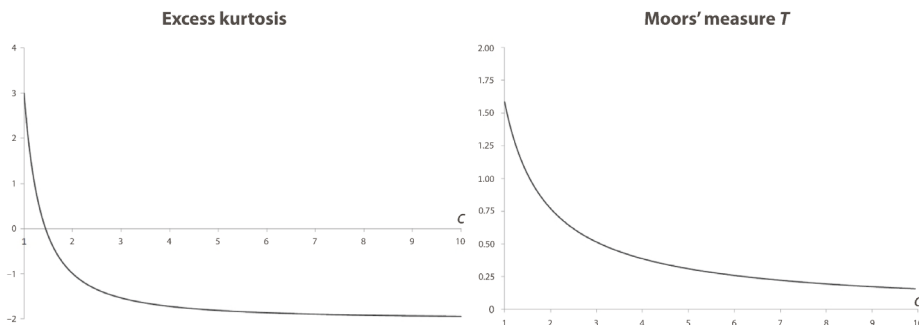
Theorem 6. Let $X \sim BPL(a, b, c)$. The excess kurtosis of X is given by

$$\bar{\gamma}_2(X) = c\Gamma\left(\frac{4}{c}\right)\left[\Gamma\left(\frac{2}{c}\right)\right]^{-2} - 3. \quad (12)$$

The proof of (12), based on non-central moments, is easy to carry out.

Figure 3 plots the excess kurtosis of the $BPL(a, b, c)$ as a function of c . Excess kurtosis $\bar{\gamma}_2(c)$ decreases as shape parameter c increases. If $c \rightarrow \infty$, then $\bar{\gamma}_2(c) \rightarrow -2$ and $\bar{\gamma}_2(1) = 3$. The excess kurtosis is positive for $c \in [1, 1.442)$, equals 0 for $c = 1.442$ and is negative for $c > 1.442$.

Figure 3. The excess kurtosis of the $BPL(a, b, c)$ as a function of c and Moors' measure T as a function of c



Source: authors' work.

Moors (1988) proposed a measure of distribution flattening based on quantiles in the form of

$$T = \frac{\frac{x_7 - x_5}{8} + \frac{x_3 - x_1}{8}}{\frac{x_3 - x_1}{4}}. \quad (13)$$

Measure (13) is a quantile alternative for kurtosis and exists even for distributions for which no moments exist. Of course, this measure does not depend on the position and scale parameters.

Theorem 7. Let $X \sim BPL(a, b, c)$. Moors' measure of X is given by

$$T(c) = 2^{1/c} - \left[2 - \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \right]^{\frac{1}{c}}. \quad (14)$$

The proof of (14), based on formulas (10) and (13), is trivial.

Figure 3 (right) shows measure T as a function of shape parameter c . The $T(c)$ is a strictly decreasing function for the initial c values. If $c \rightarrow \infty$, then $T(c) \rightarrow 0$.

2.5. Pseudo-random number generator

Theorem 8. Let $X \sim BPL(a, b, c)$, $U \sim L(0,1)$, $R \sim Unif(0,1)$. The pseudo-random number generator of X is given by the following formulas:

$$X = \left\{ a - b(-U)^{\frac{1}{c}} \right\} I(U < 0) + \left\{ a + b(-U)^{\frac{1}{c}} \right\} I(U \geq 0), \quad (15)$$

$$X = \left\{ a - b[-\ln(2R)]^{1/c} \right\} I(p < 0.5) + \left\{ a + b[-\ln(2 - 2R)]^{1/c} \right\} I(p \geq 0.5). \quad (16)$$

The proof of (15) follows from (5). The proof of (16), using inversion of the CDF (7), is easy to carry out.

2.6. Shannon, Tsallis and Renyi entropies

In information theory, the entropy of a random variable quantifies the average level of uncertainty or information associated with the variable's potential states or possible outcomes. This measures the expected amount of information needed to describe the state of the variable, considering the distribution of probabilities across all potential states (Beale, 1996).

Theorem 9. Let $f(x; a, b, c)$ be PDF (2). Shannon entropy S , Renyi entropy of order α , denoted by R_α , and Tsallis entropy of order α , denoted by T_α of the $BPL(a, b, c)$, are given as

$$S(b, c) = \ln\left(\frac{2b}{c}\right) + \frac{c-1}{c}\gamma + \Gamma\left(\frac{1}{c} + 1\right), \quad (17)$$

$$T_\alpha(a, b, c) = \frac{c^\alpha}{(\alpha-1)(2b)^\alpha} \text{Int}(\alpha, a, b, c) - 1, \quad (18)$$

$$R_\alpha(a, b, c) = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \ln\left(\frac{c}{2b}\right) + \frac{1}{(1-\alpha)} \ln[\text{Int}(\alpha, a, b, c)], \quad (19)$$

respectively, where

$$\text{Int}(\alpha, a, b, c) = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x-a}{b}\right|^{\alpha(c-1)} \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|^c\right)^\alpha dx \quad (20)$$

and $\gamma \approx 0.577$ is the Euler-Mascheroni constant.

Proof. The Shannon (S) entropy is defined as (Shannon, 1948; Tabass et al., 2016)

$$S(a, b, c) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b, c) \ln[f(x; a, b, c)] dx,$$

then

$$S(a, p) = I_1 + I_2 + I_3, \quad (21)$$

where

$$I_1 = \frac{-c}{2b} \ln\left(\frac{c}{2b}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x-a}{b}\right|^{c-1} \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|^c\right) dx = -\ln\left(\frac{c}{2b}\right), \quad (22)$$

$$I_2 = \frac{-c(c-1)}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x-a}{b}\right|^{c-1} \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|^c\right) \ln\left|\frac{x-a}{b}\right| dx = I_4 + I_5, \quad (23)$$

$$I_3 = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x-a}{b}\right|^c \exp\left(-\left|\frac{x-a}{b}\right|^c\right) dx = I_6 + I_7. \quad (24)$$

From (23), we have

$$I_4 = \frac{-c(c-1)}{2b} \int_{-\infty}^0 \left(\frac{-x+a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{-x+a}{b}\right)^c\right] \ln\left(\frac{-x+a}{b}\right) dx, \quad (25)$$

$$I_5 = \frac{-c(c-1)}{2b} \int_0^{\infty} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right] \ln\left(\frac{x-a}{b}\right) dx. \quad (26)$$

Substituting $(-x + a)^c b^{-c} = u$, formula (25) takes on the form of

$$I_4 = \frac{(c-1)}{2c} \int_{-\infty}^0 \exp(-u) \ln(u) du = \frac{(c-1)}{2c} \gamma. \quad (27)$$

Substituting $(x - a)^c b^{-c} = u$, formula (26) takes on the form of

$$I_5 = \frac{-(c-1)}{2c} \int_0^{\infty} \exp(-u) \ln(u) du = \frac{(c-1)}{2c} \gamma. \quad (28)$$

Formula (23), based on (27) and (28), is in the form of

$$I_2 = I_4 + I_5 = \frac{(c-1)}{2c} \gamma + \frac{(c-1)}{2c} \gamma = \frac{(c-1)}{2} \gamma. \quad (29)$$

From (24), we have

$$I_6 = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^0 \left(\frac{-x+a}{b} \right)^c \exp \left[- \left(\frac{-x+a}{b} \right)^c \right] dx, \quad (30)$$

$$I_7 = \frac{c}{2b} \int_0^{\infty} \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] dx. \quad (31)$$

Substituting $(-x + a)^c b^{-c} = u$, formula (30) takes on the form of

$$I_6 = -0.5 \int_{-\infty}^0 u^{\frac{1}{c}} \exp(-u) du = 0.5 \Gamma \left(\frac{1}{c} + 1 \right). \quad (32)$$

Substituting $(x - a)^c b^{-c} = u$, formula (31) is given by

$$I_7 = 0.5 \int_0^{\infty} u^{1/c} \exp(-u) du = 0.5 \Gamma \left(\frac{1}{c} + 1 \right). \quad (33)$$

Formula (24), based on (32) and (33), is

$$I_3 = I_6 + I_7 = 0.5 \Gamma \left(\frac{1}{c} + 1 \right) + 0.5 \Gamma \left(\frac{1}{c} + 1 \right) = \Gamma \left(\frac{1}{c} + 1 \right). \quad (34)$$

Substituting (22), (29) and (34) for (21), we get (17).

The Tsallis (T) entropy of order α is defined as (Tabass et al., 2016; Tsallis, 1988)

$$T_{\alpha}(a, b, c) = \frac{1}{\alpha-1} \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b, c)^{\alpha} dx - 1 \quad (\alpha > 0, \alpha \neq 1),$$

Then, based on (2), it transforms into

$$T_{\alpha}(a, b, c) = \frac{c^{\alpha}}{(\alpha - 1)(2b)^{\alpha}} \text{Int}(\alpha, a, b, c) - 1.$$

where $\text{Int}(\alpha, a, b, c)$ is given by (20).

Renyi (R) entropy of order α is defined as (Tabass et al., 2016)

$$R_{\alpha}(a, b, c) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int_{-\infty}^{\infty} f(x; a, b, c)^{\alpha} dx \quad (\alpha > 0, \alpha \neq 1).$$

Then, based on (2), it transforms into

$$\begin{aligned} R_{\alpha}(a, b, c) &= \frac{1}{(1-\alpha)} \ln \left[\left(\frac{c}{2b} \right)^{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{\alpha(c-1)} \exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{\alpha} dx_1 \right] = \\ &= \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \ln \left(\frac{c}{2b} \right) + \frac{1}{(1-\alpha)} \ln [\text{Int}(\alpha, a, b, c)], \end{aligned}$$

where $\text{Int}(\alpha, a, b, c)$ is given by (20). The proof is complete.

The Renyi and Tsallis entropies converge to the Shannon entropy. Figures 4–6 show the Shannon, Renyi and Tsallis entropies of the $BPL(a, b, c)$ distribution. The Shannon entropy as a function of b increases, especially for the initial values of b . The same entropy as a function of c decreases, especially for the initial values of c . The Renyi entropy as a function of b increases strictly, especially for the initial values of b . The smaller the values of c , the higher the values of the Renyi entropy. The Renyi entropy as a function of α decreases strictly, especially for the initial values of α . The Tsallis entropy as a function of b decreases strictly. The higher the values of c , the higher the values of the Tsallis entropy. The Tsallis entropy as a function of α shows a maximum for $\alpha < 1$ and decreases for $\alpha > 1$, especially for the initial values of α . If $\alpha \rightarrow \infty$, then $T \rightarrow -1$ and parameter c does not affect the values of T .

Figure 4. Shannon entropy of the $BPL(a, b, c)$ distribution

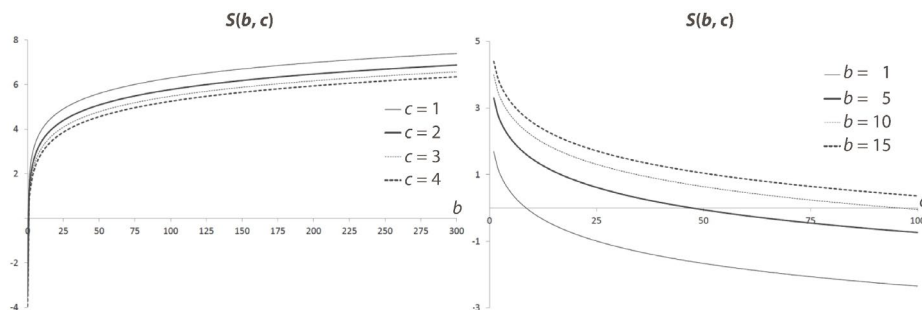
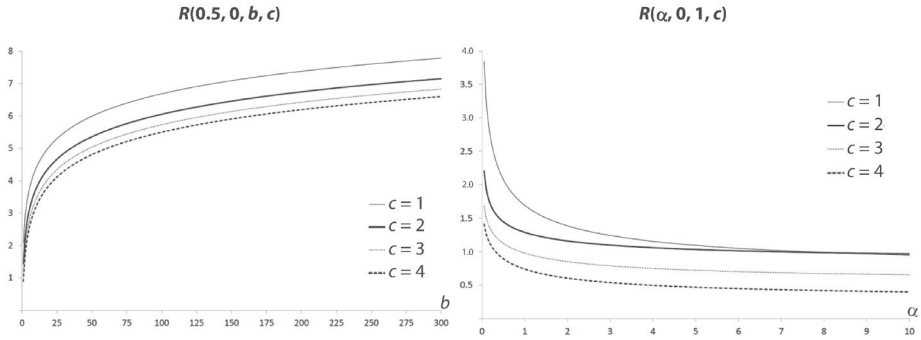
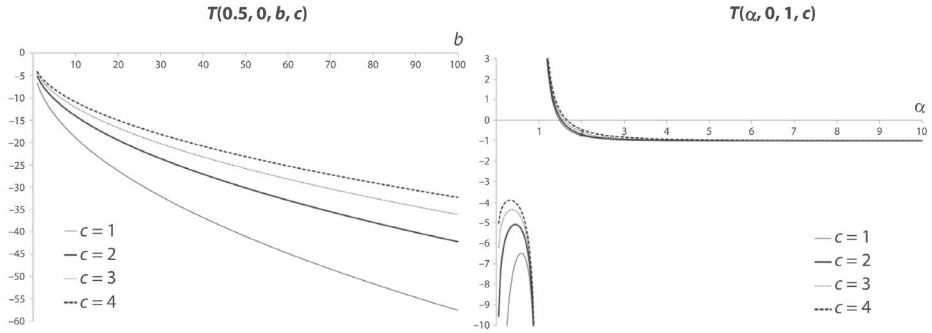


Figure 5. Renyi entropy of the $BPL(a, b, c)$ distribution

Source: authors' work.

Figure 6. Tsallis entropy of the $BPL(a, b, c)$ distribution

Source: authors' work.

2.7. Fisher information matrix

The Fisher information matrix plays an important role in many statistical applications. The Fisher information matrix is used e.g. to construct hypothesis tests and confidence intervals using maximum likelihood estimators in the frequentist paradigm, to define the default priority in the Bayesian paradigm, or to measure model complexity in the minimum description length paradigm (Ly et al., 2017).

Theorem 10. Fisher information matrix $I_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) for the $BPL(a, b, c)$ distribution is given by

$$I_{11} = \frac{\frac{\Gamma(1-\frac{2}{c})}{b^2}}{(c-1)^{-2}} - \frac{b^c}{\left(\frac{2c^2-2c}{b^c}\right)^{-1}} + \frac{2b^{2c}}{c^{-2}b^{2c}} = \frac{(c-1)^2\Gamma(1-\frac{2}{c})}{b^2} + 2c,$$

$$\begin{aligned}
I_{12} = I_{21} &= \frac{(2c \operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) - c^2 \operatorname{sgn}(b, 0) - c + 1)}{b^2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \\
&+ \frac{c \Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)}{b + b^{1-c}} - \frac{c^2 \operatorname{sgn}(b, 0)}{b^2 \Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \frac{\operatorname{sgn}(b, 0)(2c^2 - 2c)}{b^2 \Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)^{-1}}, \\
I_{13} = I_{31} &= \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right)}{b[1 - c \ln(b)]^{-1}} + \frac{\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)}{b[1 + \ln(b) - 2c \ln(b)]^{-1}} + \frac{c \ln(b)}{b \Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \\
&+ \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)(1 - c)}{b^{2c-1} \left[c \ln(b) + \Psi\left(1 - \frac{1}{c}\right) \right]^{-1}} + \\
&+ \frac{\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)(2c + 1)}{b^{3c-1} \left[c \ln(b) + \Psi\left(2 - \frac{1}{c}\right) \right]^{-1}} - \frac{c \left[c \ln(b) + \Psi\left(3 - \frac{1}{c}\right) \right]}{b^{4c-1} \Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}}, \\
I_{22} &= \frac{[c \operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) + 1]^2}{b^3} + \frac{2c \operatorname{sgn}(b, 0)[\operatorname{sgn}(b, 0) - 1]}{b^{-3}}, \\
I_{23} = I_{32} &= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c}\right) \left[c + \Psi\left(\frac{1}{c}\right) \right] [1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c \operatorname{sgn}(b, 0)]}{bc^2} + \\
&+ \frac{[2 \operatorname{sgn}(b, 0) - c \operatorname{sgn}(b, 0) - 2] \Gamma\left(\frac{1}{c}\right) \Psi\left(\frac{1}{c}\right)}{bc}, \\
I_{33} &= \frac{2 \Gamma\left(\frac{1}{c}\right) \Psi\left(\frac{1}{c}\right) + \frac{\pi^2}{6} + 4\gamma + 3}{c^2} - \frac{2 \Gamma\left(\frac{1}{c}\right) \left[c + \Psi\left(\frac{1}{c}\right) \right]}{3},
\end{aligned}$$

where $\gamma \approx 0.577$ is the Euler-Mascheroni constant, $\operatorname{sgn}(z, x) = 0 \cdot I(z = 0) + z/|z| \cdot I(z \neq 0)$ and $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x)$, $\Psi'(x) = \frac{d^2}{dx^2} \ln \Gamma(x)$ are digamma and digamma1 functions, respectively.

Proof. First, we need to calculate the logarithm. From (2), we have

$$\ln[f(x_1|a, b, c)] = \ln\left(\frac{c}{2b}\right) + (c-1) \ln\left(\left|\frac{x_1-a}{b}\right|\right) - \left|\frac{x_1-a}{b}\right|^c.$$

Then, we need to calculate the partial derivatives

$$\begin{aligned}\frac{d\ln[f(x_1|a, b, c)]}{da} &= \frac{\operatorname{sgn}(x_1 - a, 0) \left[c \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - c + 1 \right]}{|x_1 - a|}, \\ \frac{d\ln[f(x_1|a, b, c)]}{db} &= b^{-1} c \left(\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - 1 \right), \\ \frac{d\ln[f(x_1|a, b, c)]}{dc} &= \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| - \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| + \frac{1}{c}.\end{aligned}$$

Thus, we obtain the Fisher score in the form of

$$\mathbf{h}(x_1; a, b, c) = \begin{bmatrix} \frac{\operatorname{sgn}(x_1 - a, 0) \left[c \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - c + 1 \right]}{|x_1 - a|} \\ b^{-1} c \left(\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - 1 \right) \\ \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| - \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| + \frac{1}{c} \end{bmatrix}.$$

Let $\mathbf{u}(x_1; a, p) = \mathbf{h}(x_1; a, p) \mathbf{h}(x_1; a, p)^T$, then

$$u_{11} = \frac{\left[c \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - c + 1 \right]^2}{(x_1 - a)^2}, \quad (35)$$

$$u_{12} = u_{21} = \frac{\left[c \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - c + 1 \right] \begin{bmatrix} 1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c \operatorname{sgn}(b, 0) \\ -c \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c c \operatorname{sgn}(b, 0) \end{bmatrix}}{|x_1 - a| b}, \quad (36)$$

$$u_{13} = u_{31} = \frac{\left[\frac{c}{b} \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c - \frac{c}{b} + \frac{1}{b} \right] \left[\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| - \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| + \frac{1}{c} \right]}{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|}, \quad (37)$$

$$u_{22} = \frac{\left[1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c \operatorname{sgn}(b, 0) - c \operatorname{sgn}(b, 0) \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right]^2}{b^3}, \quad (38)$$

$$u_{23} = u_{32} = \frac{\left[-\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| + \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| - \frac{1}{c} \right] \left[1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c \operatorname{sgn}(b, 0) - c \operatorname{sgn}(b, 0) \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right]}{b}, \quad (39)$$

$$u_{33} = \left[\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| - \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| + \frac{1}{c} \right]^2. \quad (40)$$

Let $I_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) = $E[u_{ij}]$, then based on (35)–(40), we have

$$I_{11} = \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^2}\right]}{(c-1)^{-2}} - \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-c}}\right]}{\left(\frac{2c^2 - 2c}{b^c}\right)^{-1}} + \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-2c}}\right]}{c^{-2}b^{2c}}, \quad (41)$$

$$I_{12} = I_{21} = \frac{2c\operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) - c^2\operatorname{sgn}(b, 0) - c + 1}{+bE\left[\frac{1}{|x_1 - a|}\right]^{-1}} + \frac{cE\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-c}}\right]}{(b^c + 1)^{-1}} + \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-2c}}\right]}{b^{2c+1}c^{-2}\operatorname{sgn}(b, 0)^{-1}} + \frac{\operatorname{sgn}(b, 0)E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-c}}\right]}{b^{c+1}(2c^2 - 2c)^{-1}}, \quad (42)$$

$$I_{13} = I_{31} = \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|}\right]}{\left\{\left(\frac{1}{c} - 1\right)[1 - c\ln(b)]\right\}^{-1}} + \frac{E\left[\frac{|\ln|x_1 - a||}{|x_1 - a|}\right]}{(1-c)^{-1}} + \frac{b^{-c}E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-c}}\right]}{[1 + \ln(b) - 2c\ln(b)]^{-1}} + \frac{E\left[\frac{|\ln|x_1 - a||}{|x_1 - a|^{1-c}}\right]}{b^c(2c+1)^{-1}} - \frac{E\left[\frac{|\ln|x_1 - a||}{|x_1 - a|^{1-2c}}\right]}{c^{-1}b^{2c}} + \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-2c}}\right]}{b^{2c}[c\ln(b)]^{-1}}, \quad (43)$$

$$I_{22} = \frac{[c\operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) + 1]^2}{b^3} + \frac{2cE\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-c}}\right]b - c\operatorname{sgn}(b, 0)}{b^3[\operatorname{sgn}(b, 0) - c\operatorname{sgn}(b, 0) - 1]^{-1}} + \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-2c}}\right]}{c^{-2}b^{2c+3}\operatorname{sgn}(b, 0)^{-2}}, \quad (44)$$

$$I_{23} = I_{32} = \frac{\operatorname{sgn}(b, 0) - c\operatorname{sgn}(b, 0) - 1}{bc} + \frac{E\left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-c}}\right]}{b^{c+1}\operatorname{sgn}(b, 0)^{-1}} + \frac{E\left[\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c \ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right] - E\left[\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right]}{b[1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c\operatorname{sgn}(b, 0)]^{-1}}, \quad (45)$$

$$I_{33} = E\left[\left(\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right)^2\right] + \frac{2E\left[\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right] + \frac{1}{c}}{c} + E\left[\frac{\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^{2c}}{\left(\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right)^{-2}}\right] - \frac{2}{c}E\left[\frac{\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c}{\left(\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right)^{-1}}\right] - 2E\left[\frac{\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c}{\left(\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right)^{-2}}\right]. \quad (46)$$

Let us define the following:

$$Int_A(d, e) = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} |x_1 - a|^{cd+e} \exp\left(-\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c\right) dx_1, \quad (47)$$

$$Int_B(d, e) = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^{cd+e} \ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right| \exp\left(-\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c\right) dx_1, \quad (48)$$

$$Int_C(d, e) = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} |x_1 - a|^{cd+e} \ln|x_1 - a| \exp\left(-\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c\right) dx_1, \quad (49)$$

$$Int_D(d, e) = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^{cd+e} \left(\ln\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|\right)^2 \exp\left(-\left|\frac{x_1 - a}{b}\right|^c\right) dx_1. \quad (50)$$

Substituting $|x_1 - a|^c b^{-c} = u$, we write (47)–(50) in a simpler form, namely:

$$\begin{aligned} Int_A(d, e) &= b^{cd+e-1+c} \int_0^{\infty} u^{\frac{1}{c}+d+\frac{e}{c}-1} \exp(-u) du = \\ &= b^{cd+e-1+c} \Gamma\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right), \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} Int_B(d, e) &= \frac{1}{c} \int_0^{\infty} u^{\frac{1}{c}+d+\frac{e}{c}-1} \ln(u) \exp(-u) du = \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right) \Psi\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right)}{c}, \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} Int_C(d, e) &= \frac{c}{b^{2c-1}} \int_0^{\infty} u^{\frac{1}{c}+d+\frac{e}{c}-1} \ln\left(bu^{\frac{1}{c}}\right) \exp(-u) du = \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right) \left[\Psi\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right) + c \ln(b)\right]}{b^{2c-1}} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} Int_D(d, e) &= \frac{1}{c^2} \int_0^{\infty} u^{\frac{1}{c}+d+\frac{e}{c}-1} [\ln(u)]^2 \exp(-u) du = \\ &= \frac{\left\{ \left[\Psi\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right)\right]^2 + \Psi'\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right) \right\}}{\Gamma\left(\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c}\right)^{-1} c^2} \end{aligned} \quad (54)$$

where $\frac{1}{c} + d + \frac{e}{c} > 0$.

To write the Fisher Information Matrix in a simpler form, we need to calculate formulas Int_i ($i = 1, \dots, 12$) as shown below. Based on (51)–(54), we use

$Int_A(d, e)$, $Int_B(d, e)$, $Int_C(d, e)$ and $Int_D(d, e)$ to calculate Int_{1-6} , Int_{7-8} , Int_{9-11} and Int_{12-14} , respectively. We obtain

$$\begin{aligned} Int_1 &= E \left[\frac{1}{|x_1 - a|^2} \right] = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{c-3}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = \\ &= Int_A(1, -3) = \frac{\Gamma \left(1 - \frac{2}{c} \right)}{b^2}, \end{aligned}$$

$$Int_2 = E \left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-c}} \right] = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{2c-1}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_A(2, -1) = b^c,$$

$$Int_3 = E \left[\frac{1}{|x_1 - a|^{-2c}} \right] = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{3c-1}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_A(3, -1) = 2b^{2c},$$

$$\begin{aligned} Int_4 &= E \left[\frac{1}{|x_1 - a|} \right] = \\ &= \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{c-2}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_A(1, -2) = \frac{\Gamma \left(1 - \frac{1}{c} \right)}{b}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Int_5 &= E \left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-c}} \right] = \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{2c-2}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_A(2, -2) = \\ &= \frac{\Gamma \left(2 - \frac{1}{c} \right)}{b^{1-c}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Int_6 &= E \left[\frac{1}{|x_1 - a|^{1-2c}} \right] = \\ &= \frac{c}{2b^c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{3c-2}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_A(3, -2) = \frac{\Gamma \left(3 - \frac{1}{c} \right)}{b^{1-2c}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Int_7 &= E \left[\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right] = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{c-1}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| dx_1 = \\ &= Int_B(0, 0) = \frac{\Gamma \left(\frac{1}{c} \right) \Psi \left(\frac{1}{c} \right)}{c}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_8 &= E \left[\frac{\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|}{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{-c}} \right] = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{2c-1}}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} \ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| dx_1 = \\
 &= Int_B(1, 0) = \frac{\Gamma \left(\frac{1}{c} \right) \left[c + \Psi \left(\frac{1}{c} \right) \right]}{c^2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_9 &= E \left[\frac{\ln |x_1 - a|}{|x_1 - a|} \right] = \frac{c}{2b^{2c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{c-2} \ln |x_1 - a|}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_c(1, -2) = \\
 &= \frac{\Gamma \left(1 - \frac{1}{c} \right) \left[c \ln(b) + \Psi \left(1 - \frac{1}{c} \right) \right]}{b^{2c-1}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_{10} &= E \left[\frac{\ln |x_1 - a|}{|x_1 - a|^{1-c}} \right] = \frac{0.5c}{b^{2c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{2c-2} \ln |x_1 - a|}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_c(2, -2) = \\
 &= \frac{\Gamma \left(2 - \frac{1}{c} \right) \left[c \ln(b) + \Psi \left(2 - \frac{1}{c} \right) \right]}{b^{2c-1}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_{11} &= E \left[\frac{\ln |x_1 - a|}{|x_1 - a|^{1-2c}} \right] = \frac{c}{2b^{2c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x_1 - a|^{3c-2} \ln |x_1 - a|}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_c(3, -2) = \\
 &= \frac{\Gamma \left(3 - \frac{1}{c} \right) \left[c \ln(b) + \Psi \left(3 - \frac{1}{c} \right) \right]}{b^{2c-1}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_{12} &= E \left[\left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2 \right] = \\
 &= \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{c-1} \left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_D(1, -1) = \frac{6\gamma + \pi^2}{6c^2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_{13} &= E \left[\frac{\left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2}{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{-2c}} \right] = \\
 &= \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{3c-1} \left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_D(3, -1) = \\
 &= \frac{2\gamma^2 - 6\gamma + \frac{\pi^2}{3} + 2}{c^2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Int_{14} &= E \left[\frac{\left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2}{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{-c}} \right] = \\
 &= \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^{2c-1} \left(\ln \left| \frac{x_1 - a}{b} \right| \right)^2}{\exp \left(- \left| \frac{x_1 - a}{b} \right|^c \right)^{-1}} dx_1 = Int_D(2, -1) = \\
 &= \frac{\gamma^2 - 2\gamma + \frac{\pi^2}{6}}{c^2}.
 \end{aligned}$$

Substituting formulas $Int_1 - Int_{14}$ for (41)–(46), as a result of simple transformations, we receive

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= \frac{\frac{\Gamma\left(1 - \frac{2}{c}\right)}{b^2}}{(c-1)^{-2}} - \frac{b^c}{\left(\frac{2c^2 - 2c}{b^c}\right)^{-1}} + \frac{2b^{2c}}{c^{-2}b^{2c}} = \frac{(c-1)^2\Gamma\left(1 - \frac{2}{c}\right)}{b^2} + 2c, \\
 I_{12} &= \frac{(2c\operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) - c^2\operatorname{sgn}(b, 0) - c + 1)}{b^2\Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \\
 &+ \frac{c\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)}{b + b^{1-c}} - \frac{c^2\operatorname{sgn}(b, 0)}{b^2\Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \frac{\operatorname{sgn}(b, 0)(2c^2 - 2c)}{b^2\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)^{-1}}, \\
 I_{13} &= \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right)}{b[1 - c\ln(b)]^{-1}} + \frac{\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)}{b[1 + \ln(b) - 2c\ln(b)]^{-1}} + \frac{c\ln(b)}{b\Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}} + \\
 &+ \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{c}\right)(1 - c)}{b^{2c-1}\left[c\ln(b) + \Psi\left(1 - \frac{1}{c}\right)\right]^{-1}} + \\
 &+ \frac{\Gamma\left(2 - \frac{1}{c}\right)(2c + 1)}{b^{3c-1}\left[c\ln(b) + \Psi\left(2 - \frac{1}{c}\right)\right]^{-1}} - \frac{c\left[c\ln(b) + \Psi\left(3 - \frac{1}{c}\right)\right]}{b^{4c-1}\Gamma\left(3 - \frac{1}{c}\right)^{-1}}, \\
 I_{22} &= \frac{[c\operatorname{sgn}(b, 0) - \operatorname{sgn}(b, 0) + 1]^2}{b^3} + \frac{2c\operatorname{sgn}(b, 0)[\operatorname{sgn}(b, 0) - 1]}{b^{-3}}, \\
 I_{23} = I_{32} &= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)\left[c + \Psi\left(\frac{1}{c}\right)\right][1 - \operatorname{sgn}(b, 0) + c\operatorname{sgn}(b, 0)]}{bc^2} + \\
 &+ \frac{[2\operatorname{sgn}(b, 0) - c\operatorname{sgn}(b, 0) - 2]\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)\Psi\left(\frac{1}{c}\right)}{bc},
 \end{aligned}$$

$$I_{33} = \frac{2\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)\Psi\left(\frac{1}{c}\right) + \frac{\pi^2}{6} + 4\gamma + 3}{c^2} - \frac{2\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)\left[c + \Psi\left(\frac{1}{c}\right)\right]}{3}.$$

The proof is thus complete.

3. Estimation methods and simulation study

Studying the literature devoted to the distribution theory, we find that the most dominant method of parameter estimation is the maximum likelihood (ML) method. However, the question remains whether this choice is right. The more recent the paper, the more often the parameters are estimated using other methods, e.g. the ordinary least-squares (OLS) and weighted least-squares (WLS) ones (see e.g. Almetwally, 2022; Shama et al., 2023; Sulewski et al., 2025). The natural estimation measure is also a very interesting proposal, involving the use of the least absolute values (LAV). The LAV measure corresponds to the absolute values of the differences between the empirical and theoretical CDFs (Sulewski et al., 2025).

Let $\boldsymbol{\theta} = (a, b, c)$ be the parameter vector and $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ be a random sample of size n from the $BPL(a, b, c)$. To estimate the unknown values of the parameters, we use such estimation methods as the ML, OLS, WLS and LAV. All calculations were performed using the R software.

The likelihood function (LF), based on (2), is given by

$$L(x_i^*; \boldsymbol{\theta}) = \frac{c}{2b} \prod_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - a}{b} \right|^{c-1} \exp\left(-\left| \frac{x_i^* - a}{b} \right|^c\right), \quad (55)$$

thus, the log-likelihood function (LLF) is defined as

$$l(x_i^*; \boldsymbol{\theta}) = \ln L(x_i^*; \boldsymbol{\theta}) = n \ln \frac{c}{2b} + (c-1) \sum_{i=1}^n \ln \left| \frac{x_i^* - a}{b} \right| - \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - a}{b} \right|^c. \quad (56)$$

Formulas $\frac{dl}{da}, \frac{dl}{db}, \frac{dl}{dc}$ have complex forms, so in practice, to obtain the ML estimates, we maximise the LF (55) or the LLF (56) e.g. in Excel, the R software and Mathcad instead of struggling with a system of three complicated nonlinear equations that may have extraneous roots.

To obtain the OLS, WLS and LAV estimates of the BPL parameters, we minimise the following objective functions, respectively:

$$OLS(x_i^*; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{i}{n+1} - F(x_i^*; \boldsymbol{\theta}) \right\}^2, \quad (57)$$

$$WLS(x_i^*; \boldsymbol{\vartheta}) = \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left\{ \frac{i}{n+1} - F(x_i^*; \boldsymbol{\vartheta}) \right\}^2, \quad (58)$$

$$LAV(x_i^*; \boldsymbol{\vartheta}) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{i}{n+1} - F(x_i^*; \boldsymbol{\vartheta}) \right|^2, \quad (59)$$

where $F(x_i^*; \boldsymbol{\vartheta})$ is given by (7).

The biases and the root mean squared errors (RMSEs) of the MLEs are shown in Table 1. The simulation study was performed with 10^4 samples using sample sizes of 50, 100, 200. The samples were drawn from the $BPL(0, 1, c)$, where $c = (1, 2, 3)$. To obtain highly accurate parameter estimates, the optimisation procedure was run 10^2 times with $a_s = Unif(a - 0.1, a + 0.1)$, $b_s = Unif(b, b + 0.1)$ and $c_s = Unif(c, c + 0.1)$ random initial values. Our estimates for a given sample are the values that minimise (57)–(59) and maximise (56).

We observe that the estimates approach true values when the sample size increases, which implies the consistency of the estimates. The RMSE decreases along with the value of c for $\hat{a}$, $\hat{b}$ and increases with the value of c for $\hat{c}$. The bias increases with the value of c for $\hat{c}$. The smallest bias is for the position parameter.

Table 1. Biases and RMSEs of the estimates obtained through various methods (M)

M	$\hat{a}$		$\hat{b}$		$\hat{c}$	
	bias	RMSE	bias	RMSE	bias	RMSE
$c = 1, n = 50$						
ML	0.0017	0.1682	-0.0171	0.1540	0.0080	0.1632
OLS	0.0018	0.1617	0.0385	0.1674	0.0059	0.1566
WLS	-0.0022	0.1641	0.0196	0.1589	0.0159	0.1523
LAV	-0.0020	0.1607	0.0400	0.1679	0.0079	0.1664
$c = 1, n = 100$						
ML	-0.0013	0.1072	-0.0073	0.1077	-0.0013	0.1037
OLS	0.0010	0.1108	0.0172	0.1145	0.0024	0.1031
WLS	-0.0014	0.1138	0.0086	0.1096	0.0094	0.0969
LAV	0.0002	0.1119	0.0195	0.1169	0.0034	0.1076
$c = 1, n = 200$						
ML	-0.0004	0.0811	-0.0054	0.0770	-0.0011	0.0698
OLS	0.0007	0.0774	0.0092	0.0799	0.0010	0.0697
WLS	-0.0003	0.0794	0.0038	0.0770	0.0055	0.0667
LAV	-0.0002	0.0790	0.0105	0.0811	0.0024	0.0731
$c = 2, n = 50$						
ML	0.0004	0.0641	0.0008	0.0750	0.0807	0.2534
OLS	-0.0003	0.1334	0.0074	0.0823	0.0216	0.3287
WLS	-0.0006	0.1230	0.0018	0.0797	0.0298	0.3038
LAV	0.0027	0.1248	0.0086	0.0831	0.0414	0.3562
$c = 2, n = 100$						
ML	-0.0003	0.0390	0.0005	0.0523	0.0422	0.1667
OLS	0.0002	0.0912	0.0048	0.0561	0.0137	0.2063
WLS	-0.0004	0.0850	0.0017	0.0546	0.0225	0.1948
LAV	-0.0004	0.0863	0.0045	0.0573	0.0184	0.2242

Table 1. Biases and RMSEs of the estimates obtained through various methods (M; cont.)

M	$\hat{a}$		$\hat{b}$		$\hat{c}$	
	bias	RMSE	bias	RMSE	bias	RMSE
$c = 2, n = 200$						
ML	0.0000	0.0284	-0.0004	0.0373	0.0188	0.1143
OLS	-0.0001	0.0645	0.0015	0.0396	0.0061	0.1401
WLS	-0.0001	0.0585	0.0004	0.0386	0.0136	0.1309
LAV	-0.0003	0.0612	0.0026	0.0405	0.0124	0.1501
$c = 3, n = 50$						
ML	0.0004	0.0448	-0.0019	0.0498	0.1214	0.3797
OLS	0.0013	0.0882	0.0040	0.0547	0.0891	0.4727
WLS	-0.0009	0.0812	0.0023	0.0531	0.0859	0.4565
LAV	-0.0003	0.0855	0.0037	0.0558	0.1280	0.5657
$c = 3, n = 100$						
ML	0.0002	0.0312	-0.0010	0.0351	0.0602	0.2521
OLS	-0.0002	0.0635	0.0019	0.0381	0.0407	0.3098
WLS	0.0003	0.0566	0.0012	0.0366	0.0513	0.2940
LAV	0.0002	0.0600	0.0023	0.0386	0.0638	0.3567
$c = 3, n = 200$						
ML	0.0002	0.0220	-0.0006	0.0249	0.0289	0.1732
OLS	0.0001	0.0449	0.0010	0.0263	0.0221	0.2114
WLS	-0.0002	0.0403	0.0004	0.0259	0.0267	0.2006
LAV	-0.0001	0.0427	0.0010	0.0269	0.0295	0.2320

Note. Samples of size n were drawn from the $BPL(0,1,c)$.

Source: authors' work.

4. Application

In this section, we present two real data examples to demonstrate the flexibility and applicability of the BPL. A total of ten distributions are involved in Monte Carlo simulations.

The models selected for comparison with the BPL are: the beta-normal (BNS, Eugene et al., 2002), bimodal exponential power (BEP, Hassan & Hijazi, 2010), bimodal normal (BN, Hassan & Hijazi, 2010), bimodal Laplace (BL, Harandi & Alamatsaz, 2013), bimodal-symmetric-normal (BSN, Hassan & El-Bassiouni, 2016), bimodal power normal (BPN, Bolfarine et al., 2018), bimodal normal (BND, Vila et al., 2021), compound normal (CN) and compound Laplace (CL). The PDFs of the used models are shown in Table 2.

Table 2. PDFs $f(x; \theta)$, $x \in R$ of the models used in the fitting data

Model	PDF
BPL	$f(x; a, b, c) = \frac{c}{2b^{c+1}} x - a ^{c-1} \exp \left[- \left \frac{x - a}{b} \right ^c \right] \quad (c \geq 1)$
BEP	$f_{BEP}(x; a, b, c, d) = \frac{c x - a ^d}{2b^{d+1}\Gamma[(d+1)c^{-1}]} \exp \left[- \left \frac{x - a}{b} \right ^c \right] \quad (c \geq 1, d \geq 0)$
BPN	$f_{BPN}(x; a, b, c) = \frac{c2^{c-1}\phi(x; a, b)}{b(2^c - 1)} \Phi \left(\left \frac{x - a}{b} \right ; 0, 1 \right)^{c-1} \quad (c > 0)$
BN	$f_{BN}(x; a, b) = \frac{2(x - a)^2}{b^3\sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{x - a}{b} \right)^2 \right]$
BL	$f_{BL}(x; a, b) = \frac{1}{4b} \left(\frac{x - a}{b} \right)^2 \exp \left(- \left \frac{x - a}{b} \right \right)$
CN	$f_{CN}(x; a, b, c, d, e) = e\phi(x; a, b) + (1 - e)\phi(x; c, d) \quad (c \in R, d > 0)$
BND	$f_{BND}(x; a, b, c) = \frac{\cosh[b^{-1}c(x - a)]}{b\sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{x - a}{b} \right)^2 - \frac{c^2}{2} \right] \quad (c \in R)$
CL	$f_{CL}(x; a, b, c, d, e) = \frac{e}{2b} \exp \left(- \left \frac{x - a}{b} \right \right) + \frac{1 - e}{2d} \exp \left(- \left \frac{x - c}{d} \right \right) \quad (c \in R, d > 0)$
BSN	$f_{BSN}(x; a, b, c) = \frac{2b^{1.5}(x - c)^2 \exp[-b(x - a)^2]}{\sqrt{\pi}[1 + 2b(c - a)^2]} \quad (c \in R)$
BNS	$f_{BNS}(x; a, b, c) = \frac{\Gamma(2c)\Phi(x; a, b)^{c-1}}{\Gamma(c)^2} \phi(x; a, b)(1 - \Phi(x; a, b))^{c-1}$

Note. Symbols ϕ and Φ denote the PDF and CDF of the normal distribution, respectively, $a \in R, b > 0, e \in [0, 1]$. Source: authors' work.

Let be a vector $\hat{\theta}$ of the model parameters. The estimation of the model parameters is carried out by the ML method. To avoid local maxima of the logarithmic likelihood function, the optimisation routine is run 100 times with several different starting values that are widely scattered in the parameter space. The Kolmogorov-Smirnov (KS) test (in the Lilliefors variant) was used for model fitting, while the Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC) and Hannan-Quinn Information Criterion (HQIC) were used for model comparisons. Let us note that

$$AIC = -2l + 2p, \quad BIC = -2l + p \ln(n), \quad HQIC = -2l + 2p \ln(\ln(n)),$$

where l is the log-likelihood function (56), n is the sample size and p is the number of model parameters.

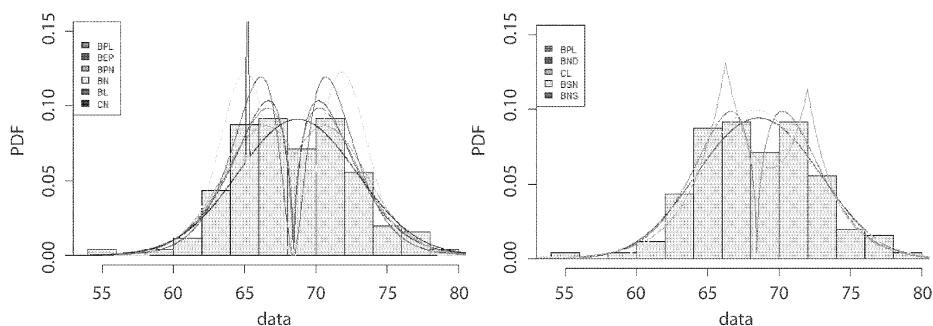
Figures 7–8 show the estimated PDFs for the analysed model. Tables 3–4 display the values of the MLEs and standard errors (in parentheses), the information criteria and the KS test statistics. The lowest values of the information criteria and the KS test statistics are marked in bold.

Let $a, b, \gamma_1, \bar{\gamma}_2$ denote the mean, standard deviation, skewness and excess kurtosis, respectively.

Example 1. The first data set presents the height (in inches) of 126 students from University of Pennsylvania (Cruz-Medina, 2001; Hassan & Hijazi, 2010). The descriptive statistics are: $a = 68.55, b = 4.16, \gamma_1 = -0.05, \bar{\gamma}_2 = 0.05$.

Table 3 shows that the BPN, CL, BPL and BNS models stand out with respect to the KS test statistics. The BPL, CN and BEP models are the best according to the information criteria. Based on the graphical and numerical results, the BPL distribution is considered as one of the best models for the analysed first data set.

Figure 7. Estimated PDF of the analysed distributions (first data set)



Source: authors' work.

Table 3. MLEs (SE), information criteria and KS test statistics (first data set)

Model	MLEs (SE)	AIC	BIC	HQIC	KS
BPL	$\hat{a} = 68.442 (0.133)$ $\hat{b} = 3.777 (0.238)$ $\hat{c} = 1.492 (0.102)$	713.780	722.289	717.237	0.045
BEP	$\hat{a} = 68.434 (0.116)$ $\hat{b} = 2.748 (1.685)$ $\hat{c} = 1.231 (0.400)$ $\hat{d} = 0.706 (0.404)$	715.366	726.712	719.976	0.050
BPN	$\hat{a} = 68.540 (0.272)$ $\hat{b} = 3.694 (0.298)$ $\hat{c} = 2.171 (0.681)$	718.808	727.317	722.265	0.040
BN	$\hat{a} = 68.440 (0.068)$ $\hat{b} = 3.382 (0.123)$	794.392	800.060	796.697	0.118
BL	$\hat{a} = 68.428 (0.072)$ $\hat{b} = 1.135 (0.058)$	726.825	732.497	729.120	0.060
CN	$\hat{a} = 65.217 (0.026)$ $\hat{b} = 0.050 (0.017)$ $\hat{c} = 68.715 (0.384)$ $\hat{d} = 4.175 (0.270)$ $\hat{e} = 0.048 (0.022)$	714.167	728.348	719.928	0.047

Table 3. MLEs (SE), information criteria and KS test statistics (first data set; cont.)

Model	MLEs (SE)	AIC	BIC	HQIC	KS
BND	$\hat{a} = 68.550$ (0.371) $\hat{b} = 3.581$ (1.797) $\hat{c} = 0.581$ (1.150)	721.662	730.170	725.118	0.051
CL	$\hat{a} = 66.250$ (0.025) $\hat{b} = 2.386$ (0.353) $\hat{c} = 72.000$ (0.020) $\hat{d} = 1.958$ (0.384) $\hat{e} = 0.600$ (0.065)	718.662	732.840	724.423	0.042
BSN	$\hat{a} = 64.136$ (0.676) $\hat{b} = 57.338$ (0.728) $\hat{c} = 0.022$ (0.003)	719.728	728.236	723.184	0.058
BNS	$\hat{a} = 68.596$ (0.352) $\hat{b} = 1.480$ (0.931) $\hat{c} = 0.186$ (0.196)	721.187	729.696	724.644	0.046

Note. The best results are marked in bold.

Source: authors' work.

Example 2. The second data set presents 500 units observed for variable $Z = b.\text{weight}$, which is the ultrasound weight (fetal weight in grams). These data are available for downloading at <http://www.mat.uda.cl/hsalinas/data/weight.rar>. The descriptive statistics are: $a = 3210.36$, $b = 834.09$, $\gamma_1 = 0.07$, $\bar{\gamma}_2 = -0.93$.

Table 4. MLEs (SE), information criteria and KS test statistics (second data set)

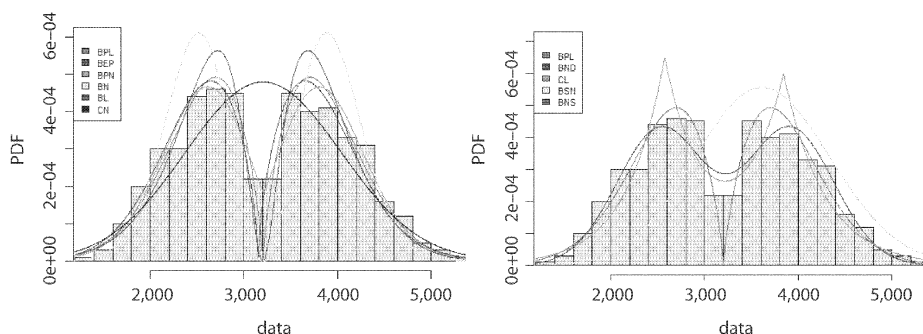
Model	MLEs (SE)	AIC	BIC	HQIC	KS
BPL	$\hat{a} = 3201.578$ (9.003) $\hat{b} = 808.646$ (21.590) $\hat{c} = 1.760$ (0.063)	8086.885	8099.528	8091.846	0.023
BEP	$\hat{a} = 3151.489$ (7.324) $\hat{b} = 903.144$ (163.642) $\hat{c} = 1.945$ (0.384) $\hat{d} = 0.622$ (0.173)	8094.724	8111.582	8101.339	0.043
BPN	$\hat{a} = 3209.213$ (21.069) $\hat{b} = 660.716$ (21.564) $\hat{c} = 3.747$ (0.353)	8088.208	8100.850	8093.170	0.019
BN	$\hat{a} = 3201.644$ (5.621) $\hat{b} = 680.390$ (12.422)	8238.393	8246.822	8241.701	0.078
BL	$\hat{a} = 3200.725$ (5.812) $\hat{b} = 240.437$ (6.208)	8124.837	8133.266	8128.145	0.034
CN	$\hat{a} = 3297.540$ (224.593) $\hat{b} = 831.199$ (37.564) $\hat{c} = 3003.800$ $\hat{d} = 799.626$ (15.790) $\hat{e} = 0.702$ (0.742)	8154.037	8175.110	8162.300	0.066
BND	$\hat{a} = 3223.212$ (27.591) $\hat{b} = 466.244$ (20.094) $\hat{c} = 1.481$ (0.090)	8094.226	8106.870	8099.187	0.029

Table 4. MLEs (SE), information criteria and KS test statistics (second data set; cont.)

Model	MLEs (SE)	AIC	BIC	HQIC	KS
CL	$\hat{a} = 3842.806$ $\hat{b} = 437.147 (30.587)$ $\hat{c} = 2575.420$ $\hat{d} = 404.305 (29.343)$ $\hat{e} = 0.500 (0.024)$	8135.481	8156.554	8143.750	0.028
BSN	$\hat{a} = 3200.089$ $\hat{b} = 703.798$ $\hat{c} = 8.402e - 07$	8363.613	8376.257	8368.575	0.272
BNS	$\hat{a} = 3207.324$ $\hat{b} = 792.528$ $\hat{c} = 0.912$	8149.743	8162.387	8154.705	0.065

Note. The best results are marked in bold.

Source: authors' work.

Figure 8. Estimated PDF of the analysed distributions (second data set)

Source: authors' work.

Table 4 shows that the BPN, BPL, CL and BND models stand out with respect to the KS test statistics. The BPL, BPN, BEP and BND models are the best according to the information criteria. Based on the graphical and the numerical results, the BPL distribution is considered as one of the best models for the analysed second data set.

5. Conclusions

The authors of this paper have defined the bimodal power Laplace distribution from the standard Laplace distribution. The PDF of the analysed distribution can also be obtained by applying the Fernández-Steel transformation (Fernández & Steel, 1998) to the Weibull distribution with a scale parameter equal to 1. The main goal of this paper was to present the unknown properties of the distribution in question. It turned out that the

PDF of the bimodal power Laplace distribution is the same as the PDF of the double Weibull distribution (Balakrishnan & Kocherlakota, 1985).

The goals of the article, which included a brief summary of the known and presentation of the unknown properties of the BPL distribution, and a chronological overview of the distributions belonging to the large family of Laplace distributions and four estimation methods, have been achieved.

Simulation examples showed that estimation procedures performed well. Real data examples demonstrate that the bimodal power Laplace distribution is a flexible model that deserves to be added to the existing distributions for modelling bimodal data.

Future research directions could involve extending this model to handle multimodal datasets with more than two modes, and developing applications in emerging fields like machine learning and data science.

References

- Alavi, S. M. R. (2012). On a New Bimodal Normal Family. *Journal of Statistical Research of Iran*, 8(2), 163–176. <https://doi.org/10.18869/acadpub.jsri.8.2.163>.
- Ali, M. M., Pal, M., & Woo, J. (2009). Skewed Reflected Distributions Generated by the Laplace Kernel. *Austrian Journal of Statistics*, 38(1), 45–58. <https://doi.org/10.17713/ajs.v38i1.259>.
- Almetwally, E. M. (2022). The Odd Weibull inverse Topp-Leone distribution with Applications to COVID-19 Data. *Annals of Data Science*, 9(1), 121–140. <https://doi.org/10.1007/s40745-021-00329-w>.
- Arowolo, O. T., Nurudeen, T. S., Akinyemi, J. A., Ogunsanya, A. S., & Ekum, M. I. (2019). Reduced Beta Skewed Laplace Distribution with Application to Failure-Time of Electrical Component Data. *Annals of Statistical Theory and Applications*, 1(1), 31–41.
- Aryal, G., & Nadarajah, S. (2005). On the skew Laplace distribution. *Journal of Information & Optimization Sciences*, 26(1), 205–217. <https://doi.org/10.1080/02522667.2005.10699644>.
- Bagchi, U., Hayya, J. C., & Ord, J. K. (1983). The Hermite distribution as a model of demand during lead time for slow-moving items. *Decision Sciences*, 14(4), 447–466. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1983.tb00199.x>.
- Balakrishnan, N., & Kocherlakota, S. (1985). On the double Weibull distribution: order statistics and estimation. *Sankhya: The Indian Journal of Statistics. Series B*, 47(2), 161–178.
- Beale, P. D. (1996). *Statistical Mechanics* (2nd ed.). Butterworth-Heinemann.
- Bolfarine, H., Martínez-Flórez, G., & Salinas, H. S. (2018). Bimodal symmetric-asymmetric power-normal families. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 47(2), 259–276. <https://doi.org/10.1080/03610926.2013.765475>.
- Chen, C. (2002). Tests for the goodness-of-fit of the Laplace distribution. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 31(1), 159–174. <https://doi.org/10.1081/SAC-9687287>.
- Cordeiro, G. M., & Lemonte, A. J. (2011). The beta Laplace distribution. *Statistics & Probability Letters*, 81(8), 973–982. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2011.01.017>.
- Cruz-Medina, I. R. (2001). *Almost nonparametric and nonparametric estimation in mixture models* [doctoral dissertation, The Pennsylvania State University]. https://etda.libraries.psu.edu/files/final_submissions/2429.

- Dadi, M. I., & Marks, R. J. (1987). Detector relative efficiencies in the presence of Laplace noise. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 23(4), 568–582. <https://doi.org/10.1109/TAES.1987.310890>.
- Damsleth, E., & El-Shaarawi, A. H. (1989). ARMA Models with Double-exponentially Distributed Noise. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology*, 51(1), 61–69. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1989.tb01748.x>.
- Dierickx, D., Basu, B., Vleugels, J., & Van der Biest, O. (2000). Statistical extreme value modelling of particle size distributions: experimental grain size distribution type estimation and parameterization of sintered zirconia. *Materials Characterization*, 45(1), 61–70. [https://doi.org/10.1016/S1044-5803\(00\)00049-8](https://doi.org/10.1016/S1044-5803(00)00049-8).
- Du, Z. L. (2015). The bimodal structure of the solar cycle. *The Astrophysical Journal*, 804(1), 1–15. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/804/1/3>.
- Easterling, R. G. (1978). Exponential responses with double exponential measurement error – A model for steam generator inspection. In *Proceedings of the DOE Statistical Symposium* (pp. 90–110). US Department of Energy.
- Ely, J. T. A., Fudenberg, H. H., Muirhead, R. J., LaMarche, M. G., Krone, C. A., Buscher, D., & Stern, E. A. (1999). Urine mercury in micromercurialism: bimodal distribution and diagnostic implications. *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*, 63(5), 553–559. <https://doi.org/10.1007/s001289901016>.
- Eugene, N., Lee, C., & Famoye, F. (2002). Beta-normal distribution and its applications. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 31(4), 497–512. <https://doi.org/10.1081/STA-120003130>.
- Fernández, C., & Steel, M. F. J. (1998). On Bayesian modelling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93(441), 359–371. <https://doi.org/10.2307/2669632>.
- Fieller, N. J., Flenley, E. C., & Olbright, W. (1992) Statistics of Particle Size Data. *Journal of Applied Statistics*, 41(1), 127–146. <https://doi.org/10.2307/2347623>.
- George, D., & Rimsha, H. (2023). Kumaraswamy Esscher Transformed Laplace Distribution: Properties, Application and Extensions. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 19(1), 51–62. <https://doi.org/10.18187/pjsor.v19i1.3818>.
- Gómez-Déniz, E., Sarabia, J. M., & Calderín-Ojeda, E. (2021). Bimodal normal distribution: Extensions and applications. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 388, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.113292>.
- Hady, D. H. A., & Shalaby, R. M. (2016). Transmuted Laplace Distribution: Properties and Applications. *American Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 4(3), 94–98. <https://pubs.sciepub.com/ajams/4/3/5>.
- Harandi, S. S., & Alamatsaz, M. H. (2013). Alpha-skew-Laplace distribution. *Statistics & Probability Letters*, 83(3), 774–782. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2012.11.024>.
- Hartley, M. J., & Revankar, N. S. (1974). On the estimation of the Pareto law from under-reported data. *Journal of Econometrics*, 2(4), 327–341. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(74\)90018-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(74)90018-9).
- Hassan, M. Y., & El-Bassiouni, M. Y. (2016). Bimodal skew-symmetric normal distribution. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 45(5), 1527–1541. <https://doi.org/10.1080/03610926.2014.882950>.
- Hassan, M. Y., & Hijazi, R. H. (2010). A bimodal exponential power distribution. *Pakistan Journal of Statistics*, 26(2), 379–396. <https://pharmacy.aau.ac.ae/uploads/2018/12/201812051148392.pdf>.
- Hinkley, D. V., & Revankar, N. S. (1977). Estimation of the Pareto law from underreported data: A further analysis. *Journal of Econometrics*, 5(1), 1–11. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90031-8](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90031-8).
- Hirota, M., Holmgren, M., Van Nes, E. H., & Scheffer, M. (2011). Global resilience of tropical forest and savanna to critical transitions. *Science*, 334(6053), 232–235. <https://doi.org/10.1126/science.1210657>.

- Hoaglin, D. C., Mosteller, F., & Tukey, J. W. (1983). *Understanding Robust and Exploratory Data Analysis*. Wiley.
- Hsu, D. A. (1979). Long-tailed Distributions for Position Errors in Navigation. *Journal of Applied Statistics*, 28(1), 62–72. <https://doi.org/10.2307/2346812>.
- Inoue, T. (1979). *On income distribution: The welfare implications of the general equilibrium model, and the stochastic processes of income distribution formation* [doctoral dissertation, University of Minnesota].
- Johnson, N. L., Kotz, S., & Balakrishnan, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions* (vol. 2, 2nd ed.). John Wiley.
- Jurić, V. (2019). *Asymmetric double Weibull distribution and its applications* [doctoral dissertation, University of Ljubljana, School of Economics and Business]. http://www.cek.ef.uni-lj.si/doktor/Visnja_Juric.pdf.
- Jurić, V., & Kozubowski, T. J. (2004). Skew Weibull distributions on the real line I: Basic properties. *Journal of Probability and Statistical Science*, 2(2), 187–198.
- Jurić, V., & Kozubowski, T. J. (2005). Skew Weibull distributions on the real line: Estimation and Applications. *Journal of Probability and Statistical Science*, 3(1), 43–58.
- Khandeparkar, P. P., & Dixit, V. U. (2021). Generalized Skew Log Laplace Distribution. *Journal of the Indian Society for Probability and Statistics*, 22, 303–318. <https://doi.org/10.1007/s41096-021-00105-2>.
- Kiprotich, G. (2018). *Laplace Distribution and Its Generalizations* [master dissertation, University of Nairobi].
- Koenker, R., & Machado, J. A. F. (1999). Goodness of Fit and Related Inference Processes for Quantile Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 94(448), 1296–1310. <https://doi.org/10.1080/01621459.1999.10473882>.
- Kotz, S., Kozubowski, T. J., & Podgórski, K. (2001). *The Laplace Distribution and Generalizations. A Revisit with Applications to Communications, Economics, Engineering, and Finance*. Birkhäuser. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0173-1>.
- Kotz, S., Kozubowski, T. J., & Podgórski, K. (2002). Maximum likelihood estimation of asymmetric Laplace parameters. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 54(4), 816–826. <https://doi.org/10.1023/A:1022467519537>.
- Laplace, P. S. (1986). Memoir on the Probability of the Causes of Events (S. M. Stigler, Trans.). *Statistical Science*, 1(3), 364–378. <https://doi.org/10.1214/ss/1177013621>.
- Ly, A., Marsman, M., Verhagen, J., Grasman, R. P. P., & Wagenmakers, E. J. (2017). A tutorial on Fisher information. *Journal of Mathematical Psychology*, 80, 40–55. <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.05.006>.
- Manly, B. F. J. (1976). Some examples of double exponential fitness functions. *Heredity*, 36(2), 229–234. <https://doi.org/10.1038/hdy.1976.27>.
- Moors, J. J. A. (1988). A quantile alternative for kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 37(1), 25–32. <https://doi.org/10.2307/2348376>.
- Nassar, M. M. (2016). The Kumaraswamy-Laplace Distribution. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 12(4), 609–624. <https://doi.org/10.18187/pjsor.v12i4.1485>.
- Nekoukhou, V., & Alamatsaz, M. H. (2012). A family of skew-symmetric-Laplace distributions. *Statistical Papers*, 53(3), 685–696. <https://doi.org/10.1007/s00362-011-0372-7>.
- Perveen, Z., Munir, M., & Ahmad, M. (2017). Double Weibull distribution: properties and its application. *Pakistan Journal of Science*, 69(1), 95–100. <https://doi.org/10.57041/vol69iss1pp%25p>.
- Puig, P., & Stephens, M. A. (2000). Tests of fit for the Laplace distribution, with applications. *Technometrics*, 42(4), 417–424. <https://doi.org/10.1080/00401706.2000.10485715>.
- Radwan, S. S. (2020). The Generalization of Transmuted Laplace Distribution. *Journal of Statistics Applications & Probability*, 9(2), 299–308. <https://doi.org/10.18576/jsap/090210>.

- Rao, A. V. D., & Narasimham, V. L. (1989). Linear estimation in double Weibull distribution. *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series B*, 51(1), 24–64.
- Reed, W. J., & Jorgensen, M. (2004). The double Pareto-lognormal distribution: A new parametric model for size distributions. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 33(8), 1733–1753. <https://doi.org/10.1081/STA-120037438>.
- Sebastian, G., & Dais, G. (2012). Esscher transformed Laplace distributions and its applications. *Journal of Probability and Statistical Sciences*, 10(2), 135–152.
- Shah, S., & Hazarika, P. J. (2020). The Alpha Beta Skew Laplace Distribution and Its Applications. In P. Hazarika & L. Handique (Eds.), *Mathstatika* (vol. 1, pp. 153–170). Madhabdev University.
- Shah, S., Hazarika, P. J., & Chakraborty, S. (2019). *The Balakrishnan Alpha Skew Laplace Distribution: Properties and Its Applications*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.01084>.
- Shah, S., Hazarika, P. J., Chakraborty, S., & Alizadeh, M. (2023). The Balakrishnan-Alpha-Beta-Skew-Laplace Distribution: Properties and Applications. *Statistics, Optimization & Information Computing*, 11(3), 755–772. <https://doi.org/10.19139/soic-2310-5070-1247>.
- Shama, M. S., Alharthi, A. S., Almulhim, F. A., Gemeay, A. M., Meraou, M. A., Mustafa, M. S., Hussam, E., & Aljohani, H. M. (2023). Modified generalized Weibull distribution: theory and applications. *Scientific Reports*, 13(1), 1–16. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-38942-9>.
- Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal*, 27(3), 379–423. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x>.
- Shaw, W. T., & Buckley, I. R. C. (2009). *The alchemy of probability distributions: beyond Gram-Charlier expansions, and a skew kurtotic-normal distribution from a rank transmutation map*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0901.0434>.
- Sulewski, P., Alizadeh, M., Das, J., Hamedani, G. G., Hazarika, P. J., Contreras-Reyes, J. E., & Yousof, H. M. (2025). A New Logistic Distribution and Its Properties, Applications and PORT-VaR Analysis for Extreme Financial Claims. *Mathematical and Computational Applications*, 30(3), 1–30. <https://doi.org/10.3390/mca30030062>.
- Tabass, M. S., Borzadaran, G. R. M., & Amini, M. (2016). Renyi entropy in continuous case is not the limit of discrete case. *Mathematical Sciences and Applications e-Notes*, 4(1), 113–117. <https://doi.org/10.36753/mathenot.421418>.
- Tovar-Falón, R., & Martínez-Flórez, G. (2022). A New Class of Exponentiated Beta-Skew-Laplace Distribution. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 94(4), 1–17. <https://doi.org/10.1590/0001-376520220191597>.
- Tsallis, C. (1988). Possible generalizations of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, 52(1–2), 479–487. <https://doi.org/10.1007/BF01016429>.
- Vila, R., Saulo, H., & Roldan, J. (2021). *On some properties of the bimodal normal distribution and its bivariate version*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2106.00097>.
- Yilmaz, A. (2016). The flexible skew Laplace distribution. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 45(23), 7053–7059. <https://doi.org/10.1080/03610926.2014.974821>.
- Yu, K., & Zhang, J. (2005). A Three-Parameter Asymmetric Laplace Distribution and Its Extension. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 34(9–10), 1867–1879. <https://doi.org/10.1080/03610920500199018>.
- Zabolotnii, S. V., Kucheruk, V. Y., Warsza, Z. L., & Khassenov, A. K. (2018). Polynomial estimates of measurand parameters for data bimodal mixtures of exponential distributions. *Bulletin of the Karaganda University*, (2), 71–80. <https://phs.buketov.edu.kz/index.php/physics-vestnik/article/view/236>.
- Zhang, C., Mapes, B. E., & Soden, B. J. (2003). Bimodality in tropical water vapor. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 129(594), 2847–2866. <https://doi.org/10.1256/qj.02.166>.

Appendix

A. Proof of Theorem 2. Let $U \sim BPL(0, 1, c)$, $c \geq 1$. Using (5), we have

$$f(u; c) = \frac{c}{2} |u|^{c-1} \exp(-|u|^c).$$

Let $u < 0$, then

$$f'(u; c) = f(u; c)(-u)^{-1}[1 - c + c(-u)^c]. \quad (A1)$$

Let us assume that $f'(u; c) = 0 \Rightarrow 1 - c + c(-u)^c = 0$. Solving this equation, we obtain

$$u = -\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{1/c}.$$

There is a maximum at point u , because $f''(u; c) < 0$. If $X = a + bU$, then we have

$$x_{m1} = a - b\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{1/c}.$$

Similarly, for $u \geq 0$, we have

$$x_{m2} = a + b\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{1/c}.$$

The proof is complete.

B. Proof of Theorem 3. Let $U \sim BPL(0, 1, c)$, $c \geq 1$. Let $u < 0$, then using (A1), we have

$$f''(u) = \frac{-c(-u)^c e^{-(u)^c} [3c(-u)^c - 3c + c^2 - 3c^2(-u)^c + c^2(-u)^{2c} + 2]}{2u^3}.$$

Solving equation $f''(u) = 0$, we obtain

$$c^2 t^2 + (3c - 3c^2)t + c^2 - 3c + 2 = 0 \quad (t = (-u)^c). \quad (A2)$$

Solving (A2), we have

$$t = \frac{3c - 3 \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)}}{2c}$$

and

$$u = -\left(\frac{3c - 3 \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)}}{2c}\right)^{1/c} \quad (c > 2). \quad (\text{A3})$$

If $X_1 = a + bU$, then we have

$$x_{\text{I,II}} = a - b \left(\frac{3c - 3 \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)}}{2c} \right)^{\frac{1}{c}}.$$

Similarly, for $u \geq 0$, we obtain

$$x_{\text{III,IV}} = a + b \left(\frac{3c - 3 \mp \sqrt{(c-1)(5c-1)}}{2c} \right)^{\frac{1}{c}}.$$

The proof is complete.

C. Proof of Theorem 5. Let $\tilde{X} \sim BPL(0, b, c)$. The non-central moments of $\tilde{X}$ can be written as

$$E(\tilde{X}^k) = I_1 + I_2, \quad (\text{A4})$$

where

$$I_1 = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^0 x^k \left(\frac{-x}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{-x}{b}\right)^c\right] dx, \quad (\text{A5})$$

$$I_2 = \frac{c}{2b} \int_{-\infty}^0 x^k \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right] dx. \quad (\text{A6})$$

If $\left(\frac{-x}{b}\right)^c = t$, then $\frac{-c}{b} \left(\frac{-x}{b}\right)^{c-1} dx = dt$. As a result of simple transformations, we can write (A5) as

$$I_1 = 0.5 \int_{-\infty}^0 \left[-bt^{\frac{1}{c}}\right]^k e^{-t} dt = 0.5(-b)^k \int_{-\infty}^0 t^{k/c} e^{-t} dt$$

Using the definition of the gamma function, we have

$$I_1 = 0.5(-b)^k \Gamma\left(\frac{k}{c} + 1\right). \quad (\text{A7})$$

If $0.5 \left(\frac{x}{b}\right)^c = t$, then $\frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} dx = dt$. As a result of simple transformations, we can write (A6) as

$$I_2 = 0.5b^k \Gamma\left(\frac{k}{c} + 1\right). \quad (\text{A8})$$

Thus, (A4) is given by

$$E(\tilde{X}_1^k) = I_1 + I_2 = 0.5\Gamma\left(\frac{k}{c} + 1\right)[(-b)^k + b^k].$$

The proof is complete.

D. R codes

```
dBPL = function(x, a, b, c) {
  z1=abs((x-a)/b)^c; z2=abs((x-a)/b)^(c-1)
  return(1/2/b*c*z2*exp(-z1)) }
pBPL = function(x, a, b, c) {
  return(ifelse(x<a,0.5*exp(-((a-x)/b)^c),1-0.5*exp(-((x-a)/b)^c))) }
qBPL = function(p, a, b, c) {
  if ((p<0.5) & (p>=0)) res=a-b*(-log(2*p))^(1/c)
  if ((p>=0.5) & (p<=1)) res=a+b*(-log(2-2*p))^(1/c)
  return(res) }
rBPL=function(n, a, b, c) {
  x=numeric(n)
  for (i in 1:n) {
    U=runif(1,0,1)
    x[i]=ifelse(U<0.5,a-b*(-log(2*U))^(1/c),a+b*(-log(2-2*U))^(1/c)) }
  return(x) }
```

The application of the best-worst scaling method to the identification of determinants of consumers' choices regarding a delivery method of products purchased online¹

Marcin Pełka,^a Aneta Rybicka^b

Abstract. The measurement of preference and its analysis is a key concept in market research and more broadly, in the theory of economics. Preferences help explain how customers make their choices during purchases of goods and services on the market, e.g. which attributes of a product cause that consumers choose it. The theory of economics distinguishes between the stated and revealed customer preferences. The revealed customer preferences are consumers' actual market behaviours (purchased products), expressed by historic data. Stated preferences are customers' intentions to buy something. They can be measured in several ways, e.g. through conjoint analysis, discrete choice methods and best-worst scaling (BWS) – the latter in three variants, i.e. the objective, profile and multi-profile cases. When customers buy a product online, their choices are affected not only by products' attributes, but also by delivery options. As customers can select one of several available options of delivery, it is essential to identify and assess how these options impact their choices. Such information will make it possible to offer delivery options preferred by online shoppers.

The aim of the study presented in this paper is to identify, by means of a multi-profile BWS method, factors that affect customer choices regarding delivery methods while shopping online. The data for the study was collected from September 2023 to September 2024 via an online Google form, using convenient and snowball sampling methods. The analysis identifies the payment and delivery options as the key factors that affect the choice of a delivery method. The authors also demonstrate that BWS is a valuable tool in preference analysis in the delivery segment of the market and show the implications of their experiment as well as potential areas for future research.

Keywords: preference measurement, best-worst scaling, delivery method

JEL: C81, C87, D12, D81

¹ Artykuł został opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na XXXII Konferencji Naukowej Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego, która odbyła się w dniach 19–20 września 2023 r. w Katowicach. / The article is based on a paper delivered at 32nd Scientific Conference of the Classification and Data Analysis Section of the Polish Statistical Association, held on 19–20 September 2023 in Katowice, Poland.

^a Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Wydział Ekonomii i Finansów, Katedra Ekonometrii i Informatyki, Polska / Wrocław University of Economics and Business, Faculty of Economics and Finance, Department of Econometrics and Computer Science, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2225-5229>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: marcin.pelka@ue.wroc.pl.

^b Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Wydział Ekonomii i Finansów, Katedra Ekonometrii i Informatyki, Polska / Wrocław University of Economics and Business, Faculty of Economics and Finance, Department of Econometrics and Computer Science, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6453-9457>. E-mail: aneta.rybicka@ue.wroc.pl.

Zastosowanie metody best-worst scaling do identyfikacji determinant wyborów konsumentów w zakresie dostawy towarów kupowanych online

Streszczenie. Pomiar i analiza preferencji są kluczowymi zagadnieniami badań marketingowych, a szerzej – teorii ekonomii. Preferencje pozwalają wyjaśniać, czym kierują się konsumenci, dokonując wyborów w trakcie zakupów towarów lub usług na rynku, np. jakie cechy produktu skłaniają konsumentów do jego wyboru. W teorii ekonomii wyróżnia się preferencje ujawnione, czyli rzeczywiste zachowania rynkowe konsumentów (dokonane zakupy – są to dane historyczne), i wyrażone, czyli intencje konsumenta (chęć zakupu). Preferencje wyrażone można mierzyć na wiele różnych sposobów, np. metodą analizy conjoint, metodami wyborów dyskretnych czy metodą best-worst scaling (BWS – skalowanie najlepszy-najgorszy), w trzech wariantach: obiektowym, profilowym i wieloprofilowym. W trakcie zakupów online na wybory konsumentów wpływają nie tylko atrybuty (cechy) produktów, lecz także opcje dostawy. Ponieważ konsument może wybierać spośród kilku opcji, istotnym zagadnieniem jest ich identyfikacja i ocena ich wpływu na dokonywane wybory. Informacje te pozwalają na oferowanie preferowanych opcji dostaw towarów kupowanych online.

Celem badania omawianego w artykule jest zidentyfikowanie, za pomocą wieloprofilowej metody BWS, czynników wpływających na wybory konsumentów w zakresie dostaw towarów kupowanych online. Dane do badania zbierano w okresie od sierpnia 2023 r. do sierpnia 2024 r. Wykorzystano formularz Google; zastosowano dobór według wygody i metodę kuli śnieżnej. Z przeprowadzonej analizy wynika, że głównymi determinantami wyboru w zakresie dostawy są sposoby płatności i sposoby dostawy. Autorzy pokazują także, że metoda BWS jest wartościowym narzędziem do oceny preferencji w segmencie dostaw, oraz wskazują następstwa eksperymentu i możliwe obszary dalszych badań.

Słowa kluczowe: pomiar preferencji, best-worst scaling, sposób dostawy

1. Introduction

Utility is the key concept in preference analysis. It can be seen as customer satisfaction from the selected products or services, i.e. the choices made. Direct measurement of utility is impossible, but the theory of economy allows its substitution with the concept of customer preference. This, in turn, makes it possible to evaluate utility, at least partially.

Customer preferences refer to the situation where an individual can evaluate various goods and services available on the market and choose from them. If products or services of the same type (class) are evaluated, it is possible to quantify the relation between them. In economics, such relations are referred to as preferences, because they provide information on customer attitudes towards products or services. Knowing preferences makes it possible to rank these products or services from the least to the most preferred one on an ordinal scale of measurement. This can be also

done using a quantitative evaluation of each product by means of an interval or ratio scale of measurement.

The rise of e-commerce has significantly impacted consumer behaviour, particularly in terms of delivery preferences. Customers now consider various factors when choosing a delivery method, including the cost, speed, convenience, flexibility and environmental issues.

The analysis of customer choices regarding the method of delivery is a popular topic in the literature. Radyi et al. (2024) assert that the speed of delivery is a crucial factor in consumer satisfaction. They show that consumers prefer fast delivery, but only when it is reasonably priced. Kumar et al. (2025) came to a similar conclusion. Also Chodak (2024, pp. 35–62) emphasises the importance of the delivery method for consumers' satisfaction, and shows how AI-driven logistics improve the efficiency of deliveries and reduce their time. Kunharyanto et al. (2025) underscore the growing role of delivery options (especially self-service parcel lockers and scheduled deliveries) in consumer decisions. Similar conclusions were reached by Basch et al. (2025).

Kumar et al. (2024) demonstrate that consumers are becoming more conscious of eco-friendly shipping options. Wahyudien et al. (2024) find that other customers' reviews is an important factor in the choice of a delivery method. According to Bakar et al. (2025), consumers who use digital wallets or delayed-payment options tend to choose premium delivery services.

Finn and Louviere (1992) show the findings of a low-cost study designed to identify what citizens want a government department to do in response to polling that suggests high levels of concern about food safety. In the conclusion they recommend to apply best-worst scaling or other preference measurement methods to identify what actions are considered by citizens to be most effective in the context of food safety.

Pascoe et al. (2017) tasked their respondents with choosing the best and the worst from 16 statements relating to the attributes of a brand that represented the website communicativeness and aesthetics of the brand's website. As a result, the authors acquired a better understanding of consumer segmentation between bricks-and-mortar and online shops. Their findings indicated that a bifurcated audience, with one half focused on the communicativeness and the other on the aesthetics, is the most important in the online environment.

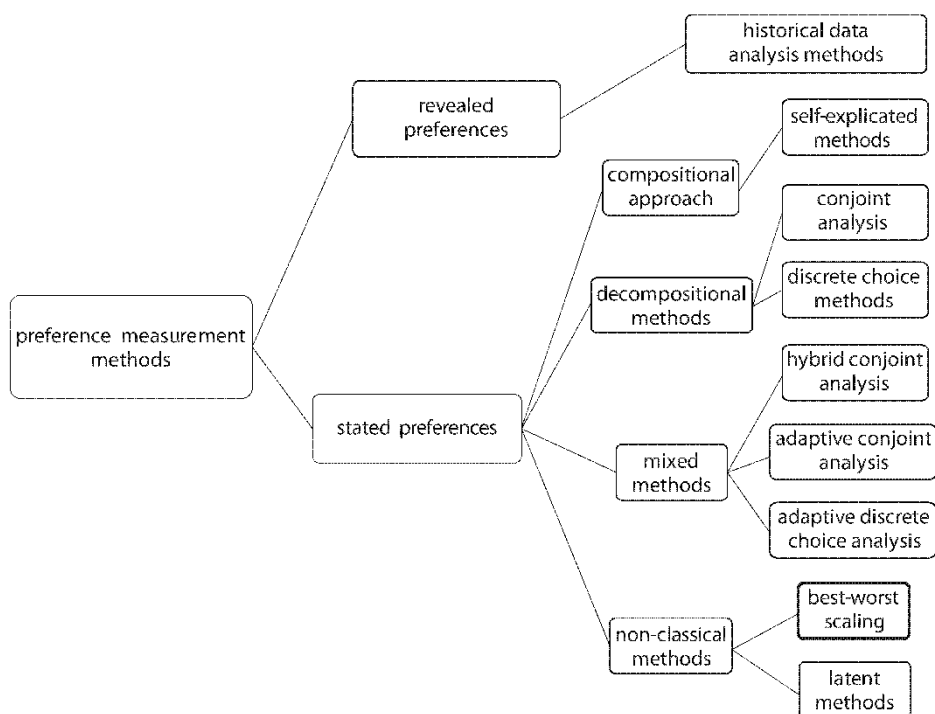
Rausch et al. (2021) found that conventional attributes of clothes such as fit and comfort, price-performance ratio and quality are of higher relevance to consumers than sustainable attributes. The most important sustainable attributes of clothes are the garment's durability, fair wages and work conditions for those who produce it, and an environmentally-friendly production process. However, respondents indicated that they preferred the latter three attributes over a 20% discount.

Focusing on the Polish market, Działo (2024) showed the importance of the option of delivery to parcel lockers. His study demonstrates that Polish customers have a growing preference for self-service pick-up points over home delivery, citing flexibility, prices and security as key reasons.

Hadaś et al. (2024) investigated the role of packaging and sustainable delivery in omnichannel retail. They show that 77% of young Polish customers (aged 18–25) like to have at least three delivery alternatives. Also, green delivery options, such as CO₂-neutral shipping, are gaining increasing popularity among younger people. By the same token, Witkowski et al. (2024) indicate that parcel lockers, fast delivery, and cost-effective shipping are customers' most pronounced preferences.

In general, customers' preferences can be divided into revealed preferences (actual purchases, reflected in historical data) and stated preferences (intentions). Each of them can be analysed by a specified method (see Figure 1).

Figure 1. Methods of customer preference measurement applied in marketing research



Source: authors' work based on: Aizaki and Fogarty (2023), Auger et al. (2007), Brand and Koplin (2023), Cohen (2009), Green and Srinivasan (1990), Train (2009) and Zwerina (1997).

Conjoint analysis methods and discrete choice methods (Figure 1) are related to some other decompositional approaches, such as adaptive conjoint analysis (ACA; for example Green et al., 1991; Rybicka, 2013), adaptive choice-based conjoint analysis (Bauer et al., 2015; Rybicka, 2013) and menu choice-based analysis (Pfaff, 2021; Rybicka, 2013). The paper by Rybicka (2013) presents a history of conjoint analysis and related methods. All of them have been developed from the well-known concept of conjoint measurement.

The analysis of consumer preferences involves the construction of models that reflect actual behaviour on the market and methods that allow these preferences to be measured (Zwerina, 1997). Consumer preference modelling should explain consumers' behaviour, including the process of product evaluation and the final choice of a product or service. So, consumer preference analysis uses track records and projections that describe consumers' intentions to buy a product or service (stated preferences) and decisions that have been made (final purchases, revealed preferences; see Figure 1).

Preference measurement by means of the best-worst scaling (BWS) uses the idea that the consumer can select the best and the worst option (alternative) on the market. To evaluate consumer preferences, BWS uses the counting and the modelling approaches, and in the case of the modelling approach, the well-known conditional logit model is applied (see McFadden, 1974 for details of this model).

As there are no papers dealing with the selection of a product delivery method and preference evaluation for the Polish market, this study aims to identify, by means of a multi-profile BWS method, factors that affect customer choices regarding delivery methods while shopping online.

2. Best-worst scaling methodology

The BWS methodology is based on the idea that a particular person faces choices of attributes, levels or profiles of three or more options. Each person can identify the best and the worst option (choice) in each collection (Louviere et al., 2015, p. 6). There are three types of BWS methods, namely the object case, also known as case 1 or maximum difference scaling (MaxDiff), the profile case, also known as case 2, and the multi-profile case, also known as case 3 (see Akizaki & Fogarty, 2019, 2023; Louviere et al., 2013, 2015).

The object case of BWS focuses on the attributes of a product or service; for example, in the case of a product, it focuses on the package size, price, country of origin, and quantity in a single package. The example of such a question is shown in Table 1.

Table 1. Example of an object case in BWS question

Attribute	Most important (best choice)	Least important (worst choice)
Package size	.	.
Price	x	.
Country of origin	.	.
Quantity in a package	.	x

Note. 'x' reflects choices made by a respondent, and '.' means that this element was not selected either as the best or the worst choice.

Source: authors' work based on Aizaki and Fogarty (2023).

The object case usually uses balanced incomplete block designs (Auger et al., 2007). These constitute a design category where a subset of profiles (treatments) is assigned to each block. The features in this design are expressed by the number of treatments (items, profiles), the size of a block (number of items, profiles per question), the number of blocks in the questionnaire and the number of replications of each item, as well as the frequency with which each pair of the items appears in the same block. Details on creating a balanced incomplete block design and estimations for object case of BWS can be found in Aizaki and Fogarty (2023) and Louviere et al. (2013, 2015).

In the profile case of BWS (also known as case 2 of BWS), each question has a profile that has three or more attributes and each of these attributes has two or more levels. Each profile is shown as a combination of the attributes and levels. Respondents then evaluate numerous profiles that were constructed using an experimental design. If we consider the same attributes as in Table 1, namely the package size, price, country of origin and quantity in a single package, then the following question could be shown to respondents (Table 2).

Table 2. Example of a profile case in BWS question

Attribute	Product	Most important (best choice)	Least important (worst choice)
Package size	small	.	.
Price	7 euro	x	.
Country of origin	Poland	.	x
Quantity in a package	10 pcs.	.	.

Note. As in Table 1.

Source: authors' work based on Aizaki and Fogarty (2019).

The multi-profile case of BWS is similar to discrete choice methods. A BWS question consists of three or more profiles. Each of them has two or more attributes, each with two or more levels. In contrast to discrete choice methods, where

respondents select one of the profiles, in BWS respondents are asked to choose the best and the worst profile. This evaluation is made until all profiles have been evaluated. The example of a multi-profile case of BWS is shown in Table 3.

Table 3. Example of a multi-profile case in BWS question

Attribute	Product 1	Product 2	Product 3
Package size	small	average	large
Price	7 euro	10 euro	30 euro
Country of origin	Poland	Germany	Slovakia
Quantity in a package	10 pcs.	20 pcs.	40 pcs.
Most important (best choice)	.	x	.
Least important (worst choice) ...	.	.	x

Note. As in Table 1.

Source: authors' work based on Louviere et al. (2015).

Many different approaches can be used to obtain choice sets for multi-profile BWS cases. Usually, a basic design with fractional factorial design and balanced incomplete block designs are used. In this paper, the balanced incomplete block design is used where a fractional factorial design was applied at the start.

There are two ways to analyse the responses of the multi-profile case of BWS: the counting and modelling approaches.

The counting approach calculates several types of scores based on the number of times (usually frequency or count) item i was selected as the best B_{in} or the worst W_{in} item among all the questions for the n -th respondent. We can distinguish between (disaggregated) individual-level scores and (aggregated) total-level scores (Aizaki & Fogarty, 2023; Cohen, 2009).

The first category is an individual-level (disaggregated) analysis of BW and the standardised BW (Aizaki & Fogarty, 2023, p. 3):

$$BW_{in} = B_{in} - W_{in}, \quad (1)$$

$$\text{std. } BW_{in} = \frac{BW_{in}}{r}, \quad (2)$$

where:

BW_{in} is the best-worst score for the i -th item for the n -th customer,

B_{in} is the number of times the i -th item was selected as the best one,

W_{in} is the number of times this item was selected as the worst one,

r is the frequency with which item i appears across all the questions.

Aggregated versions of these scores can be obtained by adding individual-level scores from all respondents. The frequency with which the i -th item is selected as the best among all N respondents is defined as $B_i = \sum_{n=1}^N B_{in}$. The frequency with which the i -th item is selected as the worst among all N respondents is defined as $W_i = \sum_{n=1}^N W_{in}$. The aggregated scores are defined as follows (Aizaki & Fogarty, 2023, p. 3):

$$BW_i = B_i - W_i, \quad (3)$$

$$\text{std. } BW_i = \frac{BW_i}{Nr}, \quad (4)$$

$$\text{sqrt. } BW_i = \sqrt{B_i/W_i}, \quad (5)$$

$$\text{std. sqrt. } BW_i = \frac{\text{sqrt. } BW_i}{\max \text{ sqrt. } BW_i}. \quad (6)$$

The modelling approach uses the same idea as discrete choice models to analyse consumer responses (Train, 2009). There are three types of best-worst models that differ in relation to how the customer indicates the best and the worst items in each choice set (profile set). The customer choices can be modelled as follows (Aizaki & Fogarty, 2023, p. 4):

1. The MaxDiff model assumes that customers select a pair of items (profiles) i and j from a choice set C , where the i -th item is selected as the best and the j -th item as the worst, and the difference in utility between these two items is the biggest one among all possible utility differences. The probability of selecting item i as the best and j as the worst can be modelled by using the conditional logit model:

$$P_n(i, j) = \frac{\exp(v_i - v_j)}{\sum_k \sum_{l, k \neq l} \exp(v_k - v_l)}. \quad (7)$$

2. The marginal model assumes that consumers select items i and j from a choice set as the best and the worst one when the utility of item i is the maximum and the utility of j -th item is the minimum. Using the conditional logit model, the probability of selecting item i as the best and j as the worst can be expressed in the following way:

$$P_n(i, j) = \left[\frac{\exp(v_i)}{\sum_k \exp(v_k)} \right] \left[\frac{\exp(-v_j)}{\sum_k \exp(-v_k)} \right]. \quad (8)$$

3. The marginal sequential model assumes that consumers select the i -th item as the best one in a choice set and then the j -th item as the worst one among the remaining items in the choice set when the i -th item is excluded. The probability of selecting item i as the best and j as the worst can be expressed as:

$$P_n(i, j) = \left[\frac{\exp(v_i)}{\sum_k \exp(v_k)} \right] \left[\frac{\exp(-v_j)}{\sum_{l \in \{C-i\}} \exp(-v_l)} \right], \quad (9)$$

where: C is the choice set, and i is the i -th item.

In Equations 7, 8 and 9, v_i is the systematic component of the utility of the i -th item, which is assumed to be given by (Aizaki & Fogarty, 2023, p. 4):

$$v_i = b_i D_i, \quad (10)$$

where:

b_i is a coefficient to be estimated,

D_i is a dummy variable with the value of 1 if the i -th item is included in the choice set and 0 if it is not included.

If we want to include and consider the effects of other covariates on the coefficients for item dummy variables, the systematic component of the utility of the i -th item can be expressed in the following way (Aizaki & Fogarty, 2023, p. 4):

$$v_i = \left(b_{0i} + \sum_{q=1}^Q b_{qi} X_q \right) D_i, \quad (11)$$

where:

X_q are the covariates, and the various coefficients are estimated,

$q = 1, \dots, Q$ is the number of coefficients,

b_{qi} is the coefficient for the q -th variable and the i -th item.

Equations 7, 8 and 9 are derived on the basis of the conditional logit model. However, other discrete choice models, such as mixed logit models or latent class models, can also be applied in this case (Lusk & Briggeman, 2009; Yang et al., 2021).

Estimated covariates for dummy variables (Equation 10) can be used to obtain preference shares as follows (Cohen, 2009; Lusk & Briggeman, 2009):

$$S_i = \frac{\exp(\hat{b}_i)}{\sum_k \exp(\hat{b}_k)}, \quad (12)$$

where:

S_i is the share for the i -th item,

$\hat{b}_i$ is the estimated coefficient corresponding to the i -th item.

In the empirical example, a balanced incomplete block design will be used and the MaxDiff model will be applied. A balanced incomplete block design creates profiles from a fractional factorial design and then assigns the profiles into choice sets via a balanced incomplete block design (Raghavarao & Padgett, 2005). In the balanced incomplete block design, items within the experiment are balanced, orthogonal and adequately randomised under the assumption of the random utility theory (Green, 1974). The major benefit of using the balanced incomplete block design is its capability of greatly decreasing the number of choice sets to be evaluated while maintaining the balanced appearance and co-appearance of items across sets (Green, 1974; Raghavarao & Padgett, 2005).

If we assume that we have a set of k items, a balanced incomplete block design will generate s choice sets. Each choice will have m items. To minimise the difficulty, m should always be smaller than k . Each item then appears r times and each pair of items appears λ times. This balanced incomplete block design (experiment) must satisfy an integer's λ values, and $r(m - 1)/(k - 1)$ will be used to calculate the lambda value (Massey et al., 2015). If s is equal to k , the design is known as symmetrical (Raghavarao & Padgett, 2005). Although a symmetrical design is best, it is not always arithmetically possible. But there should be a positional balance in an ideal design that controls possible order effects with each respondent seeing each item in the first, second, etc. position across the sets (Lee et al., 2007). If the experiment is not symmetrical, it is required that the order of items visible in each choice set is randomised to control for possible order effects (Massey et al., 2015).

3. Customer delivery choices in online purchases

The choice of a delivery method is an important task in an online purchase (for example Bauerová, 2018; Dias et al., 2021; Koyuncu & Bhattacharya, 2004; Luttermann et al., 2021; Nguyen et al., 2019; Rotem-Mindali & Salomon, 2007).

Most of the above papers focus on the following attributes of a delivery: its speed, time slots, daytime/evening delivery, delivery date and delivery fee (Bauerová, 2018; Dias et al., 2021; Koyuncu & Bhattacharya, 2004; Luttermann et al., 2021; Nguyen et al., 2019).

Rotem-Mindali and Salomon (2007) focus on decision-making processes while buying, especially in e-commerce, whereas delivery is analysed only as a factor that can be selected before, during or after the purchase. Bauerová (2018) expands the group of external factors in the online customer decision-making process and examines the influence of the offered services and delivery conditions on consumers' decision-making in online grocery shopping. The results of her study show that customers are mostly concerned with the delivery time and charge (price). Nguyen et

al. (2019) come up with a similar conclusion, namely that the delivery fee is the most important factor concerning online purchases, followed by non-price delivery attributes. The study by Dias et al. (2021) shows that the price of deliveries (shipping) affects customers according to their gender. Their perception of delivery options also depends on their age, income, frequency of shopping online, prices and degree of privacy.

Luttermann et al. (2021) analysed online grocery sales using discrete choice methods. Their results show that the delivery method (type of a delivery vehicle), place of the delivery, packaging and delivery time are crucial during purchases.

Koyuncu and Bhattacharya (2004) assessed the influence of the potential benefits and risks on online shopping. They examined factors such as the speed of delivery, its cost, payment risks and delivery issues. The authors demonstrated that longer delivery time might discourage customers from shopping online.

4. Results and discussion

This paper uses 143 responses out of the total 161 collected from customers from Dolnośląskie Voivodship (convenience and snowball sampling techniques; as a result, the dataset is not a random sample). The data was gathered via a Google form which contained profiles in 12 blocks with 6 options (profiles) in each of them, and the possibility of abstaining from selecting any option was excluded.

Each profile was described by four attributes, and each of them had three levels²:

- delivery time (up to 3 days, 4–7 days, 8 days or longer),
- place of delivery (parcel locker, delivery person, access point or store),
- shopping venue (physical store with an online website, online store, shopping platform),
- payment (payment gateway, mobile, cash, upon delivery).

An example of profiles in a block is presented in Table 4.

Table 4. Example of profiles in a single block with answers

Profile attribute	Profile 1	Profile 2	Profile 3	Profile 4	Profile 5	Profile 6
Delivery time	up to 3 days	4–7 days	4–7 days	8 days or longer	8 days or longer	8 days or longer
Place of delivery	access point or store	delivery person	access point or store	parcel locker	delivery person	access point or store
Shopping venue	on-line store	on-line store	physical store with website	on-line store	shopping platform	physical store with website

² This study does not contain information on concrete prices, as it is not focused on any specific brand or type of purchased products.

Table 4. Example of profiles in a single block with answers (cont.)

Profile attribute	Profile 1	Profile 2	Profile 3	Profile 4	Profile 5	Profile 6
Payment	cash or on delivery	payment gateway	mobile	mobile	cash or on delivery	payment gateway
Best choice	.	x	.	.	.	.
Worst choice	x	.	.	.	.	.

Note. As in Table 1.

Source: authors' work.

The authors checked the required sample (N) size by using the rule of thumb $N > \frac{500 \cdot L}{T \cdot J}$, where J is the number of alternatives per choice, L is the number of attribute levels, and T is the number of choice tasks per respondent. In the experiment we have $J = 6, L = 12, T = 12$, thus $N > \frac{(500 \cdot 12)}{(12 \cdot 6)} = 83.33 \approx 84$ objects. We have 143 objects, so the experiment meets the requirement of the minimum number of objects.

As we have 143 respondents, 12 blocks, and 6 profiles, we will present aggregated (unique profiles) statistics in Table 5.

Table 5. Basic statistics for profiles

Profile number	Delivery time	Place of delivery	Shopping venue	Payment	B_i (SD)	W_i (SD)	BW_i	std. BW_i	$\sqrt{BW_i}$	std. $\sqrt{BW_i}$
1	up to 3 days	access point	online	cash	416 (0.49)	440 (0.51)	-24	-0.03	0.97	0.36
2	up to 3 days	delivery person	platform	mobile	813 (0.88)	112 (0.12)	701	0.76	2.69	1.00
3	up to 3 days	parcel locker	physical	payment gateway	861 (0.87)	130 (0.13)	731	0.74	2.57	0.96
4	4-7 days	access point	physical	mobile	190 (0.23)	647 (0.77)	-457	-0.51	0.54	0.20
5	4-7 days	delivery person	online	payment gateway	254 (0.30)	604 (0.70)	-350	-0.41	0.65	0.24
6	4-7 days	parcel locker	platform	cash	345 (0.44)	452 (0.56)	-107	-0.13	0.87	0.32
7	8 days or longer	access point	platform	payment gateway	190 (0.23)	647 (0.77)	-457	-0.55	0.54	0.20
8	8 days or longer	delivery person	physical	cash	190 (0.22)	655 (0.78)	-465	-0.56	0.54	0.20
9	8 days or longer	parcel locker	online	mobile	190 (0.22)	667 (0.78)	-477	-0.57	0.53	0.20

Note. B_i is the number of times that the i -th profile was selected as the best one, W_i is the number of times that the i -th profile was selected as the worst one, BW_i as in Equation 3, standardised BW_i as in Equation 4, square root of BW_i as in Equation 5, std. sqrt. BW_i as in Equation 6.

Source: authors' work.

We can see that the delivery option within three days by a delivery person of a product purchased through an online platform with a mobile payment has the highest standardised square root of BW_i . The second-highest standardised square root of BW_i has been observed for the delivery within three days to a parcel locker, where the traditional shop was the transaction place, and the payment was done by payment gateway.

As mentioned before, the preferences were estimated using the conditional logit model (the `clogit` function from the `survival` R package – see Therneau et al., 2024) under the assumption that customers follow the MaxDiff model while making choices, and the same assumptions were used for the mixed logit model (the `logitr` function from the `logitr` R package; Helveston, 2024). The results of the estimation for the coefficients in the case of the conditional logit model are presented in Table 6. The odds ratio for all the levels of the conditional logit is shown in Figure 2. The results of the estimation for the coefficients in the case of the conditional logit model are presented in Table 7.

Table 6. Results of the estimation of the conditional logit model

Level	Coefficient	Exp (coefficient) odds ratio	Standard error (coefficient)	z	p-value
Delivery time					
8 days or longer	−1.05154	0.34940	0.11483	−9.157	< 2e−16
Up to 3 days	0.63972	1.89596	0.09542	6.704	2.02e−11
Place of delivery					
Access point	1.07788	2.93845	0.30565	3.527	0.000421
Delivery person	1.81206	6.12307	0.30135	6.013	1.82e−09
Parcel locker	1.59808	4.94354	0.30516	5.237	1.63e−07
Shopping venue					
Physical store	0.97134	2.64147	0.10772	9.017	< 2e−16
Shopping platform	0.11952	1.12696	0.10964	1.090	0.275654
Payment					
Mobile	1.12723	3.08710	0.11082	10.172	< 2e−16
Payment gateway	1.84005	6.29683	0.11336	16.232	< 2e−16

Source: authors' work using the `clogit` function of R software.

Additional summary statistics for the model are: Rho-squared at 0.2510276, adjusted Rho-squared at 0.247268, Akaike information criterion (AIC) at 3603.876, Bayesian information criterion (BIC) at 3649.581, log-likelihood at start at −2393.864 and log-likelihood at convergence at −1792.938.

Table 7. Results of the estimation for the mixed logit model

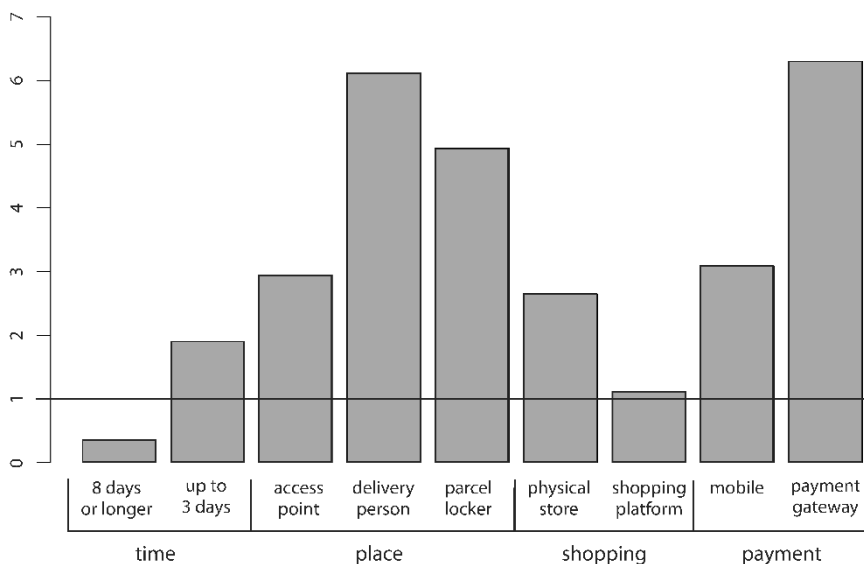
Attribute and level	Coefficient	Exp (coefficient) odds ratio	Standard error (coefficient)	z	p-value
Payment: payment gateway	1.52069	4.57538	0.12770	11.9080	< 2.2e-16
Place: delivery person	1.30585	3.69082	0.14921	8.7517	< 2.2e-16
Place: parcel locker	1.14210	3.13334	0.11558	9.8817	< 2.2e-16
Place: access point	1.08195	2.95043	0.13238	8.1731	< 2.2e-16
Payment: mobile	0.86682	2.37933	0.10140	8.5489	< 2.2e-16
Shopping: physical store	0.61249	1.84502	0.11035	5.5505	2.85e-08
Time: up to 3 days	0.46946	1.59913	0.11529	4.0721	4.66e-05
Shopping: shopping platform	0.40096	1.49326	0.11833	3.3885	0.000703
Time: 8 days or longer	-1,14838	0.31712	0.12212	-9,4035	< 2.2e-16

Note. All attributes and levels are sorted by a decreasing odds ratio.

Source: authors' work using the `logitr` function of R software.

Additional summary statistics for the model are: log-likelihood at 1016.016, null log-likelihood at 1630.28, Akaike information criterion (AIC) at 2048.03, Bayesian information criterion (BIC) at 2088.59, McFadden's R^2 at 0.3778, and adjusted McFadden's R^2 at 0.371878.

The results for the mixed logit model seem to be very similar to those obtained from the conditional logit model.

Figure 2. Odds ratio for attribute levels

Source: authors' work using R software.

As the raw coefficients of the conditional logit model are rather difficult to interpret and understand, we employed the odds ratio. It represents the relative possibility of an event's occurrence due to the presence of a factor that is described by an independent variable. An odds ratio > 1 implies that an event (a choice in the case of preferences) is more likely to happen, while an odds ratio < 1 implies that this event is less likely to happen. If the odds ratio $= 1$, the variable has no impact on the event. In each of these cases, we assume that other factors (variables) are constant, and all external factors that are not in the model are the same.

In our case, the factor (variable) that has the highest impact on the customer choices of delivery options while shopping online is the place of delivery, whereas the payment method, the shopping venue, and the time of delivery are the least important factors. If we look at odds ratios for the variable levels (Figure 2), we can observe the greatest odds ratio for the payment made via a payment gateway, and the second-greatest one for the delivery by a delivery person. Table 8 presents the impact of each variable level on customer choices.

Table 8. The impact of odds ratio and attributes on customer choices for both models

Attribute and level	Clogit odds ratio		Logitr odds ratio	
		rank		rank
Payment: payment gateway	6.29683	1	4.57538	1
Place: delivery person	6.12307	2	3.69082	2
Place: parcel locker	4.94354	3	3.13334	3
Payment: mobile	3.08710	4	2.37933	5
Place: access point	2.93845	5	2.95043	4
Shopping: physical store	2.64147	6	1.84502	6
Time: up to 3 days	1.89596	7	1.59913	7
Shopping: shopping platform	1.12696	8	1.49326	8
Time: 8 days or longer	0.34940	9	0.31712	9

Source: authors' work using R software.

Both the conditional logit and mixed logit models show that the payment via a gateway and the delivery method by a delivery person or to a parcel locker have the most significant impact on customer choices.

If we want to generalise these results, it can be said that payment methods and delivery options are the key factors for Polish customers. Similar results were achieved by Basch et al. (2025), Działo (2024), Kumar et al. (2025), Kunharyanto et al. (2025), Radyi et al. (2024) and Witkowski et al. (2024). This confirms that Polish customers' patterns of behaviour regarding the selection of a delivery option are more general. In BWS, respondents have to evaluate multiple profiles in a set or abstain from doing it (if there is such an option). The best and the worst profile always have to be indicated; if one is missing, the data is incomplete. Therefore, BWS is a more complex decision process than a discrete singular-choice task. BWS might also appear more

laborious to respondents, might reduce saturation and lead to larger mistake rates, especially if we deal with large sets of profiles with many attributes and their numerous levels. Therefore, best-worst datasets must be estimated by means of proper techniques. As regards best-worst scaling, there is also a risk of the potential dominance of salient attributes. What is more, the choice of the best and the worst profile is not realistic – people choose one product or service (or abstain from the purchase). In some cases, best-worst experiment can reduce engagement or increase item nonresponse. The paper by Działo (2024) used survey data gathered from students, and it was focused more on the e-commerce impact on customer choices, where the delivery was only one of the options. Hadaś et al. (2024) aimed to assess the attitude of young consumers towards packaging in omnichannel returns. However, these papers used simple descriptive statistics with just a few advanced methods (e.g. chi-squared tests). Witkowski et al. (2024) were focused only on the e-customer preferences for the last-mile delivery to increase customer satisfaction, improve efficiency, and create competitiveness. Our article, on the other hand, presents a broader analysis of delivery options for Polish customers (not only students). Besides, we consider different delivery options without focusing on prices. Delivery prices may not only vary according to different delivery options, but also depend on factors such as the number of items purchased, the purchase value, or special offers.

5. Conclusions

The paper aimed to identify, by means of multi-profile best-worst scaling (BWS), which factors (attributes) affect customer choices of a delivery method while shopping online. The application of BWS allows more information about each choice task to be obtained (customers select the best or the worst profile) compared to discrete choice methods. This leads to more precise estimates with fewer respondents or fewer choices necessary. As in the best-worst methods customers evaluate two profiles, we avoid middle-ground choices that might occur when customers struggle with one choice.

Despite the fact that the literature on last-mile delivery and e-commerce logistics is currently expanding, there is still limited empirical evidence on how consumers jointly evaluate multiple delivery-related attributes when faced with real life choices. Most existing studies focus on single attributes or apply descriptive or discrete choice approaches that do not fully capture the relative trade-offs consumers make between the delivery time, place, payment method and the shopping venue.

The reason for carrying out this study was to provide a more accurate and preference-based understanding of delivery choices by applying the multi-profile best-worst scaling (BWS) method. This approach enables respondents to simultaneously identify the most and the least preferred delivery profiles, yielding more comprehensive information than standard single-choice tasks. This is important in light of the fact that this area of the Polish e-commerce market is still underexplored, despite its rapid growth and progressing diversification of delivery options.

The paper has identified which factors have key influence on customer choices regarding delivery options. The BWS case 3 (multi-profile method) was used where the conditional logit model was applied under the assumption that customers make their choices according to the MaxDiff model. This model presumes that customers select a pair of items (profiles) i and j from the choice set C , where the i -th item is selected as the best one and the j -th as the worst, and the difference in utility between these two items is the maximum one among all possible utility differences. The R software and `survival` package were used for the model estimation. The results demonstrate that regardless of the type of the purchased item, it is the delivery place and payment method that play a crucial role in customers' choices.

The most important attribute is the possibility of the payment via a gateway, and the second most important one is the option of a delivery by a delivery person or to a parcel locker. Such results may suggest that customers want to pay without using cash and prefer doorstep delivery (by a delivery person) or delivery to a parcel locker (in which case they decide when to pick their purchased item up).

From a practical standpoint, the results of this study might help e-commerce retailers, logistics providers and platform operators offer delivery and payment options that are better aligned with customer preferences. By identifying which combinations of a delivery place, payment method and delivery time shape consumer choices to the largest extent, companies are able to optimise their delivery portfolios, prioritise investments in preferred solutions (such as payment gateways or parcel locker networks), and reduce mismatches between the offered services and the ones in demand. Consequently, our findings might contribute to the higher customer satisfaction, increased conversion rates, and more efficient last-mile logistics planning.

References

- Aizaki, H., & Fogarty, J. (2019). An R package and tutorial for case 2 best-worst scaling. *Journal of Choice Modelling*, 32, 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.jocm.2019.100171>.
- Aizaki, H., & Fogarty, J. (2023). R packages and tutorial for case 1 best-worst scaling. *Journal of Choice Modelling*, 46, 1–23. <https://doi.org/10.1016/j.jocm.2022.100394>.
- Auger, P., Devinney, T. M., & Louviere, J. J. (2007). Using best-worst scaling methodology to investigate consumer ethical beliefs across countries. *Journal of Business Ethics*, 70, 299–326. <https://doi.org/10.1007/s10551-006-9112-7>.
- Bakar, R., Fauziyah, N., & Rahmat, A. (2025). Do Consumers Perceive Impulsive Buying and Pain of Payment? E-Commerce Transactions Using Pay Later, E-wallet, and Cash-On-Delivery. *Gadjah Mada International Journal of Business*, 27(1), 31–59. <https://doi.org/10.22146/gamaijb.81568>.
- Basch, C. H., Yousaf, H., & Hillyer, G. C. (2025). Online purchasing options for GLP-1 agonists: Accessibility, marketing practices, and consumer safety concerns. *Journal of Medicine, Surgery, and Public Health*, 5, 1–5. <https://doi.org/10.1016/j.jlmedi.2025.100183>.

- Bauer, R., Menrad, K., & Decker, T. (2015). Adaptive Hybrid Methods for Choice-Based Conjoint Analysis: A Comparative Study. *International Journal of Marketing Studies*, 7(1), 1–14. <https://doi.org/10.5539/ijms.v7n1p1>.
- Bauerová, R. (2018). Consumers' Decision-Making in Online Grocery Shopping: the Impact of Services Offered and Delivery Conditions. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*, 66(5), 1239–1247. <https://doi.org/10.11118/actaun201866051239>.
- Brand, B. M., & Koplin, C. S. (2023). Effective return prevention measures in the post-purchase stage: a best-worst scaling approach. *Marketing ZFP*, 45(1), 30–47. <https://doi.org/10.15358/0344-1369-2023-1-30>.
- Chodak, G. (2024). *Multi-criteria Evaluation of Assortment and Suppliers in E-commerce*. Palgrave Macmillan Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-78716-4>.
- Cohen, E. (2009). Applying best-worst scaling to wine marketing. *International Journal of Wine Business Research*, 21(1), 8–23. <https://doi.org/10.1108/17511060910948008>.
- Dias, E. G., de Oliveira, L. K., & Isler, C. A. (2021). Assessing the Effects of Delivery Attributes on E-Shopping Consumer Behavior. *Sustainability*, 14(1), 1–19. <https://doi.org/10.3390/su14010013>.
- Działo, P. (2024). Wpływ handlu elektronicznego na wybory konsumentów [master's thesis, Jagiellonian University in Kraków].
- Finn, A., & Louviere, J. J. (1992). Determining the Appropriate Response to Evidence of Public Concern: The Case of Food Safety. *Journal of Public Policy & Marketing*, 11(2), 12–25. <https://doi.org/10.1177/074391569201100202>.
- Green, P. E. (1974). On the design of choice experiments involving multifactor alternatives. *Journal of Consumer Research*, 1(2), 61–68. <https://doi.org/10.1086/208592>.
- Green, P. E., Krieger, A. M., & Agarwal, M. K. (1991). Adaptive Conjoint Analysis: Some Caveats and Suggestions. *Journal of Marketing Research*, 28(2), 215–222. <https://doi.org/10.1177/002224379102800208>.
- Green, P. E., & Srinivasan, V. (1990). Conjoint analysis in marketing: New developments with implications for research and practice. *Journal of Marketing*, 54(4), 3–19. <https://doi.org/10.2307/1251756>.
- Hadaś, Ł., Domański, R., Wojciechowski, H., Majewski, A., & Lewandowicz, J. (2024). The Role of Packaging in Sustainable Omnichannel Returns – The Perspective of Young Consumers in Poland. *Sustainability*, 16(6), 1–18. <https://doi.org/10.3390/su16062231>.
- Helveston, J. (2024). *logitr: Logit Models w/Preference & WTP Space Utility Parameterizations*. <https://cran.r-project.org/web/packages/logitr/index.html>.
- Kotler, P., & Keller, K. L. (2016). *Marketing Management* (15th ed.). Pearson Education.
- Koyuncu, C., & Bhattacharya, G. (2004). The impacts of quickness, price, payment risk, and delivery issues on on-line shopping. *The Journal of Socio-Economics*, 33(2), 241–251. <https://doi.org/10.1016/j.socrec.2003.12.011>.
- Kumar, S., Pandey, S., & Bhatt, U. (2025). On Enhancing E-Commerce Shipping Policies with Blockchain and Recommender Systems. *SN Computer Science*, 6(2). <https://doi.org/10.1007/s42979-025-03687-x>.

- Kumar, V., Sindhwani, R., Zhang, J. Z., & Gaur, J. (2024). Optimizing short food supply chains through understanding consumer preferences for organic foods via e-commerce platforms and last-mile logistics. *British Food Journal*, 127(5), 1788–1809. <https://doi.org/10.1108/BFJ-05-2024-0507>.
- Kunharyanto, S. A., Mayasari, R., & Oktaviana, D. (2025). Optimization in Routing and Vehicle Selection for E-commerce Last Mile Logistics: Bibliometric Analysis. *Acta Informatica Pragensia*, 14(1), 174–190. <https://doi.org/10.18267/j.aip.257>.
- Lee, J. A., Soutar, G. N., & Louviere, J. (2007). Measuring values using best-worst scaling: The LOV example. *Psychology & Marketing*, 24(12), 1043–1058. <https://doi.org/10.1002/mar.20197>.
- Louviere, J. J., Flynn, T. N., & Marley, A. A. J. (2015). *Best-Worst Scaling. Theory, Methods and Applications*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107337855>.
- Louviere, J. J., Lings, I., Islam, T., Gudergan, S., & Flynn, T. N. (2013). An introduction to the application of (case 1) best-worst scaling in marketing research. *International Journal of Research in Marketing*, 30(3), 292–303. <https://doi.org/10.1016/j.ijresmar.2012.10.002>.
- Lusk, J. L., & Briggeman, B. C. (2009). Food Values. *American Journal of Agricultural Economics*, 91(1), 184–196. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8276.2008.01175.x>.
- Luttermann, S., Buschmann, C., Freitag, M., Kotzab, H., Tiggemann, J., Trapp, M., & Weßling, M. (2021). *What is the right home delivery option for your online shopping?*. In U. Buscher, R. Lasch & J. Schönberger (Eds), *Logistics Management. Lecture Notes in Logistics* (pp. 137–150). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85843-8_9.
- Massey, G. R., Wang, P. Z., Waller, D. S., & Lanasier, E. V. (2015). Best-worst scaling: A new method for advertisement evaluation. *Journal of Marketing Communications*, 21(6), 425–449. <https://doi.org/10.1080/13527266.2013.828769>.
- McFadden, D. (1974). Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. In P. Zarembka (Ed.), *Frontiers in Econometrics* (pp. 105–142). Academic Press. <https://eml.berkeley.edu/reprints/mcfadden/zarembka.pdf>.
- Nguyen, D. H., de Leeuw, S., Dullaert, W., & Foubert, B. P. J. (2019). What Is the Right Delivery Option for You? Consumer Preferences for Delivery Attributes in Online Retailing. *Journal of Business Logistics*, 40(4), 299–321. <https://doi.org/10.1111/jbl.12210>.
- Pascoe, M., Wright, O., & Winzar, H. (2017). Using best-worst scaling to reveal perceived relative importance of website attributes. *Asia Pacific Journal of Marketing and Logistics*, 29(2), 393–408. <https://doi.org/10.1108/APJML-08-2015-0130>.
- Pfaff, L. (2021). *Comparison of Menu-Based Conjoint Methods for Different Questionnaire Designs* [Master thesis, Erasmus University Rotterdam]. <https://thesis.eur.nl/pub/56915>.
- Radyi, S. A. M., Ridzwan, R., Mohamad, N. M., & Rahman, M. A. A. (2024). Influences on Generation Z's Purchasing Decision-Making on E-Commerce Platforms: Beyond Products and Website Design. *International Journal of Academic Research in Business & Social Sciences*, 14(12), 2457–2469. <https://doi.org/10.6007/IJARBSS/v14-i12/24203>.
- Raghavarao, D., & Padgett, L. V. (2005). *Block Designs. Analysis, Combinatorics and Applications* (Vol. 17). World Scientific Publishing.
- Rausch, T. M., Baier, D., & Wening, S. (2021). Does sustainability really matter to consumers? Assessing the importance of online shop and apparel product attributes. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 63, 102681. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2021.102681>.

- Rotem-Mindali, O., & Salomon, I. (2007). The impacts of E-retail on the choice of shopping trips and delivery: Some preliminary findings. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 41(2), 176–189. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2006.02.007>.
- Rybicka, A. (2013). Od conjoint analysis do metod wyborów opartych na menu. *Zeszyty Naukowe UE w Krakowie*, (916), 13–23. <https://doi.org/10.15678/krem.735>.
- Tam, K. Y., & Ho, S. Y. (2005). Web Personalization as a Persuasion Strategy: An Elaboration Likelihood Model Perspective. *Information Systems Research*, 16(3), 271–291. <https://doi.org/10.1287/isre.1050.0058>.
- Therneau, T. M., Lumley, T., Atkinson, E., & Crowson, C. (2024). *survival: Survival Analysis*. <https://github.com/therneau/survival>.
- Train, K. E. (2009). *Discrete Choice Methods with Simulation* (2 ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511805271>.
- Wahyudien, M. A. N., Ahistasari, A., Kayatun, S. N., Gani, M., & Wattihelu, S. A. (2024). Selection of Delivery Services Based on Customer Relationship Management and SAW Method. *Journal of Engineering & Management in Industrial System*, 12(2), 135–142. <https://jemis.ub.ac.id/index.php/jemis/article/view/19637>.
- Witkowski, J., Skowrońska, A., Cheba, K., & Baranicka, A. (2024). Comparative analysis of study results on e-commerce customer preferences in last-mile delivery in Poland. *Gospodarka Materialowa i Logistyka. Material Economy and Logistics Journal*, 76(1), 15–27. <https://doi.org/10.33226/1231-2037.2024.1.2>.
- Yang, S.-H., Panjaitan, B. P., Ujiie, K., Wann, J.-W., & Chen, D. (2021). Comparison of food values for consumers' preferences on imported fruits and vegetables within Japan, Taiwan, and Indonesia. *Food Quality and Preference*, 87, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.foodqual.2020.104042>.
- Zwerina, K. (1997). *Discrete Choice Experiments in Marketing. Use of Priors in Efficient Choice Designs and Their Application to Individual Preference Measurement*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-50013-8>.

Ubóstwo energetyczne w Polsce – ocena stanu i trendów przestrzennych za pomocą agregatowego miernika rozwoju

Elżbieta Antczak^a, Agnieszka Sobol^b

Streszczenie. Badanie omawiane w artykule ma na celu ocenę ubóstwa energetycznego gospodarstw domowych w powiatach. Aby osiągnąć to zamierzenie, za pomocą bezwzorcowej metody porządkowania liniowego skonstruowano agregatowy miernik rozwoju. Wartości cech znormalizowano z wykorzystaniem metody unitaryzacji zerowanej i uśredniono. Takie podejście pozwoliło na kompleksowe ujęcie ubóstwa energetycznego oraz ocenę możliwości pomiaru efektów realizacji Planu Społeczno-Klimatycznego (PSK) jako ważnego narzędzia polskiej polityki publicznej w zakresie ubóstwa energetycznego. Rozpoznane zostało również tło złożonych wyzwań i uwarunkowań realizacji PSK oraz powiązanego z nim Społecznego Funduszu Klimatycznego. Analizy oparto na danych za lata 2020–2023 zaczerpniętych z Banku Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego, Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2021, Zakładu Ubezpieczeń Społecznych, Państwowej Straży Pożarnej i Urzędu Regulacji Energetyki. Badanie wykazało nierówności w zakresie ubóstwa energetycznego na poziomie powiatów oraz tendencję do przestrzennej koncentracji tego zjawiska. Zwrócono uwagę na potrzebę systemowego ujęcia ubóstwa energetycznego i ograniczania go w długookresowej strategii rozwoju kraju i samorządów. Przedstawione zostały także wnioski i rekomendacje kluczowe dla kształtowania polityki publicznej.

Słowa kluczowe: Plan Społeczno-Klimatyczny, ubóstwo energetyczne, gospodarstwa domowe, agregatowy miernik rozwoju, unitaryzacja zerowana, powiaty

JEL: C43, I32, I38, Q40, R29

Energy poverty in Poland – the assessment of the current situation and geographical trends based on a composite development index

Abstract. The study discussed in the article aims to assess household energy poverty in powiats. To achieve this objective, an aggregate development indicator was constructed using a non-pattern linear ordering method. The values of variables were normalised using the zero-unitarisation method, and subsequently averaged. Such an approach allowed a comprehensive assessment of energy poverty and the evaluation of the potential for measuring the effects of implementing the Social Climate Plan (SCP) as an important instrument of the Polish public policy in the area of energy poverty. The study also identifies the background of the complex

^a Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Ekonometrii Przestrzennej, Polska / University of Lodz, The Faculty of Economics and Sociology, Department of Spatial Econometrics, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9695-6300>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: elzbieta.antczak@uni.lodz.pl.

^b Instytut Ochrony Środowiska – Państwowy Instytut Badawczy, Polska / The Institute of Environmental Protection – National Research Institute, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4363-8923>. E-mail: agnieszka.sobol14@gmail.com.

challenges and conditions related to the implementation of the SCP and the associated Social Climate Fund. The analyses are based on data for the years 2020–2023 obtained from the Local Data Bank of Statistics Poland, the National Population and Housing Census 2021, the Social Insurance Institution, the State Fire Service and the Energy Regulatory Office. The results show disparities in energy poverty levels across powiats and a trend for its geographical concentration. The study highlights the need for a systemic approach to energy poverty and limiting it in long-term development strategies for both the whole country and smaller administrative units. It also presents conclusions and recommendations that are crucial for shaping public policy.

Keywords: Social Climate Plan, energy poverty, households, composite development index, zero unitarisation, powiats

1. Wprowadzenie

Plan Społeczno-Klimatyczny (PSK) jest nowym narzędziem w systemie polityki publicznej Unii Europejskiej. Przyjęcie go przez kraj członkowski stanowi warunek finansowania inwestycji i projektów w ramach Społecznego Funduszu Klimatycznego (SFK; rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2023/955 z dnia 10 maja 2023 r. w sprawie ustanowienia Społecznego Funduszu Klimatycznego i zmieniające rozporządzenie (UE) 2021/1060; PE/11/2023/REV/1 – dalej: rozporządzenie o SFK). W PSK niezbędne jest uwzględnianie kontekstu krajowego wynikającego z uwarunkowań klimatycznych, społeczno-ekonomicznych i kulturowych, obowiązującej polityki społecznej oraz innych powiązanych tematycznie działań w zakresie polityki publicznej. Plan stanowi narzędzie łączące dążenie do neutralności klimatycznej z zapewnieniem wsparcia dla podmiotów (gospodarstw domowych, mikroprzedsiębiorstw i użytkowników transportu), które są najbardziej narażone na ubóstwo energetyczne będące skutkiem transformacji. Dotyczy to w szczególności skutków wprowadzenia nowego europejskiego systemu handlu emisjami (EU Emissions Trading System 2 – EU ETS2) dla budynków, transportu drogowego oraz paliw w dodatkowych sektorach, czyli głównie w małym przemyśle nieobjętym istniejącym EU ETS.

Społeczny Fundusz Klimatyczny zostanie ustanowiony na lata 2026–2032. Łączna przewidywana alokacja dla SFK wyniesie 65 mld euro¹. Polska ma w tej alokacji największy udział, określony na 17,6%, czyli ponad 11 mld euro. Ponadto, zgodnie z art. 15 rozporządzenia o SFK, każdy kraj członkowski wnosi wkład w wysokości co najmniej 25% szacunkowych łącznych kosztów planów. W efekcie podwyższy to kwotę polskiego funduszu do ponad 15 mld euro. Środki SFK będą pochodziły ze sprzedaży aukcji w ramach EU ETS2.

¹ Jeśli system handlu uprawnieniami do emisji – ustanowiony zgodnie z rozdziałem IVa Dyrektywy 2003/87/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 13 października 2003 r. ustanawiającej system handlu przydziałami emisji gazów cieplarnianych we Wspólnocie oraz zmieniającej dyrektywę Rady 96/61/WE (dalej: dyrektywa 2003/87/WE) – zostanie przesunięty do 2028 r. (na mocy art. 30k tej dyrektywy), to maksymalna kwota, którą będzie dysponował SFK, wyniesie 54,6 mld euro. Kwota dla Polski zostanie wtedy pomniejszona do 9 608 782 215 euro.

Zakres kwalifikowanych inwestycji i środków w ramach SFK został określony w art. 8 rozporządzenia o SFK i w części energetycznej dotyczy następujących kategorii:

- renowacja budynków – w szczególności dla gospodarstw domowych i mikroprzedsiębiorstw znajdujących się w trudnej sytuacji (zwłaszcza budynków o najgorszej charakterystyce energetycznej);
- dostęp do przystępnych cenowo, energooszczędnych mieszkań, w tym socjalnych;
- obniżenie emisyjności budynków (np. przez elektryfikację ogrzewania i chłodzenia budynków, dostęp do energooszczędnych systemów, dostęp do odnawialnych źródeł energii – OZE) i magazynowania energii;
- edukacja, informowanie, podnoszenie świadomości na temat inwestycji, dostępnego wsparcia w zakresie renowacji budynków i efektywności energetycznej, a także mobilności i transportu;
- zwiększenie efektywności energetycznej budynków dla podmiotów oferujących mieszkania socjalne.

Warto zauważyć, że założenia do opracowania PSK, poza uwarunkowaniami krajowymi czy podstawą wynikającą z EU ETS2, są kształtowane z uwzględnieniem wielu czynników międzynarodowych o różnym charakterze, w tym geopolitycznych. Istotne wydarzenia, takie jak wojna w Ukrainie, mogą wpływać na kierunek obranej polityki (Ritchie, 2025). Wskazywana jest ponadto potrzeba powiązania i koordynacji PSK z krajowymi planami energii i klimatu oraz zarządzania wielopoziomowego, obejmującego szeroki krąg interesariuszy (Bouzarovski i in., 2021).

Jednocześnie zwraca się uwagę na potrzebę zdecydowanego wzmocnienia społecznego komponentu strategii Europejski Zielony Ład, przyjętej w grudniu 2019 r. (Akgüç i in., 2022; Galgóczi, 2018). Poza PSK i SFK Europejski Zielony Ład wpisuje się w kierunek sprawiedliwej transformacji, której rezultatem powinna być eliminacja ubóstwa, w tym ubóstwa energetycznego, i zapewnienie warunków godnej pracy. Ponadto zagadnienie ubóstwa energetycznego zostało włączone do planu działań na rzecz efektywności energetycznej, w tym strategii „Fala renowacji” (European Commission, 2020).

Celem badania omawianego w niniejszym artykule jest ocena poziomu ubóstwa energetycznego gospodarstw domowych w powiatach. Analiza obejmuje lata 2020–2023. Biorąc pod uwagę zdywersyfikowany poziom ubóstwa energetycznego w kraju, postawiono następujące pytania badawcze:

1. Jak kształtuje się przestrzenne zróżnicowanie ubóstwa energetycznego na poziomie powiatów?
2. Co determinuje lokalne trendy ubóstwa energetycznego?
3. Czy poziom ubóstwa energetycznego w powiatach jest odwrotnie proporcjonalny do poziomu PKB per capita?

Omawiane badanie ma – w polskim kontekście – pionierski, interdyscyplinarny charakter: łączy analizę danych publicznych dotyczących rozwoju gospodarczego, zdrowia i środowiska w ujęciu przestrzennym. W polskiej literaturze przedmiotu brakuje podobnych kompleksowych opracowań, co uzasadnia potrzebę podjęcia takiej analizy (Charlier i Legendre, 2023; Oliveras i in., 2021; Davillas i in., 2022). Przyjęty poziom agregacji przestrzennej danych warunkuje sposób diagnozowania ubóstwa energetycznego oraz kształtowanie założeń interwencji publicznych w tym obszarze. W artykule uwzględniono nowe obszary analizy ubóstwa energetycznego. Zidentyfikowana luka badawcza dotyczy również ograniczonego teoretycznego przełożenia analiz zjawiska ubóstwa energetycznego na praktykę, tj. politykę publiczną, w tym połączenie polityki energetycznej, transportowej i klimatycznej, które są przedmiotem PSK.

2. Przegląd literatury

2.1. Definicja ubóstwa energetycznego

Zagadnienie ubóstwa energetycznego (ang. *energy poverty*, *fuel poverty*) przenika coraz wyraźniej do teorii różnych nauk oraz działań z zakresu polityki publicznej. Warto zauważyć, że koncepcja ubóstwa energetycznego wywodzi się z brytyjskiego ruchu zainicjowanego w latach 70. XX w., a prowadzona w Wielkiej Brytanii polityka publiczna w tym zakresie stanowi wzorzec i inspirację dla innych krajów (Bednar i Reames, 2020; Zhao i in., 2022). Jednak monitoring tej kategorii ubóstwa jest relatywnie nowy, a jego systemowe ujęcie w strategiach polityki publicznej dopiero się formuje.

Diagnoza sytuacji w zakresie ubóstwa energetycznego jest determinowana przyjętą definicją ubóstwa energetycznego. W literaturze fachowej, dokumentach formalnych i aktach prawnych można znaleźć wiele definicji tego pojęcia.

Zgodnie z rozporządzeniem o SFK ubóstwo energetyczne to sytuacja, w której gospodarstwo domowe nie jest w stanie zaspokoić swoich szeroko rozumianych potrzeb energetycznych. Jak już wspomniano, zarówno w rozporządzeniu o SFK, jak i w polskim prawie energetycznym definicja ta odwołuje się jedynie do gospodarstw domowych, pomijając mikroprzedsiębiorstwa. Zgodnie z art. 5gb ust. 1 Prawa energetycznego

ubóstwo energetyczne oznacza sytuację, w której gospodarstwo domowe prowadzone przez jedną osobę lub przez kilka osób wspólnie w samodzielnym lokalu mieszkalnym lub w budynku mieszkalnym jednorodzinnym, w którym nie jest wykonywana działalność gospodarcza, nie może zapewnić sobie wystarczającego poziomu ciepła, chłodu i energii

elektrycznej do zasilania urządzeń i do oświetlenia, w przypadku gdy gospodarstwo domowe łącznie spełnia następujące warunki: 1) osiąga niskie dochody; 2) ponosi wysokie wydatki na cele energetyczne; 3) zamieszkuje w lokalu lub budynku o niskiej efektywności energetycznej.

Według Dyrektywy Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2023/1791 z dnia 13 września 2023 r. w sprawie efektywności energetycznej oraz zmieniającej rozporządzenie (UE) 2023/955 ubóstwo energetyczne oznacza

brak dostępu gospodarstwa domowego do podstawowych usług energetycznych. Jest to szczególne w przypadku, gdy takie usługi zapewniają podstawowe poziomy i godziwe standardy życia i zdrowia. W odpowiednim kontekście krajowym, obowiązującej krajowej polityce społecznej i innych odpowiednich działaniach w ramach polityki krajowej, mowa tu o dostępie do odpowiedniego ogrzewania, ciepłej wody, chłodzenia, oświetlenia i energii do zasilania urządzeń. Wspomniany wyżej brak dostępu jest spowodowany połączeniem różnych czynników, w tym co najmniej zbyt wysokimi cenami, niedostatecznym dochodem do dyspozycji, wysokimi wydatkami na energię i niską efektywnością energetyczną budynków mieszkalnych.

Odmienne metodologia monitoringu ubóstwa energetycznego polega na ocenie wskaźnika wysokie koszty – niskie dochody (Low Income High Cost – LIHC). Ta miara ma źródło w brytyjskich doświadczeniach badawczych i w Wielkiej Brytanii jest uznana za oficjalną miarę; stosuje się ją na potrzeby polityki publicznej (m.in. Galvin, 2024; Georgiadou i in., 2024; Mattioli i in., 2018). Analizy z wykorzystaniem tego wskaźnika są od wielu lat prowadzone także w Polsce (np. Karpinska i Śmiech, 2021; Sokołowski i in., 2020; Wendt i in., 2023). Aby gospodarstwo domowe zostało uznane za ubogie energetycznie, musi spełnić łącznie dwa kryteria: wysokich kosztów energetycznych (wydatki na cele energetyczne powyżej mediany w populacji) oraz niskiego dochodu (dochód gospodarstwa domowego poniżej sumy 60% mediany dochodów w populacji, czyli poniżej progu ubóstwa relatywnego przyjętego przez Eurostat dla krajów UE) i wydatków na cele energetyczne w danym gospodarstwie domowym.

Rozwijające się badania monitoringu ubóstwa energetycznego dotyczą także, choć w mniejszym zakresie, analizy porównawczej stosowanych podejść z uwzględnieniem rekomendacji dla polityki publicznej (Croon i in., 2023).

W ramach omawianego badania dokonano przeglądu literatury przedmiotu w bazach Web of Science i Scopus od 2020 r., z których wybrano teksty z takimi słowami kluczowymi, jak: ubóstwo energetyczne, monitoring i polityka klimatyczna oraz ich połączeniami. Selekcja tekstów do analizy objęła po 50 pozycji z największą

liczbą cytowań w każdym układzie powiązań. Ponadto przeprowadzono przegląd krajowych badań naukowych, których celem była kwantyfikacja ubóstwa energetycznego oraz analiza jego przestrzennego zróżnicowania. Szczegółową analizę literatury ograniczono do krajów europejskich.

2.2. Ekonomiczne kryteria ubóstwa energetycznego

Rozwijające się badania na temat uwarunkowań kształtujących ubóstwo energetyczne wskazują na istotność licznych aspektów ekonomicznych, w tym stopy bezrobocia, PKB per capita czy nierówności ekonomicznych (Nguyen i Nasir, 2021; Nussbaumer i in., 2012; Thomson i in., 2017). W badaniach przeprowadzonych w 28 krajach europejskich w latach 2004–2019 zidentyfikowano kluczowe czynniki warunkujące poziom ubóstwa energetycznego, do których zaliczono w szczególności ceny energii, a w dalszej kolejności – bezrobocie i odsetek zagrożonych ubóstwem ekonomicznym. Stwierdzono ponadto, że recesja gospodarcza i PKB wpływają na poziom ubóstwa energetycznego w Europie (Halkos i Gkampoura, 2021).

Siksneityte-Butkienė i in. (2021) przeprowadzili kompleksowy przegląd literatury i zaproponowali monitoring ubóstwa energetycznego z zastosowaniem 71 zmiennych. Analizy w zakresie ubóstwa energetycznego w Polsce obejmują wybrane aspekty z uwzględnieniem wskaźników obiektywnej i subiektywnej oceny gospodarstw domowych (Gajdzik i in., 2024; Lewandowski i in., 2018; Lipiński i Juszcak, 2023; Sokołowski i in., 2020).

2.3. Powiązanie transformacji energetycznej i stanu środowiska z ubóstwem energetycznym

Liczne badania dowodzą, że rozwój OZE ma bezpośrednie przełożenie na obniżanie skali ubóstwa energetycznego (Hanke i in., 2021; Hong i in., 2022; Zhao i in., 2022). Transformacja energetyczna w kierunku OZE wskazuje także na korelację pomiędzy przedsiębiorczością mieszkańców związaną z rozwojem energetyki obywatelskiej² a redukcją ubóstwa energetycznego (Campos i Marín-González, 2020; Reames i in., 2018). Co więcej, ubóstwo energetyczne jest bezpośrednio związane ze stanem nieruchomości i ich efektywnością energetyczną (Moore, 2012). Jednocześnie widoczne jest bezpośrednie powiązanie ubóstwa ze stanem środowiska, w tym

² Energetyka obywatelska, zwana również prosumencką, stanowi model demokratyzacji systemu energetycznego, w którym społeczności lokalne nie tylko konsumują, lecz także wytwarzają energię i nią współzarządzają. Obywatele stają się w nim aktywnymi uczestnikami rynku, co zwiększa ich kontrolę nad kosztami energii oraz umożliwia powstawanie lokalnych źródeł dochodu i współwłasności. Literatura wskazuje, że inicjatywy prosumenckie mogą ograniczać wykluczenie energetyczne poprzez redukcję barier finansowych i strukturalnych obecnych na tradycyjnym rynku energii. Projekty tego typu są często zakorzenione w wartościach solidarności i sprawiedliwości energetycznej, co wzmacnia ich społeczny wymiar.

z zanieczyszczeniem atmosferycznym, które jest wyższe w regionach o większym ubóstwie energetycznym (Dong i in., 2021). Oznacza to, że odejście od konwencjonalnych źródeł energii może być strategią pozytywnie wpływającą zarówno na środowisko i klimat, jak i na społeczność.

Badania wskazują też, że globalne ubóstwo energetyczne, w tym w krajach europejskich, wykazuje znaczną tendencję spadkową. Przyczynia się do tego sektor energetyki odnawialnej, którego szybki rozwój dodatkowo wzmacnia ograniczanie ubóstwa dzięki poprawie efektywności energetycznej (Zhao i in., 2022).

2.4. Ubóstwo energetyczne a poziom wykształcenia i zdrowie

Obserwuje się związek między ubóstwem energetycznym a poziomem wykształcenia, zwłaszcza w krajach o niskich dochodach (Apergis i in., 2022). Ponadto ubóstwo energetyczne jest powiązane z degradacją dobrostanu społecznego (Churchill i Smyth, 2020) i zdrowia pracowników (Kose, 2019; Sokołowski i in., 2020).

Ubóstwo energetyczne niesie liczne negatywne konsekwencje, a jedną z najważniejszych jest destruktywny wpływ na zdrowie osób nim dotkniętych. W badaniu przeprowadzonym przez IBS (Sokołowski i in., 2024) wykazano, że osoby zamieszkujące budynki o niskim standardzie częściej zgłaszają dolegliwości układów oddechowego, krążeniowego i ruchu. Francuskie badania wykazały obniżenie ogólnych wskaźników zdrowia fizycznego i psychicznego oraz samopoczucia wśród gospodarstw dotkniętych ubóstwem energetycznym (Charlier i Legendre, 2023). Podobne rezultaty uzyskano w badaniu przeprowadzonym wśród dzieci i młodzieży z Barcelony – te z nich, które doświadczały złych warunków mieszkaniowych, częściej zapadały na choroby układu oddechowego oraz miały trudności w nauce i zaburzenia emocjonalne (Oliveras i in., 2021). W Wielkiej Brytanii wykazano natomiast, że brak komfortu cieplnego wpływa negatywnie na subiektywną ocenę życia, zdrowie psychiczne i parametry biochemiczne związane z ryzykiem chorób przewlekłych (Davillas i in., 2022). Co istotne, wnioski płynące z badania prowadzonego w Walii pokazują, że działania poprawiające efektywność energetyczną budynków mogą przynieść wyraźną poprawę stanu zdrowia i zmniejszyć poczucie izolacji społecznej (Grey i in., 2017).

Negatywny wpływ ubóstwa energetycznego na zdrowie i jakość życia został uwzględniony w szerokiej definicji ubóstwa energetycznego przyjętej w Unii Europejskiej (Day i in., 2016; Kahouli, 2020; Llorca i in., 2020). Należy też zauważyć, że gospodarstwa domowe, w których występuje niepełnosprawność lub poważna choroba, należą do grup szczególnie narażonych na ubóstwo energetyczne z uwagi na zwiększone potrzeby energetyczne oraz ograniczone możliwości finansowe i mieszkaniowe (Liddell i Morris, 2010; Thomson i in., 2017)³.

³ W literaturze naukowej wskazuje się, że grupy wrażliwe, w tym osoby z niepełnosprawnościami i poważnymi chorobami oraz osoby starsze, charakteryzują się zwiększonym zapotrzebowaniem na energię, która jest niezbędna do utrzymania komfortu cieplnego i funkcjonowania w gospodarstwie domowym (m.in. na ogrzewanie, chłodzenie oraz stały dostęp do energii elektrycznej), co w konsekwencji podwyższa koszty eksploatacji.

2.5. Obiektywne i subiektywne kryteria oceny ubóstwa energetycznego

W krajach UE większość strategii w dziedzinie energii i klimatu, uwzględniających również kwestie ubóstwa energetycznego, opiera się na wskaźnikach i danych pochodzących z Europejskiego Badania Warunków Życia Ludności (EU-SILC), które jest prowadzone przez krajowe urzędy statystyczne.

Bieżące analizy z zakresu metodologii monitoringu ubóstwa energetycznego w UE przeprowadza od 2004 r. Energy Poverty Advisory Hub (EPAH) jako agenda bezpośrednio współpracująca w tym zakresie z Komisją Europejską. W najnowszym opracowaniu EPAH (European Commission, 2024) przedstawiono wyniki przeglądu monitoringu stosowanego w krajach członkowskich, w tym: wskaźniki, diagnozę stanu w zakresie ubóstwa energetycznego i transportowego, ocenę podejść monitoringowych, katalog wskaźników uzupełniających, a także zalecenia dotyczące polityki publicznej w obszarze przeciwdziałania ubóstwu energetycznemu. Wśród wielu poruszanych kwestii ważne uwagi dotyczą wad i zalet miar obiektywnych (ilościowych) i subiektywnych (jakościowych) w ocenie ubóstwa w kierunku ich łączenia. W opracowaniu wskazano także możliwe błędy interpretacyjne czy efekt wielokrotnego zaciągania tych samych grup podmiotów przy łączeniu wskaźników, a jednocześnie pomijania kluczowych kwestii dotyczących innych grup społecznych.

Badanie ubóstwa energetycznego nie może być zawężane tylko do analizy bezpośrednich wskaźników ubóstwa, takich jak niski dochód, czy innych – nawet obiektywnych – czynników dotyczących warunków mieszkaniowych. Istotnymi aspektami oceny są efektywność cieplna i powierzchnia mieszkalna. W tym przypadku niska jakość izolacji cieplnej budynku i zbyt duża powierzchnia, które są bezpośrednio powiązane z efektywnością energetyczną budynku, mogą generować nieuzasadnione wydatki i jednocześnie powodować błędną identyfikację ubóstwa energetycznego. Warto zauważyć, że w doborze zmiennych do oceny ubóstwa energetycznego uwzględnia się te, które wynikają jednocześnie z sytuacji materialnej i ekonomicznej oraz wysokiego udziału wydatków na energię. Pomija się jednak uwarunkowania dotyczące powierzchni do ogrzania (lub chłodzenia) czy nasycenia i energochłonności urządzeń oraz rodzajów paliwa, które w znacznym stopniu determinują potrzeby energetyczne. Przekrojowe, przeprowadzone na próbie ośmiu krajów rozwiniętych badania nad powiązaniem ubóstwa energetycznego i zmian klimatu wskazują, że rosnące zapotrzebowanie na chłodzenie (w efekcie wzrostu temperatur) wpływa na pogłębianie się skali ubóstwa energetycznego (Randazzo i in., 2020).

Ponadto z badań wynika, że różnice skali obiektywnego i subiektywnego ubóstwa energetycznego sięgają nawet kilkudziesięciu procent (3–40%; Lipiński i Juszczak, 2023), a w okresach szeroko rozumianego kryzysu, kiedy warunki życia się pogarszają, a większość ludzi prewencyjnie oszczędza, subiektywne odczucia (nawet osób relatywnie dobrze sytuowanych) mogą zaniżać ocenę własnej sytuacji ekonomicznej.

Warto też zauważyć, że oszczędzanie energii może być powiązane ze świadomością ekologiczną i chęcią ograniczenia zużycia zasobów energetycznych, a w efekcie – redukcji emisji gazów cieplarnianych.

Przedstawiony przegląd inicjatyw, opracowań i badań wskazuje na wiele obszarów w zakresie diagnozy i monitoringu ubóstwa energetycznego. Jednocześnie niezbędne jest usystematyzowanie wykorzystywanych mierników w celu kompleksowego ujęcia wszystkich kluczowych aspektów obejmujących zagadnienia ekonomiczne, materialne, mieszkaniowe, środowiskowe i zdrowotne gospodarstw domowych. Propozycja agregatowego ujęcia poziomu ubóstwa energetycznego jest pierwszą próbą nowatorskiego, kompleksowego podejścia do oceny ubóstwa energetycznego w Polsce na poziomie powiatu na podstawie dostępnych danych publicznych.

3. Metoda badania

Przedmiotem analizy jest ubóstwo energetyczne gospodarstw domowych⁴. Wybór okresu badawczego – lata 2020–2023 – został podyktowany przyjęciem Europejskiego Zielonego Ładu oraz dostępnością danych statystycznych i ich ciągłością. Poziomą agregację przestrzenną danych ma kluczowe znaczenie dla kształtowania założeń polityki w zakresie ubóstwa energetycznego. Złożoność kategorii ubóstwa energetycznego wymaga kompleksowego pakietu działań i wielu inwestycji. W tym obszarze polityki publicznej niezbędne są zarówno długofalowa strategia oraz odpowiedni potencjał finansowy i organizacyjny, jak i dobre rozpoznanie uwarunkowań lokalnych, a także bliskość instytucjonalna do podmiotów narażonych na ubóstwo energetyczne.

Opublikowane w 2016 r. przez Instytut Badań Strukturalnych (IBS) wyniki badań w zakresie regionalnego ubóstwa energetycznego wskazują na różnice w poziomie tego zjawiska w dużych i mniejszych miastach oraz na wsi (Karpinska i in., 2021; Lis i in., 2016). Na poziomie lokalnym (np. gminnym) analizy ubóstwa energetycznego są prowadzone przez samorządy terytorialne, które podejmują inicjatywy badawcze w celu rozpoznania skali problemu w swoich społecznościach. Z powodu braku reprezentatywnych danych w ogólnodostępnych bazach statystycznych wykorzystuje się głównie dane uzyskane metodą ankietową (np. Gmina Olszewo-Borki, 2024;

⁴ Zgodnie z rozporządzeniem o SFK fundusz ten ma być narzędziem wsparcia nie tylko gospodarstw domowych, lecz także mikroprzedsiębiorców narażonych na ubóstwo energetyczne. Niemniej jednak w definicjach ubóstwa energetycznego zawartych zarówno w Ustawie z dnia 10 kwietnia 1997 r. – Prawo energetyczne (dalej: ustawa Prawo energetyczne), jak i w rozporządzeniu o SFK wskazane są jedynie gospodarstwa domowe. Co więcej, w opracowaniach naukowych i raportach agendy UE dotyczących ubóstwa energetycznego podmioty z grupy mikroprzedsiębiorstw są uwzględniane tylko marginalnie. Tematyka ubóstwa energetycznego w odniesieniu do prowadzenia działalności gospodarczej w zasadzie nie jest poruszana. To duże niedopatrzenie, biorąc pod uwagę znaczenie sektora przedsiębiorstw, w tym mikroprzedsiębiorstw i firm rodzinnych, w utrzymaniu zdźwersyfikowanej gospodarki, odpornej na koniunkturę. Dane publiczne dotyczące mikroprzedsiębiorstw narażonych na ubóstwo energetyczne na poziomie powiatów nie są dostępne.

Gmina Wierzbno, 2024; Mazowieckie Centrum Polityki Społecznej, 2024). W 2020 r. IBS przeprowadził ankietę wśród mieszkańców Rudy Śląskiej i Tychów, wykorzystując obiektywne i subiektywne wskaźniki ubóstwa energetycznego i ocenę stanu zdrowia ankietowanych (Sokołowski i in., 2024).

Z uwagi na wielowymiarowy charakter zjawiska, jego zróżnicowanie przestrzenne oraz ograniczoną możliwość wiarygodnej weryfikacji zarówno statystycznej, jak i merytorycznej na wyższych poziomach agregacji (takich jak poziom województw, kraju czy świata) podjęto decyzję o przeprowadzeniu analizy ubóstwa energetycznego na niższym poziomie administracyjnym. Za najbardziej adekwatny uznano poziom powiatów, m.in. ze względu na relatywnie dobrą dostępność danych statystycznych pochodzących ze źródeł publicznych.

W badaniu wykorzystano dane z Banku Danych Lokalnych (BDL) Głównego Urzędu Statystycznego (<https://bdl.stat.gov.pl>), w tym z Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2021 (NSP; [https://bdl.stat.gov.pl/bdl/dane/podgrup/temat, kategoria: narodowe spisy powszechne, grupa: NSP 2021 – mieszkania](https://bdl.stat.gov.pl/bdl/dane/podgrup/temat,kategoria:narodowe%20spisy%20powszechne,grupa:NSP%2021%20-%20mieszkania)), a także dane z Portalu Statystycznego Zakładu Ubezpieczeń Społecznych (ZUS; <https://psz.zus.pl>), Państwowej Straży Pożarnej (PSP; Komenda Główna Państwowej Straży Pożarnej, b.r.) i Urzędu Regulacji Energetyki (URE; Urząd Regulacji Energetyki, b.r.).

Oceny poziomu ubóstwa energetycznego gospodarstw domowych w podziale na powiaty dokonano na podstawie autorskiego doboru wskaźników – zmiennych diagnostycznych. Zmienne podzielono na stymulanty (wpływające na wzrost poziomu ubóstwa energetycznego) i destymulanty (wpływające na obniżenie poziomu ubóstwa energetycznego), a następnie pogrupowano w cztery obszary:

- stan zasobów mieszkaniowych i dostęp do nich;
- sytuacja materialna i ekonomiczna;
- stan środowiska, głównie jakość powietrza;
- stan zdrowia fizycznego i psychicznego.

W dotychczasowych badaniach dobór wskaźników – poza uzasadnieniem merytorycznym obejmującym różnorodne obszary ubóstwa energetycznego – wynikał z aktualnych, głównych kierunków diagnozy i oceny nakreślonych w dokumentach strategicznych oraz działaniach w zakresie polityki międzynarodowej. Ponadto istotne znaczenie miały dostępność i kompletność danych statystyki publicznej. Ze względu na różne źródła i okresy dostępności informacji statystycznej ciągłość danych nie została zachowana. Wartości wskaźników uśredniono, co pozwoliło na obserwację stanu zjawiska, ale nie było wystarczające do zbadania dynamiki poziomu ubóstwa we wskazanym okresie. Ostatecznie do pomiaru i monitoringu poziomu ubóstwa energetycznego zaproponowano zestaw 32 wskaźników, przedstawionych w tablicy.

Tablica wskaźników ubóstwa energetycznego w powiatach i wartości statystyk opisowych

Wskaźnik (jednostka miary)	Charakter zmiennej	Lata	Źródło	Średnia	R	V
Stan zasobów mieszkaniowych i dostęp do nich						
Liczba mieszkań na 1000 ludności	D	2020–2023	BDL	382,7	327,5	15
Udział komunalnych zasobów mieszkaniowych w zasobach mieszkaniowych ogółem (w %)	D	2020, 2022		3,1	13,6	67
Udział remontów związanych z centralnym ogrzewaniem w komunalnych zasobach mieszkaniowych w remontach komunalnych zasobów mieszkaniowych ogółem (w %)	D	2020, 2022		12,6	50,0	108
Udział ubytków w zasobach mieszkaniowych dotyczących mieszkań wyposażonych w centralne ogrzewanie w ubytkach zasobów mieszkaniowych ogółem (w %)	S	2020–2023		26,7	91,7	83
Udział komunalnych zasobów mieszkaniowych (lokal mieszkalny i najem socjalny) niespełniających standardów technicznych do zamieszkania w komunalnych zasobach mieszkaniowych ogółem (w %)	S	2022		1,8	33,6	171
Udział mieszkań wyposażonych w centralne ogrzewanie w liczbie mieszkań ogółem (w %)	D	2020–2023		83,0	31,9	10
Długość sieci ciepłej przesyłowej i rozdzielczej na 100 km ² powierzchni (w km)	D	2020–2023		24,5	241,8	216
Długość przyłączy do budynków na 100 km ² powierzchni (w km)	D	2020–2023		12,7	138,8	220
Liczba kotłowni na 1000 budynków mieszkalnych	S	2020–2023		6,0	28,3	67
Udział mieszkań zamieszkałych w budynkach z lat 2017–2021 w liczbie mieszkań ogółem (w %)	D	2021	NSP	4,9	18,8	52
Udział mieszkań zamieszkałych w budynkach sprzed 1918 r. w liczbie mieszkań ogółem (w %)	S	2021		6,6	44,8	103
Udział pożarów spowodowanych niewłaściwym użytkowaniem lub wadami urządzeń grzewczych na paliwa ciekłe, stałe i energię elektryczną w danym powiecie w liczbie pożarów we wszystkich powiatach (w %)	S	2020–2023	PSP	0,3	1,4	61

Tablica wskaźników ubóstwa energetycznego w powiatach i wartości statystyk opisowych (cd.)

Wskaźnik (jednostka miary)	Charakter zmiennej	Lata	Źródło	Średnia	R	V
Sytuacja materialna i ekonomiczna						
Przeciętna kwota dodatków mieszkaniowych wypłaconych użytkownikom lokali (w zł)	S	2020–2023	BDL	246,7	267,3	18
Przeciętne zaległości w opłatach za mieszkanie (w zł)	S	2020, 2022		6397,8	101931,8	115
Beneficjenci środowiskowej pomocy społecznej na 10 000 ludności	S	2020–2023		438,5	1166,5	42
Koszty centralnego ogrzewania i ciepłej wody na m² mieszkania (w zł)	S	2020, 2022		29,2	252,9	53
Stopa bezrobocia rejestrowanego (w %)	S	2020–2023		7,7	23,3	52
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto (w zł)	D	2020–2023		5587,2	6449,5	12
Udział gospodarstw domowych, którym przyznano świadczenia pomocy społecznej z tytułu ubóstwa, w ogólnej liczbie gospodarstw domowych objętych pomocą społeczną (w %)	S	2020–2023		23,0	27,6	20
Zużycie energii elektrycznej w gospodarstwach domowych na osobę (w kWh)	S	2020–2023		747,7	1765,0	19
Liczba uczniów szkół podstawowych przypadających na oddział	D	2020–2023		16,2	9,8	12
Liczba uczniów szkół ponadpodstawowych, ponadgimnazjalnych i policealnych przypadających na oddział	D	2020–2023		22,2	22,0	14
Udział osób na utrzymaniu lub mających nieustalone źródło utrzymania w liczbie ludności według innych głównych źródeł utrzymania (w %)	S	2021	NSP	34,4	17,3	10
Udział osób z wykształceniem wyższym w liczbie ludności ogółem (w %)	D	2021		20,2	34,4	29
Stan środowiska						
Udział instalacji OZE wpisanych do rejestru wytwórców energii w małej instalacji w danym powiecie w liczbie instalacji we wszystkich powiatach (w %)	D	2020–2023	URE	0,3	1,3	81
Udział mocy instalacji OZE wpisanych do rejestru wytwórców energii w małej instalacji w danym powiecie w mocy instalacji we wszystkich powiatach (w %)	D	2020–2023		0,2	4,2	166
Udział wydatków na ochronę powietrza atmosferycznego i klimatu w wydatkach na gospodarkę komunalną i ochronę środowiska (w %)	D	2020–2023	BDL	6,0	32,3	104

Tablica wskaźników ubóstwa energetycznego w powiatach i wartości statystyk opisowych (dok.)

Wskaźnik (jednostka miary)	Charakter zmiennej	Lata	Źródło	Średnia	<i>R</i>	<i>V</i>
Stan zdrowia fizycznego i psychicznego						
Udział zamachów samobójczych z powodu złych warunków ekonomicznych i długów w liczbie zamachów ogółem (w %)	S	2020–2023	BDL	2,5	19,6	90
Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu choroby układu krążenia (I00–I99; w dniach)	S	2020–2023	ZUS	11,1	5,6	11
Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu choroby układu oddechowego (J00–J99; w dniach)	S	2020–2023		17,9	7,8	10
Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu zaburzeń depresyjnych (F32–F33; w dniach)	S	2020–2023		20,0	11,1	10
Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu zaburzeń lękowych (F40–F41; w dniach)	S	2020–2023		19,6	10,9	11

Uwaga. *R* – miara rozstępu, różnica pomiędzy wartością maksymalną a minimalną; *V* – współczynnik zmienności liczony jako udział odchylenia standardowego w wartości średniej wyrażony w %; D – destymulanta; S – stymulanta. Szarym kolorem oznaczono zmienne, które nie zostały włączone do miary agregatowej ze względu na wysoką współliniowość, tj. istotną statystycznie korelację z innymi zmiennymi oraz niewielkie zróżnicowanie cechy ($V < 10\%$).

Źródło: opracowanie własne.

Zmienną syntetyczną (miarę agregatową) określającą poziom ubóstwa energetycznego skonstruowano za pomocą bezwzorcowej metody porządkowania liniowego, wykorzystującej średnią arytmetyczną unormowanych cech (Bąk, 2018). Normalizacji zmiennych dokonano metodą unitaryzacji zerowanej (Kukuła i Bogocz, 2014). W formule miary syntetycznej poziom zjawiska analizuje się w r obiektach $W_1, W_2, \dots, W_r$ (tu – 380 powiatów). Każdy obiekt jest opisany przez n zmiennych diagnostycznych (tablica). Zgromadzone informacje o wskaźnikach tworzą macierz dwuwymiarową postaci:

$$\mathbf{X} = [x_{ij}] = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x_{r1} & \dots & x_{rn} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} i = 1, \dots, r \\ j = 1, \dots, n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

gdzie x_{ij} oznacza wartość zmiennej X_j w obiekcie W_i .

Każdy obiekt jest scharakteryzowany przez wektor zmiennych diagnostycznych:

$$\mathbf{X} = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{in}] \quad (i = 1, \dots, r). \quad (2)$$

W metodzie unitaryzacji zerowanej występuje stały punkt odniesienia, którym jest rozstęp zmiennej normowanej:

$$R(X_j) = \max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}. \quad (3)$$

Normalizacji cechy dokonano w zależności od jej charakteru. Dla stymulant:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_k x_{kj}}{\max_k x_{kj} - \min_k x_{kj}}, \quad (4)$$

a dla destymulant:

$$z_{ij} = \frac{\max_k x_{kj} - x_{ij}}{\max_k x_{kj} - \min_k x_{kj}}, \quad (5)$$

gdzie z_{ji} to znormalizowana wartość j -ej cechy dla i -tej jednostki.

Normalizacja cech za pomocą formuł (4) i (5) prowadzi do pozbawienia zmiennych różnorodnych jednostek pomiarowych, w których są wyrażone, oraz do uzyskania zbioru cech o wartościach dodatnich mieszczących się w przedziale $[0, 1]$.

W celu otrzymania jednej oceny charakteryzującej obiekt zsumowano wszystkie zmienne unormowane dla każdego powiatu⁵:

$$q_i = \sum_{j=1}^n z_{ij}. \quad (6)$$

Zmienną syntetyczną (MUE), będącą oceną zmiennej charakteryzującej i -ty obiekt, wyznaczono ze wzoru (7):

$$MUE_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_i. \quad (7)$$

MUE przyjmuje wartości z przedziału $[0, 1]$. Im są one bliższe 1, tym poziom ubóstwa energetycznego powiatu jest wyższy (wyższa pozycja powiatu w rankingu).

⁵ Na potrzeby analizy – w celu obiektywizacji badań – zrezygnowano z nadawania zróżnicowanych wag poszczególnym zmiennym (każdej cesze przypisano wagę równą 1). Wartościowanie wpływu poszczególnych cech na ocenę badanego zjawiska zawsze budzi wiele kontrowersji i dyskusji, nie zmienia to jednak faktu, że podejmowanie takich prób jest potrzebne (Antczak i in., 2023; Kusideł i Antczak, 2014).

Dobór cech do budowy miary syntetycznej, oprócz założeń merytorycznych, musi spełniać określone kryteria statystyczne i formalne, a także zapewniać odpowiednią wartość informacyjną zmiennych (Antczak, 2013). Zmienne powinny charakteryzować się zróżnicowaniem przestrzennym i niskim skorelowaniem. W niniejszej analizie do oceny stopnia zróżnicowania cechy posłużył współczynnik zmienności (V); włączono cechy spełniające warunek $V \geq 10\%$ (Reed i in., 2002). Do oceny stopnia skorelowania zmiennych zastosowano analizę korelacji współczynnikami rang Spearmana (wraz z badaniem istotności statystycznej na poziomie $\alpha = 0,10$). Na tej podstawie ze zbioru mierników cząstkowych do miary agregatywnej wybrano 17 wskaźników, które spełniły formalne kryteria doboru⁶.

Przeprowadzono procedurę składającą się z następujących etapów:

- konstrukcja wskaźników ubóstwa energetycznego, podział na obszary i określenie charakteru zmiennych;
- wybór zmiennych diagnostycznych – ocena formalna (analiza korelacji z użyciem współczynnika rang Spearmana i badanie względnej zmienności za pomocą współczynnika zmienności); w ten sposób oceniono zdolność dyskryminacyjną zmiennych oraz ich pojemność, czyli stopień skorelowania z innymi zmiennymi;
- normalizacja metodą unitaryzacji zerowanej;
- obliczenie wypadkowego miernika syntetycznego dla każdego powiatu jako miary ubóstwa z wykorzystaniem bezwzorcowej metody porządkowania liniowego;
- badanie wrażliwości miary z użyciem metody analizy głównych składowych, obejmujące porównanie rankingów powiatów na podstawie 10 składowych wyjaśniających 67% wariancji oraz ocenę ładunków czynnikowych, co pozwoliło wskazać kluczowe zmienne i potwierdzić trafność doboru determinant ubóstwa energetycznego;
- klasyfikacja kwartylowa powiatów jako narzędzie analizy rozkładu i pogrupowania powiatów ze względu na podobny poziom ubóstwa energetycznego w taki sposób, że granice pierwszej klasy wyznaczono przez maksimum i trzeci kwartył, drugiej – przez trzeci kwartył i medianę, trzeciej – przez medianę i pierwszy kwartył, a czwartej – przez pierwszy kwartył i minimum (Antczak i in., 2023);
- wizualizacja, tabelaryzacja i interpretacja otrzymanych wyników, w tym analiza autokorelacji przestrzennej za pomocą statystyk Morana (globalnej i lokalnych; Anselin, 1995), w celu rozpoznania powiatów, które charakteryzują się podobnymi lub odmiennymi wartościami MUE oraz określenia i odwzorowania prawidłowości o charakterze przestrzennym;

⁶ W analizie wrażliwości MUE, przy uwzględnieniu współwystępowania licznych skorelowanych zmiennych i istotnych statystycznie zależności między nimi, zastosowano metodę analizy głównych składowych (Principal Component Analysis – PCA; Halikowska, 2022; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2008). Procedura obejmowała porównanie rankingów powiatów na podstawie wartości 10 głównych składowych, które łącznie wyjaśniały 67% wariancji zmiennych pierwotnych (największą zbieżność rankingów zaobserwowano w przypadku czwartej, piątej i siódmej głównej składowej), oraz analizę wartości ładunków czynnikowych, na podstawie których zidentyfikowano zmienne o największym wpływie na poszczególne składowe. Wyniki te potwierdzają trafność doboru determinant ubóstwa energetycznego.

- analiza diagramu korelacyjnego w celu określenia, czy istnieje statystycznie istotny ujemny związek kierunkowy pomiędzy poziomem miary ubóstwa energetycznego a wartością PKB per capita w cenach bieżących, oszacowaną i uśrednioną dla lat 2020–2023 zgodnie z metodyką Dańskiej-Borsiak (2024), oraz zidentyfikowania powiatów, dla których obserwowana zależność ma charakter dodatni;
- oszacowanie parametrów regresji liniowej w celu sprawdzenia, w jakim stopniu zmienność PKB per capita statystycznie istotnie wyjaśnia przestrzenne zróżnicowanie poziomu ubóstwa⁷.

Obliczenia wykonano w programie IBM SPSS Statistics 20, a wizualizację – w programie ArcMap 10.8.2.

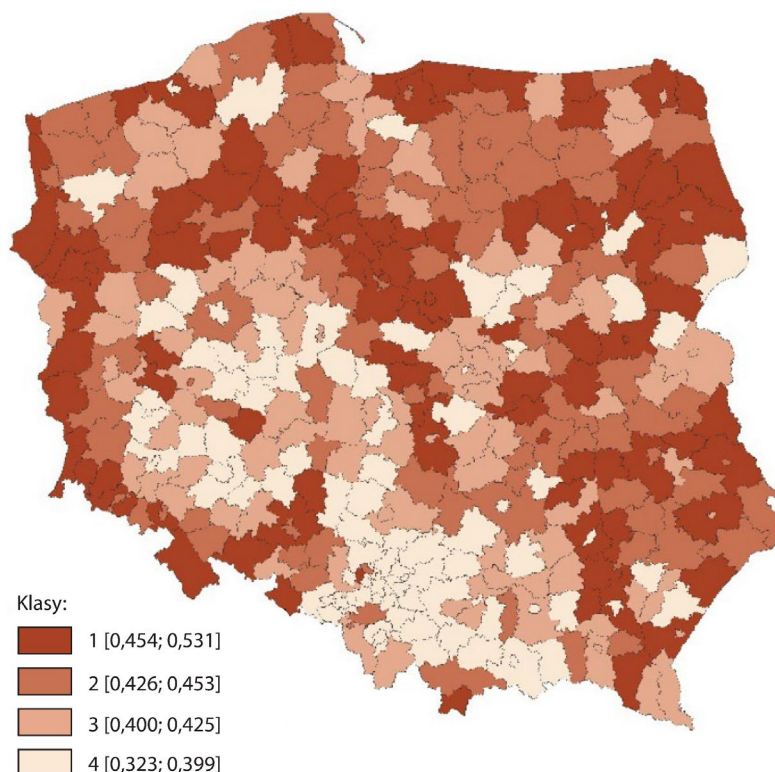
4. Wyniki

Z informacji przedstawionych na mapie 1 wynika, że powiaty o wysokim poziomie ubóstwa energetycznego (klasa 1) grupują się w różnych częściach kraju, szczególnie w południowo- i północno-wschodniej Polsce, w rejonie środkowo-północnym oraz na krańcach zachodnich. W rozpatrywanych latach najwyższymi wartościami miary ubóstwa energetycznego cechowały się powiaty: lipnowski, chełmiński, siedlecki, łwówecki, karkonoski, nakielski, koszaliński, nyski, białobrzeski i siemiatycki (jednostki wymieniono w kolejności od najwyższej wartości MUE).

Z mapy wynika również, że większość miast na prawach powiatu znajduje się w klasach 3 i 4, czyli w grupie jednostek o niższym niż przeciętny poziomie ubóstwa energetycznego. W klasie 1 znalazły się m.in. miasta woj. mazowieckiego: Radom, Siedlce i Płock, a także Świnoujście, Gorzów Wielkopolski, Sopot i Zabrze.

Powiaty o najniższych wartościach MUE są zlokalizowane w południowo-środkowej, centralnej i północno-zachodniej części kraju. Są to miasta: Jaworzno, Rybnik, Sosnowiec, Katowice, Legnica, Skierniewice, Ostrołęka, Bielsko-Biała i Gliwice oraz powiaty: myszkowski, zawierciański, mikołowski, bocheński, olkuski i bieruńsko-lędzki.

⁷ $MUE_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot PKB_i + \varepsilon_i$, gdzie: MUE_i – poziom ubóstwa energetycznego w i -tym powiecie, PKB_i – PKB per capita w i -tym powiecie, β_0 – wyraz wolny, β_1 – współczynnik kierunkowy, ε_i – składnik losowy, uwzględniający zmienność niewyjaśnioną przez model.

Mapa 1. Klasyfikacja powiatów według poziomu MUE

Źródło: opracowanie własne.

Wskaźnikami, które najczęściej determinowały wysoki poziom ubóstwa energetycznego w grupie powiatów z klasy 1 – według wartości MUE – były liczne ubytki w zasobach mieszkaniowych wyposażonych w centralne ogrzewanie i zasoby mieszkaniowe gmin niespełniające standardów technicznych do zamieszkania. Ponadto w powiatach o dużym nasileniu badanego zjawiska obserwowano wysoki udział rodzin, którym na podstawie decyzji przyznano świadczenia pomocy społecznej ze względu na ubóstwo, przeciętnie dłuższą absencję chorobową z tytułu zaburzeń depresyjnych oraz przeciętnie niższe wydatki na ochronę powietrza atmosferycznego i klimatu. Jednostki te charakteryzował niższy udział remontów komunalnych zasobów mieszkaniowych i mniejsza liczba mieszkań zamieszkałych w budynkach z lat 2017–2021.

Niski poziom MUE (dotyczy to powiatów z klasy 4) najczęściej determinowały wysokie wartości takich wskaźników, jak udział wydatków na ochronę powietrza, moc instalacji z wykorzystaniem OZE wpisanych do rejestru wytwórców energii w małej instalacji oraz liczba uczniów przypadających na oddział szkół ponadpodstawowych,

ponadgimnazjalnych i policealnych. Kluczowe czynniki warunkujące niski poziom ubóstwa energetycznego w południowo-środkowej, centralnej i północno-zachodniej Polsce to: stosunkowo niewielka liczba pożarów spowodowanych niewłaściwym użytkowaniem lub wadami urządzeń grzewczych, przeciętnie mniejsze zasoby mieszkaniowe gmin (komunalne) niespełniające standardów technicznych do zamieszkania oraz przeciętnie krótszy czas świadczeń absencji chorobowej z tytułu zaburzeń depresyjnych i chorób układu krążenia (zestawienie).

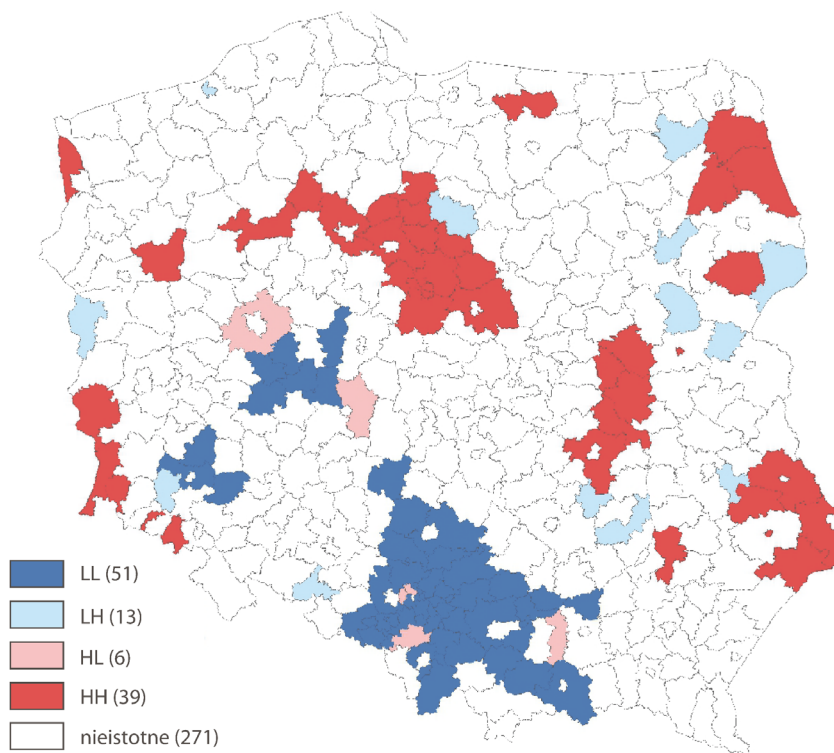
Zestawienie. Macierz wskaźników ubóstwa energetycznego determinujących poziom MUE

Wysoki poziom MUE	Niski poziom MUE
Ponadprzeciętnie wysokie wartości wybranych wskaźników	
• Udział ubytków w zasobach mieszkaniowych dotyczących mieszkań wyposażonych w centralne ogrzewanie w ubytkach zasobów mieszkaniowych ogółem • Udział komunalnych zasobów mieszkaniowych (lokal mieszkalny i najem socjalny) niespełniających standardów technicznych do zamieszkania w komunalnych zasobach mieszkaniowych ogółem • Udział gospodarstw domowych, którym przyznano świadczenia pomocy społecznej z tytułu ubóstwa, w ogólnej liczbie gospodarstw domowych objętych pomocą społeczną • Udział osób na utrzymaniu lub mających nieustalone źródło utrzymania w liczbie ludności według innych głównych źródeł utrzymania • Przeciętne zaległości w opłatach za mieszkanie • Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu zaburzeń depresyjnych (F32–F33)	• Udział remontów związanych z centralnym ogrzewaniem w komunalnych zasobach mieszkaniowych w remontach komunalnych zasobów mieszkaniowych ogółem • Liczba uczniów szkół ponadpodstawowych, ponadgimnazjalnych i policealnych przypadających na oddział • Udział wydatków na ochronę powietrza atmosferycznego i klimatu w wydatkach na gospodarkę komunalną i ochronę środowiska • Udział mocy instalacji OZE wpisanych do rejestru wytwórców energii w małej instalacji w danym powiecie w mocy instalacji we wszystkich powiatach • Udział mieszkań zamieszkanyc w budynkach z lat 2017–2021 w liczbie mieszkań ogółem
Ponadprzeciętnie niskie wartości wybranych wskaźników	
• Udział wydatków na ochronę powietrza atmosferycznego i klimatu w wydatkach na gospodarkę komunalną i ochronę środowiska • Udział mieszkań zamieszkanyc w budynkach z lat 2017–2021 w liczbie mieszkań ogółem • Udział remontów związanych z centralnym ogrzewaniem w komunalnych zasobach mieszkaniowych w remontach komunalnych zasobów mieszkaniowych ogółem	• Udział komunalnych zasobów mieszkaniowych (lokal mieszkalny i najem socjalny) niespełniających standardów technicznych do zamieszkania w komunalnych zasobach mieszkaniowych ogółem • Udział pożarów spowodowanych niewłaściwym użytkowaniem lub wadami urządzeń grzewczych na paliwa ciekłe, stałe i energię elektryczną w danym powiecie w liczbie pożarów we wszystkich powiatach • Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu choroby układu krążenia (I00–I99) • Przeciętna długość zaświadczenia o absencji chorobowej z tytułu zaburzeń depresyjnych (F32–F33)

Wartości wybranych statystyk MUE są następujące: średnia – 0,43; maksimum – 0,53; minimum – 0,32; odchylenie standardowe – 0,04; V – 9,1%; skośność – –0,12; globalna statystyka Morana I – 0,38 (poziom istotności $\alpha \leq 0,01$).

Z powyższych statystyk wynika, że występuje istotne, ale umiarkowane zróżnicowanie powiatów pod względem poziomu ubóstwa energetycznego ($V > 9\%$). Zróżnicowanie jednostek potwierdza również ujemna wartość wskaźnika skośności (–0,12). Jest ona charakterystyczna dla rozkładów o lewostronnej asymetrii, co oznacza, że większość badanych powiatów osiąga wartości MUE powyżej średniej, która wynosi 0,43. Natomiast dodatnia i statystycznie istotna wartość statystyki Morana I (0,38) potwierdza wniosek o braku struktury losowości analizowanego zjawiska w przestrzeni, czyli świadczy o występowaniu autokorelacji przestrzennej (grupowaniu się w przestrzeni powiatów mających podobne poziomy ubóstwa energetycznego). Powiaty wykazują zatem istotną statystycznie klastrowość, tworząc nielosowe trendy i zależności przestrzenne.

Mapa 2. Klastry przestrzenne niskiego i wysokiego ubóstwa energetycznego w powiatach według lokalnej statystyki Morana (LISA)



Uwaga. LL – klastry powiatów (powiaty) o niskich wartościach MUE; HH – klastry powiatów (powiaty) o wysokich wartościach MUE; LH – powiaty o niskich wartościach MUE otoczone powiatami o wysokich wartościach MUE; HL – powiaty o wysokich wartościach MUE otoczone powiatami o niskich wartościach MUE. W nawiasach podano liczbę powiatów.

Źródło: opracowanie własne.

Wartość i istotność statystyczna globalnej miary autokorelacji Morana wskazuje na to, że w analizowanej przestrzeni występuje pewna struktura i koncentracja zjawisk, która ma wpływ na kształtowanie się poziomu ubóstwa energetycznego w danym powiecie. Jednak miara globalna określa jedynie charakter uśrednionego wzorca autokorelacji przestrzennej na badanym obszarze. Jest ona niewrażliwa na występowanie odchyłeń lokalnych (obserwacji odstających) i nie zawiera informacji o stopniu niestabilności wzorca. W celu pokonania tej niedogodności w omawianym badaniu wykorzystano statystykę lokalną Morana (Local Indicators of Spatial Association – LISA), której wartości wylicza się dla każdej jednostki (Anselin, 1995). Dzięki temu możliwe było określenie, czy powiat otaczają jednostki o podobnych wartościach badanej zmiennej. Co więcej, LISA ukazuje konkretny wpływ sąsiedztwa i zlokalizowane zależności (trendy) przestrzenne występujące pomiędzy sąsiadującymi jednostkami. Ilustruje to mapa 2.

Za pomocą metody lokalnej autokorelacji przestrzennej wskazano klastry powiatów o podobnych wysokich wartościach MUE (HH), zlokalizowane we wschodniej, środkowo-wschodniej, środkowo-północnej i środkowej części kraju, oraz dwa miasta: Zamość i Siedlce.

Grupy powiatów o niskich wartościach MUE i otoczone powiatami o podobnym poziomie zjawiska (LL) są szczególnie wyraźne w południowej Polsce oraz cechują powiaty: śremski, jarociński, lubiński, legnicki i średzki. Analiza lokalnych wzorców przestrzennych umożliwiła również wskazanie jednostek odstających LH (13 powiatów), do których należą m.in. powiaty: zambrowski, hajnowski i elcki, oraz HL (6 powiatów): poznański, pszczyński, brzeski, Chorzów, Zabrze i Świętochłowice. Warto przyrzeć się tym jednostkom ze względu na ich lokalizację – w klastrze powiatów o niskim poziomie zjawiska – a przez to ich szczególnie niepokojący wysoki poziom ubóstwa energetycznego⁸.

Silne zróżnicowanie ubóstwa energetycznego między powiatami może wynikać w dużej mierze z różnic w poziomie rozwoju gospodarczego. Zależność pomiędzy poziomem ubóstwa energetycznego i sytuacji gospodarczej powiatów potwierdziła ujemna i statystycznie istotna wartość wskaźnika korelacji, wynosząca $-0,21$ (istotna dla $p < 0,01$).

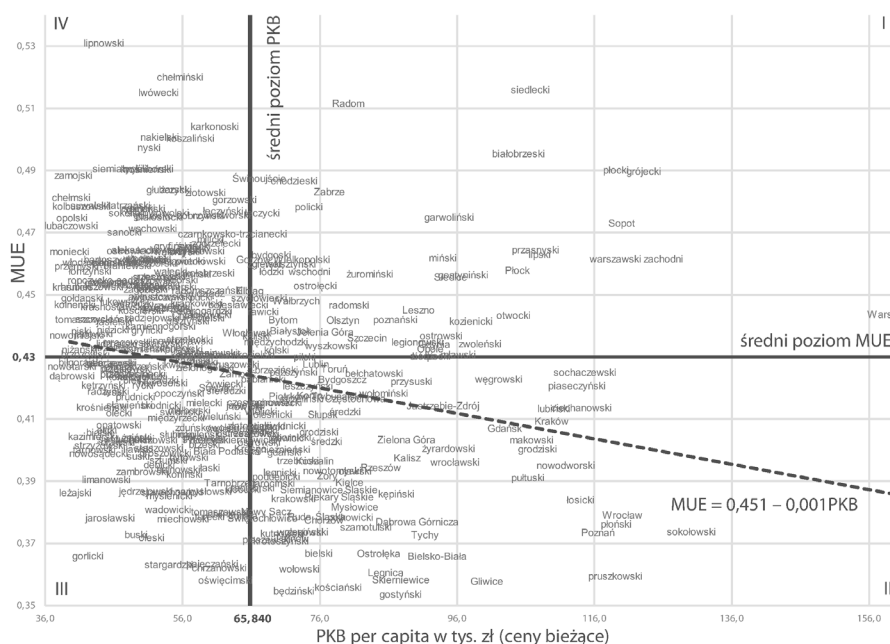
Na podstawie diagramu korelacyjnego (wykres) można zidentyfikować powiaty, które cechują się wyższym od przeciętnego poziomem PKB per capita (tj. wyższym niż 65 840 zł – zob. wykres) oraz są w lepszej sytuacji pod względem zaspokojenia potrzeb

⁸ Statystyka Morana I została wyznaczona dla macierzy sąsiedztwa wyłącznie dla obiektów bezpośrednio sąsiadujących (poligonowe obiekty dzielące krawędzie i/lub węzły są sąsiadami). W tym sposobie modelowania sąsiedztwa punktem wyjścia jest macierz binarna, złożona z elementów zero-jedynkowych, w której wartość 1 oznacza, że dane obszary (powiaty) mają wspólną granicę, a 0 – że jej nie mają (Malinowski, 2017).

energetycznych (poziom ubóstwa energetycznego w tych powiatach jest niższy od przeciętnego, tj. $MUE < 0,43$). Do tej grupy zaliczają się miasta na prawach powiatu (poza Warszawą, wykres). Niektóre powiaty zgrupowane w ćwiartce II to jednostki o najniższym poziomie ubóstwa, które znalazły się w klasie 4 (mapa 1). Z kolei w ćwiartce IV znajdują się powiaty, w których poziom PKB per capita jest niższy niż przeciętny, a poziom ubóstwa energetycznego jest wyższy niż średni. Do grupy tych powiatów należą w większości jednostki o najwyższym poziomie MUE, czyli te, które znalazły się w klasie 1 (mapa 1).

Wartość, znaki i istotność statystyczna wyznaczonych ocen parametrów funkcji regresji liniowej (MUE = 0,451 – 0,001PKB) potwierdzają odwrotną zależność pomiędzy PKB a MUE występującą w badanych powiatach, tj. wzrost PKB o 1000 zł per capita spowodował spadek poziomu miary ubóstwa energetycznego średnio o 0,001 jednostki.

Wykres. Diagram zależności między poziomem ubóstwa energetycznego (MUE) a wielkością PKB per capita w powiatach



Uwaga. W celu potwierdzenia związku przyczynowo-skutkowego oszacowano oceny parametrów modelu regresji liniowej $MUE = 0,451 - 0,001PKB$. Po weryfikacji założeń wartości resztowych modelu potwierdzono – testem *t*-Studenta – istotność statystyczną ocen parametrów na poziomie $p < 0,01$.

Źródło: opracowanie własne.

5. Dyskusja

Rezultaty badania ujawniły zróżnicowanie przestrzenne poziomu ubóstwa energetycznego na poziomie powiatów. Pod tym względem kraj jest podzielony na biedniejsze energetycznie wschód i północ oraz bogatsze centrum i południe. Wynika to z wielu czynników – zarówno z odmiennej historii rozwoju powiatów w tych częściach kraju, jak i regionalnego zróżnicowania funkcji społeczno-gospodarczych. W efekcie działania całokształtu zmiennych determinujących ubóstwo energetyczne wyłoniły się grupy powiatów o różnym poziomie MUE.

Wyniki analizy potwierdzają, że na obszarach wiejskich w Polsce występują wyraźne przestrzenne klastry ubóstwa energetycznego, szczególnie widoczne w północno-wschodniej i wschodniej Polsce (Kołodziejczak i Kossowski, 2016). Badania wskazują, że trwałe nierówności geograficzne w jego poziomie są powiązane m.in. z niekorzystną sytuacją na lokalnych rynkach pracy. Te regiony charakteryzują się wysoką stopą bezrobocia, dużym udziałem zatrudnionych w rolnictwie oraz niskimi wynagrodzeniami w porównaniu ze średnią krajową. W środkowo-północnej, południowo-wschodniej i północnej części Polski niemal co dziesiąta osoba jest zagrożona skrajnym ubóstwem ekonomicznym (Regionalny Ośrodek Polityki Społecznej Województwa Śląskiego, 2023). W konsekwencji obszary te cechują się podwyższonym narażeniem na ubóstwo energetyczne. Obserwuje się również niepokojące trendy przestrzenne związane z regionalizacją problemów na rynku pracy (m.in. coraz wyższymi wymaganiami stawianymi przez pracodawców, ryzykiem utraty pracy, trudnościami w ponownym zatrudnieniu oraz brakiem regionalnych perspektyw rozwojowych), a także nadmiernym zadłużeniem gospodarstw domowych. Te zjawiska prowadzą do różnorodnych problemów zdrowotnych, zarówno psychicznych (w tym depresji), jak i fizycznych (Sokołowski i in., 2024; Wałęga i in., 2021), a także zwiększają ryzyko zachowań samobójczych (Charlier i Legendre, 2023; Kawecki, 2020; Winkler-Galicki i Celebias, 2017). Z kolei gospodarstwa domowe, w których występuje niepełnosprawność lub poważna choroba, cechują się ponadprzeciętnym ryzykiem doświadczania ubóstwa energetycznego. To zjawisko jest szczególnie widoczne wśród osób starszych i samotnych, które jednocześnie borykają się z wysokimi kosztami leczenia oraz ograniczeniami mieszkaniowymi (Boguszewski i Herudziński, 2018; Brown i Vera-Toscano, 2021).

W europejskiej literaturze przedmiotu stwierdza się także, że sytuacja gospodarcza regionu, określona za pomocą PKB per capita, jest istotnie powiązana odwrotną zależnością z ubóstwem energetycznym. Oznacza to, że wzrost PKB per capita doprowadziłby do zmniejszenia odsetka ludności mierzącej się z ubóstwem energetycznym (Halkos i Gkampoura, 2021). Wyniki analizy korelacji przeprowadzonej w ramach niniejszego badania potwierdzają istotną zależność między poziomem PKB per capita

a wskaźnikiem ubóstwa energetycznego (MUE) w znacznej części powiatów w latach 2020–2023. Wskazuje to, że wyższy poziom PKB per capita w tym okresie był na ogół skorelowany z niższym poziomem ubóstwa energetycznego. Odnotowano jednak liczne wyjątki, m.in. w przypadku Warszawy, Sopotu, Płocka i Szczecina oraz powiatów: poznańskiego, warszawskiego zachodniego i garwolińskiego. Te jednostki cechują się ponadprzeciętnym poziomem PKB per capita przy jednocześnie relatywnie wysokim wskaźniku ubóstwa energetycznego. Może to wskazywać na występowanie lokalnych uwarunkowań strukturalnych lub specyfiki społeczno-mieszkaniowej, które ograniczają pozytywny wpływ wzrostu gospodarczego na podatność gospodarstw domowych na ubóstwo energetyczne.

Tundys i współpracownicy (2021) w swojej analizie korelacji między ubóstwem energetycznym a wskaźnikami zrównoważonego rozwoju w krajach europejskich pokazują, że problem ubóstwa energetycznego występuje właściwie we wszystkich krajach Europy, niezależnie od poziomu ich rozwoju gospodarczego, a jego zakres i nasilenie są determinowane m.in. czynnikami ekonomicznymi (dochodami gospodarstw domowych, wydatkami na energię oraz efektywnością energetyczną budynków i urządzeń). Analiza statystyczna wskazuje także na duże różnice między starymi i nowymi członkami UE oraz krajami spoza struktur UE pod względem skali ubóstwa energetycznego, co sugeruje, że różne poziomy rozwoju gospodarczego i zróżnicowanie polityk energetycznych mają znaczenie dla natężenia ubóstwa energetycznego. Według danych opublikowanych przez National Energy Action (2023) jednym z najwyższych wskaźników ubóstwa energetycznego w Anglii charakteryzuje się Birmingham (23,2% gospodarstw domowych), mimo że jest to jedno z większych centrów gospodarczych kraju (podobne wartości odnotowano w Stoke-on-Trent – 22,9%). Wyniki badań wskazują, że ubóstwo energetyczne może występować również w krajach i regionach o wysokim PKB, co sugeruje, że sam wzrost gospodarczy nie eliminuje tego problemu.

W niniejszym artykule podjęto próbę usystematyzowania wiedzy na temat monitorowania ubóstwa z wykorzystaniem wyselekcjonowanych wskaźników i ogólnodostępnych danych. Dostrzeżono jednak wiele luk w dostępności informacji uniemożliwiających pełną analizę przestrzenną zarówno stanu, jak i zmian poziomu zjawiska w czasie. Przykładowo w statystyce publicznej dane na poziomie powiatów dotyczące kondycji ekonomicznej przedsiębiorstw, dochodu rozporządzalnego gospodarstw domowych, zaległości w opłatach w rozbiciu na konkretne kategorie, wydatków gospodarstw domowych na cele energetyczne czy poziomu wykształcenia nie są dostępne. Z kolei dane na temat zanieczyszczenia powietrza oraz informacje o wartości pożyczek i kredytów hipotecznych (w podziale na portfel i sprzedaż) dla badanych jednostek administracyjnych są udostępniane odpłatnie przez instytucje komercyjne, a informacje na temat subiektywnej oceny zagrożenia ubóstwem

energetycznym gospodarstw domowych można uzyskać jedynie poprzez kosztowne badania ankietowe.

Niektóre ze zmiennych znajdujących się w bazie BDL – pomimo ciągłości czasowej i dostępności na niższych poziomach administracji – są niekompletne bądź wymagają szczegółowego wyjaśnienia (chodzi m.in. o mierniki efektywności energetycznej budynków). Na przykład w latach 2020–2023 dla ok. 66 z 380 powiatów liczba budynków mieszkalnych, dla których podano wskaźnik energii pierwotnej (EP) i poziom zużycia EP, przyjęła wartość 0. Trudno jednoznacznie stwierdzić, czy 0 oznacza brak budynków, dla których oblicza się EP, czy faktycznie w danym powiecie budynki cechują się zerowym poziomem zużycia energii. W statystyce publicznej brakuje również rzetelnych informacji na temat działań w zakresie polityki publicznej i inwestycji – dane z Ministerstwa Funduszy i Polityki Regionalnej na temat środków finansowych uzyskanych na cele walki z ubóstwem energetycznym dotyczą programów UE, z których w większości korzystała klasa średnia, a nie gospodarstwa narażone na ubóstwo energetyczne.

Warto dodać, że w badaniach nad ubóstwem energetycznym można natrafić na dylemat dotyczący zakwalifikowania danej zmiennej do grupy stymulant lub destymulant. Nadanie takim zmiennym statusu nominant – czyli zmiennych, które mają charakter stymulanty do pewnego optymalnego poziomu nasycenia (wartości nominalnej), a następnie przyjmują charakter destymulanty – powinno opierać się na silnych kryteriach merytorycznych. Przykładem takiego wskaźnika może być przeciętna powierzchnia użytkowa mieszkania w m² na osobę. Trudno określić charakter tej zmiennej – może to być wskaźnik o cechach stymulanty i destymulanty, czyli nominanta. W literaturze przedmiotu brakuje jednak jednoznacznej odpowiedzi, jaka powinna być wielkość powierzchni użytkowej mieszkania na osobę, aby uznać ją za determinantę wyższego bądź niższego poziomu ubóstwa (Lewandowski i in., 2018).

6. Podsumowanie

Ubóstwo energetyczne jest ściśle związane z wyzwaniem dotyczącym zmian klimatu, co znajduje potwierdzenie zarówno w światowych badaniach naukowych, jak i w polityce publicznej wielu krajów. Wiąże się bowiem z potrzebą transformacji energetycznej i zapewnienia bezpieczeństwa energetycznego. Jest to oś powiązań, wyraźnie wpleciona w aktualną politykę UE, w tym w Europejski Zielony Ład.

Celem badania omówionego w artykule była ocena poziomu ubóstwa energetycznego gospodarstw domowych w powiatach w latach 2020–2023. Wyniki przeprowadzonej analizy potwierdzają, że występuje istotne, ale umiarkowane zróżnicowanie powiatów pod względem poziomu ubóstwa energetycznego, a większość badanych

jednostek osiąga wartości MUE powyżej średniej. Powiaty o wysokim poziomie ubóstwa energetycznego grupują się w różnych częściach kraju, szczególnie w południowo- i północno-wschodniej oraz środkowo-północnej Polsce, a także na krańcach zachodnich. Większość miast na prawach powiatu znajduje się w grupie jednostek o niższym niż przeciętny poziom ubóstwa energetycznego; miasta, które znalazły się w klasie o najwyższych wartościach MUE, są zlokalizowane w woj. mazowieckim. Natomiast powiaty o najniższych wartościach zjawiska występują w południowo-środkowej, centralnej i północno-zachodniej części kraju. Badane jednostki wykazują zatem istotną statystycznie klastrowość, tworząc nielosowe trendy i zależności przestrzenne, o czym świadczy dodatnia i statystycznie istotna wartość statystyki Morana I oraz wyniki badania lokalnej autokorelacji przestrzennej. Wskazane zostały klastry powiatów o podobnych wysokich wartościach MUE – we wschodniej, środkowo-wschodniej, środkowo-północnej i środkowej części kraju – a także grupy powiatów o niskich wartościach MUE w południowej Polsce. Zidentyfikowano również powiaty będące przestrzennymi jednostkami odstającymi (są to powiaty: zambrowski, hajnowski, poznański, pszczyński, brzeski i ełcki oraz miasta Chorzów, Zabrze i Świętochłowice), którym należy się przyrzeć ze względu na ich lokalizację i szczególnie niepokojącą sytuację, której wynikiem jest wysoki poziom zjawiska.

Wysoki poziom ubóstwa energetycznego, w zależności od regionu Polski, w największym stopniu determinują:

- sytuacja materialna, w tym mieszkaniowa, gospodarstw związana z niskim standardem mieszkań, w tym niską efektywnością energetyczną;
- sytuacja ekonomiczna, w tym wysoki udział rodzin, którym na podstawie decyzji przyznano świadczenia pomocy społecznej ze względu na ubóstwo;
- stan zdrowia, w tym zdrowia psychicznego, wyrażony przeciętnie dłuższą absencją chorobową z powodu zaburzeń depresyjnych;
- gorszy stan środowiska, wyrażony przeciętnie niższymi wydatkami na ochronę powietrza atmosferycznego i klimatu.

Z kolei kluczowe czynniki warunkujące niski poziom ubóstwa energetycznego to:

- niższa od przeciętnej liczba pożarów spowodowanych niewłaściwym użytkowaniem lub wadami urządzeń grzewczych;
- mniejsze zasoby mieszkaniowe gmin (komunalne) niespełniające standardów technicznych do zamieszkania;
- przeciętnie krótsze świadczenia absencji chorobowej z tytułu zaburzeń depresyjnych i chorób układu krążenia.

Biorąc pod uwagę zróżnicowanie poziomu ubóstwa energetycznego w kraju, wynikające m.in. z odmiennych warunków materialnych, mieszkaniowych, ekonomicznych, stanu zdrowia ludności i jakości środowiska, w niniejszym artykule podjęto

również próbę zbadania zależności pomiędzy poziomem PKB per capita a poziomem ubóstwa energetycznego. Zaobserwowano, że w latach 2020–2023 w znacznej części powiatów wyższy poziom PKB per capita był skorelowany z niższym poziomem ubóstwa energetycznego. Odnotowano jednak liczne wyjątki, m.in. przypadek Warszawy, powiatu poznańskiego czy powiatu warszawskiego zachodniego. Wskazane jednostki cechują się ponadprzeciętnym poziomem PKB per capita przy jednocześnie relatywnie wysokim wskaźniku ubóstwa energetycznego. Może to świadczyć o występowaniu lokalnych uwarunkowań strukturalnych lub specyfiki społeczno-mieszkaniowej i że sam wzrost gospodarczy nie eliminuje tego problemu.

Plan Społeczno-Klimatyczny i Społeczny Fundusz Klimatyczny mają być elementem kompleksowej polityki publicznej, uwzględniającej problem ubóstwa energetycznego. Ich założenia przenikają się przede wszystkim z kierunkami polityki energetycznej, społecznej czy fiskalnej. Istotne jest zatem, żeby zaproponowane w polityce publicznej rozwiązania zapewniły podejście systemowe, oparte na stabilnym fundamencie ukierunkowanym na dekarbonizację i docelowo neutralność klimatyczną. Brak takiego podejścia stwarza ryzyko wypaczenia zasadniczego kursu zmian uwarunkowaniami politycznymi czy szerzej – geopolitycznymi. Istotą PSK powinno być wobec tego budowanie solidnych fundamentów odporności społecznej w obliczu wyzwań związanych ze zmianami klimatu i transformacją energetyczną, z akcentem położonym na efektywność energetyczną. Ponadto budowanie zmiany systemowej dotyczącej ubóstwa energetycznego kształtowanego przez opisane w artykule zmienne wskazuje, że istotą PSK nie powinna być koncentracja na działaniach z zakresu pomocy społecznej. Zagadnienie ubóstwa energetycznego należy włączać w szereg działań politycznych, w tym w politykę zdrowotną, edukacyjną i energetyczną. Powinna powstać zintegrowana strategia przeciwdziałania ubóstwu energetycznemu, rozumianemu szerzej niż przez pojęcie ubóstwa ekonomicznego.

Zdiagnozowane luki w dostępie do danych uniemożliwiają dogłębne spojrzenie na sytuację w zakresie ubóstwa energetycznego, co ogranicza optymalne korzystanie z programów i instrumentów w ramach polityki publicznej. Konieczne jest strategiczne ujęcie, uwzględniające zarówno bezpośrednio zakotwiczone w PSK aspekty polityki społecznej (w tym pomocy społecznej), jak i – a może przede wszystkim – istotę problemów wynikających z transformacji energetycznej. Widoczna jest potrzeba inwestycji w termomodernizację budynków mieszkalnych, modernizację źródeł ciepła i podnoszenie efektywności energetycznej, szczególnie w gospodarstwach o najniższych dochodach.

W celu włączenia kategorii ubóstwa energetycznego do zarządzania w systemie administracji publicznej pożądana byłaby zmiana w kierunku wzmocnienia szczebla samorządu powiatowego. Ten postulat wynika z systemowego ujęcia ubóstwa energetycznego w całokształcie powiązań wielu uwarunkowań, w tym kształtowania

lokalnej polityki energetycznej. Samorządy gminne są w tym zakresie niewydolne organizacyjnie, zwłaszcza w przypadku rozproszonego osadnictwa, gdzie problem ubóstwa jest szczególnie widoczny. Jednocześnie badania wskazują na potrzebę bardziej celowanej i terytorialnie zorientowanej polityki publicznej dotyczącej ubóstwa energetycznego. Przy kształtowaniu strategii polityki publicznej należy brać pod uwagę związek między ubóstwem energetycznym a zbiorem uwarunkowań, w tym stanem zasobów mieszkaniowych i rynkiem mieszkań, edukacją, bezrobociem i zanieczyszczeniem środowiska. W kwestii zarządzania podkreśla się także znaczenie sprawiedliwości społecznej, włączania społeczności lokalnych w procesy decyzyjne i przejrzystości w dystrybucji pomocy.

Skuteczna polityka publiczna w zakresie ograniczania ubóstwa energetycznego wymaga przede wszystkim rzetelnej diagnozy zjawiska, opartej na systematycznym monitoringu oraz wykorzystaniu odpowiednich danych gromadzonych przez samorządy. Badanie omówione w artykule pokazuje, że podejmowanie działań naprawczych powinno być poprzedzone pogłębioną oceną skali i struktury ubóstwa energetycznego, umożliwiającą identyfikację jego kluczowych uwarunkowań. Uzyskane wyniki stanowią punkt wyjścia do dalszych analiz przyczynowo-skutkowych, ukierunkowanych na ilościowe określenie charakteru i siły zaobserwowanych zależności.

Bibliografia

- Akgüç, M., Arabadjieva, A., Galgóczi, B. (2022). *Why the EU's patchy 'just transition' framework is not up to meeting its climate ambitions* (ETUI Policy Brief No. 2022.06). <https://www.etui.org/publications/why-eus-patchy-just-transition-framework-not-meeting-its-climate-ambitions>.
- Anselin, L. (1995). Local Indicators of Spatial Association – LISA. *Geographical Analysis*, 27(2), 93–115. <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.1995.tb00338.x>.
- Antczak, E. (2013). Przestrzenny taksonomiczny miernik rozwoju. *Wiadomości Statystyczne*, 58(7), 37–53. <https://doi.org/10.59139/ws.2013.07.3>.
- Antczak, E., Rzeńca, A., Sobol, A. (2023). Zielone miasta w Polsce – analiza porównawcza na podstawie agregatowego miernika rozwoju. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 68(11), 23–47. <https://doi.org/10.59139/ws.2023.11.2>.
- Apergis, N., Polemis, M., Soursou, S. E. (2022). Energy poverty and education: Fresh evidence from a panel of developing countries. *Energy Economics*, 106. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.105430>.
- Bąk, A. (2018). Analiza porównawcza wybranych metod porządkowania liniowego. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu. Research Papers of Wrocław University of Economics*, (508), 19–28. <https://doi.org/10.15611/pn.2018.508.02>.
- Bednar, D. J., Reames, T. G. (2020). Recognition of and response to energy poverty in the United States. *Nature Energy*, 5, 432–439. <https://doi.org/10.1038/s41560-020-0582-0>.
- Boguszewski, R., Herudziński, T. (2018). *Ubóstwo energetyczne w Polsce*. Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego. <https://pigsw.pl/raport-sggw-2018>.

- Bouzarovski, S., Thomson, H., Cornelis, M. (2021). Confronting Energy Poverty in Europe: A Research and Policy Agenda. *Energies*, 14(4), 1–19. <https://doi.org/10.3390/en14040858>.
- Brown, H., Vera-Toscano, E. (2021). Energy poverty and its relationship with health: empirical evidence on the dynamics of energy poverty and poor health in Australia. *SN Business & Economics*, 1(10). <https://doi.org/10.1007/s43546-021-00149-3>.
- Campos, I., Marín-González, E. (2020). People in transitions: Energy citizenship, prosumerism and social movements in Europe. *Energy Research & Social Science*, 69, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2020.101718>.
- Charlier, D., Legendre, B. (2023). Energy Poverty and Health Pathologies: An Empirical Study on the French Case. W: R. Bardazzi, M. G. Pазienza (red.), *Vulnerable Households in the Energy Transition. Studies in Energy, Resource and Environmental Economics*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-35684-1_4.
- Churchill, S. A., Smyth, R. (2020). Ethnic diversity, energy poverty and the mediating role of trust: Evidence from household panel data for Australia. *Energy Economics*, 86. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2020.104663>.
- Croon, T. M., Hoekstra, J. S. C. M., Elsinga, M. G., Dalla Longa, F., Mulder, P. (2023). Beyond headcount statistics: Exploring the utility of energy poverty gap indices in policy design. *Energy Policy*, 177, 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2023.113579>.
- Dańska-Borsiak, B. (2024). Ocena adekwatności PKB per capita jako miary poziomu życia w powiatach. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 69(7), 1–21. <https://doi.org/10.59139/ws.2024.07.1>.
- Davillas, A., Burlinson, A., Liu, H.-H. (2022). Energy poverty is linked to physical and mental health – our research proves it. *The Conversation*. <https://doi.org/10.64628/AB.gmt4yh5k9>.
- Day, R., Walker, G., Simcock, N. (2016). Conceptualising energy use and energy poverty using a capabilities framework. *Energy Policy*, 93, 255–264. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2016.03.019>.
- Dong, K., Jiang, Q., Shahbaz, M., Zhao, J. (2021). Does low-carbon energy transition mitigate energy poverty? The case of natural gas for China. *Energy Economics*, 99. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105324>.
- Dyrektywa 2003/87/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 13 października 2003 r. ustanawiająca system handlu przydziałami emisji gazów cieplarnianych we Wspólnocie oraz zmieniająca dyrektywę Rady 96/61/WE (Dz.Urz. UE L 275/32).
- Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2023/1791 z dnia 13 września 2023 r. w sprawie efektywności energetycznej oraz zmieniająca rozporządzenie (UE) 2023/955 (wersja przekształcona; Dz.Urz. UE L 231).
- European Commission. (2020). *Renovation Wave*. https://energy.ec.europa.eu/topics/energy-efficiency/energy-performance-buildings/renovation-wave_en.
- European Commission. (2024). *EPAH report: Energy Poverty Advisory Hub National Indicators: Uncovering New Possibilities for Expanded Knowledge*. <https://energy-poverty.ec.europa.eu/observatory/publications/epah-report-energy-poverty-advisory-hub-national-indicators-uncovering-new>.
- Gajdzik, B., Jaciow, M., Wolniak, R., Wolny, R., Grebski, W. W. (2024). Diagnosis of the Development of Energy Cooperatives in Poland – A Case Study of a Renewable Energy Cooperative in the Upper Silesian Region. *Energies*, 17(3), 1–27. <https://doi.org/10.3390/en17030647>.

- Galgóczy, B. (2018). *From Paris to Katowice: the EU needs to step up its game on climate change and set its own just transition framework* (ETUI Policy Brief No. 4/2018). <https://www.etui.org/publications/policy-briefs/european-economic-employment-and-social-policy/from-paris-to-katowice-the-eu-needs-to-step-up-its-game-on-climate-change-and-set-its-own-just-transition-framework>.
- Galvin, R. (2024). Reducing poverty in the UK to mitigate energy poverty by the 10% and LIHC indicators: What tax changes are needed, and what are the consequences for CO₂ emissions?. *Ecological Economics*, 217, 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2023.108055>.
- Georgiadou, M. C., Greenwood, D., Schiano-Phan, R., Russo, F. (2024). Assessing retrofit policies for fuel-poor homes in London. *Buildings & Cities*, 5(1), 133–149. <https://doi.org/10.5334/bc.416>.
- Gmina Olszewo-Borki. (2024, 26 sierpnia). *Analiza zjawiska ubóstwa energetycznego w gminie Olszewo-Borki*. <https://olszewo-borki.pl/786/analiza-zjawiska-ubostwa-energetycznego-w-gminie-olszewo-borki.html>.
- Gmina Wierzbno. (2024, 21 listopada). *Analiza zjawiska ubóstwa energetycznego na terenie gminy Wierzbno*. <https://gminawierzbno.pl/analiza-zjawiska-ubostwa-energetycznego-na-terenie-gminy-wierzbno/>.
- Grey, C. N. B., Schmieder-Gaite, T., Jiang, S., Nascimento, C., Poortinga, W. (2017). Cold homes, fuel poverty and energy efficiency improvements: A longitudinal focus group approach. *Indoor and Built Environment*, 26(7), 902–913. <https://doi.org/10.1177/1420326X17703450>.
- Halikowska, A. (2022). Miernik atrakcyjności inwestycyjnej sektora rolnego – zastosowanie na poziomie kraju i regionu. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 67(5), 24–42. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0015.8536>.
- Halkos, G. E., Gkampoura, E. C. (2021). Evaluating the effect of economic crisis on energy poverty in Europe. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 144. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.110981>.
- Hanke, F., Guyet, R., Feenstra, M. (2021). Do renewable energy communities deliver energy justice? Exploring insights from 71 European cases. *Energy Research & Social Science*, 80. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2021.102244>.
- Hong, X., Wu, S., Zhang, X. (2022). Clean energy powers energy poverty alleviation: Evidence from Chinese micro-survey data. *Technological Forecasting and Social Change*, 182. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2022.121737>.
- Ivanova, D., Middlemiss, L. (2021). Characterizing the energy use of disabled people in the European Union towards inclusion in the energy transition. *Nat Energy*, (6), 1188–1197. <https://doi.org/10.1038/s41560-021-00932-4>.
- Kahouli, S. (2020). An economic approach to the study of the relationship between housing hazards and health: The case of residential fuel poverty in France. *Energy Economics*, 85. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.104592>.
- Karpinska, L., Śmiech, S. (2021). Will energy transition in Poland increase the extent and depth of energy poverty?. *Journal of Cleaner Production*, 328, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.129480>.
- Karpinska, L., Śmiech, S., Gouveia, J. P., Palma, P. (2021). Mapping Regional Vulnerability to Energy Poverty in Poland. *Sustainability*, 13(19), 1–17. <https://doi.org/10.3390/su131910694>.
- Kawecki, A. (2020). Etiologia i skala samobójstw w Polsce w latach 1999–2019. *Edukacja Humanistyczna*, (2), 87–120. https://akademiatwp.pl/wp-content/uploads/2022/07/2_2020.pdf.

- Kołodziejczak, A., Kossowski, T. (2016). Wykorzystanie metody autokorelacji przestrzennej do analizy ubóstwa na obszarach wiejskich. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 61(10), 22–32. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.1107>.
- Komenda Główna Państwowej Straży Pożarnej. (b.r.). *Interwencje PSP (zestawienia)*. <https://www.gov.pl/web/kgpsp/interwencje-psp>.
- Kose, T. (2019). Energy poverty and health: The Turkish case. *Energy Sources. Part B: Economics, Planning, and Policy*, 14(5), 201–213. <https://doi.org/10.1080/15567249.2019.1653406>.
- Kukuła, K., Bogocz, D. (2014). Metoda unitaryzacji zerowanej i jej zastosowanie w badaniach rankingowych rolnictwa. *Economic and Regional Studies. Studia Ekonomiczne i Regionalne*, 7(3), 5–13. <https://www.ers.edu.pl/METODA-UNITARYZACJI-ZEROWANEJ-I-JEJ-ZASTOSOWANIE-W-BADANIACH-RANKINGOWYCH-ROLNICTWA,93141,0,1.html>.
- Kusideł, E., Antczak, E. (2014). *Wzorzec rozwoju Mazowsza – etap II*. Mazowieckie Biuro Planowania Regionalnego w Warszawie. https://archiwum.mbpr.pl/user_uploads/image/PRAWE_MENU/WYDAWNICTWA/trm/www_trm_nr_13.pdf.
- Lewandowski, P., Kielczewska, A., Ziółkowska (Święcicka), K. (2018). *Zjawisko ubóstwa energetycznego w Polsce, w tym ze szczególnym uwzględnieniem zamieszkujących w domach jednorodzinnych* (Working Paper nr 2). Instytut Badań Strukturalnych.
- Liddell, C., Morris, C. (2010). Fuel poverty and human health: A review of recent evidence. *Energy Policy*, 38(6), 2987–2997. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2010.01.037>.
- Lipiński, K., Juszczak, A. (2023). *Cztery oblicza ubóstwa energetycznego. Polskie gospodarstwa domowe w czasie kryzysu 2021–2023*. Polski Instytut Ekonomiczny. https://pie.net.pl/wp-content/uploads/2024/02/PIE-Raport_Ubostwo_energetyczne_2023.pdf.
- Lis, M., Miazga, A., Sałach, K. (2016). *Zróźnicowanie regionalne ubóstwa energetycznego w Polsce* (IBS Working Paper nr 9). Instytut Badań Strukturalnych. <https://ibs.org.pl/publications/zroznicowanie-regionalne-ubostwa-energetycznego-w-polsce/>.
- Llorca, M., Rodriguez-Alvarez, A., Jamasb, T. (2020). Objective vs. Subjective Fuel Poverty and Self-Assessed Health. *Energy Economics*, 87. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2020.104736>.
- Malinowski, M. (2017). Przestrzenne zróźnicowanie poziomu życia ludności w ujęciu powiatów. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 62(2), 52–71. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0864>.
- Mattioli, G., Wadud, Z., Lucas, K. (2018). Vulnerability to fuel price increases in the UK: A household level analysis. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 113, 227–242. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2018.04.002>.
- Mazowieckie Centrum Polityki Społecznej. (2024). *Ubóstwo energetyczne na Mazowszu*. <https://mcps.com.pl/ubostwo-energetyczne-na-mazowszu/informacje-prasowe/>.
- Moore, R. (2012). Definitions of fuel poverty: Implications for policy. *Energy Policy*, 49, 19–26. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2012.01.057>.
- National Energy Action. (2023). *New UK Government data reveals Birmingham and Stoke-on-Trent are worst affected by fuel poverty*. <https://www.nea.org.uk/news/fuel-poverty-regional-data-2023/>.
- Nguyen, C. P., Nasir, M. A. (2021). An inquiry into the nexus between energy poverty and income inequality in the light of global evidence. *Energy Economics*, 99. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105289>.

- Nussbaumer, P., Bazilian, M., Modi, V. (2012). Measuring energy poverty: Focusing on what matters. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(1), 231–243. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2011.07.150>.
- Oliveras, L., Borrell, C., González-Pijuan, I., Gotsens, M., López, M. J., Palència, L., Artazcoz, L., & Mari-Dell’Olmo, M. (2021). The Association of Energy Poverty with Health and Wellbeing in Children in a Mediterranean City. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(11). <https://doi.org/10.3390/ijerph18115961>.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2008). *Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264043466-en>.
- Randazzo, T., De Cian, E., Mistry, M. N. (2020). Air conditioning and electricity expenditure: The role of climate in temperate countries. *Economic Modelling*, 90, 273–287. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2020.05.001>.
- Reames, T. G., Reiner, M. A., Stacey, M. B. (2018). An incandescent truth: Disparities in energy-efficient lighting availability and prices in an urban U.S. county. *Applied Energy*, 218, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.02.143>.
- Reed, G. F., Lynn, F., Meade, B. D. (2002). Use of Coefficient of Variation in Assessing Variability of Quantitative Assays. *Clinical and Vaccine Immunology*, 9(6), 1235–1239. <https://doi.org/10.1128/cdli.9.6.1235-1239.2002>.
- Regionalny Ośrodek Polityki Społecznej Województwa Śląskiego. (2023). *Skala, przyczyny i skutki ubóstwa w województwie śląskim – edycja 2023*. https://rops-katowice.pl/wp-content/uploads/2023/11/2023-11-03-Ubostwo_2023.pdf.
- Ritchie, H. (2025, 27 stycznia). *How much in subsidies do fossil fuels receive?*. Our World in Data. <https://ourworldindata.org/how-much-subsidies-fossil-fuels>.
- Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2023/955 z dnia 10 maja 2023 r. w sprawie ustanowienia Społecznego Funduszu Klimatycznego i zmieniające Rozporządzenie (UE) 2021/1060 (Dz.Urz. UE L 130).
- Siksnyte-Butkiene, I., Streimikiene, D., Lekavicius, V., Balezentis, T. (2021). Energy poverty indicators: A systematic literature review and comprehensive analysis of integrity. *Sustainable Cities and Society*, 67. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2021.102756>.
- Sokołowski, J., Frankowski, J., Lewandowski, P. (2024). Energy poverty, housing conditions, and self-assessed health: Evidence from Poland. *Housing Studies*, 39(9), 2325–2354. <https://doi.org/10.1080/02673037.2023.2176831>.
- Sokołowski, J., Lewandowski, P., Kielczewska, A., Bouzarovski, S. (2020). A multidimensional index to measure energy poverty: The Polish case. *Energy Sources. Part B: Economics, Planning, and Policy*, 15(2), 92–112. <https://doi.org/10.1080/15567249.2020.1742817>.
- Sokołowski, J., Trzeciński, K., Wyszomirski, K. (2023). *Ubóstwo energetyczne, warunki mieszkaniowe i zdrowie w Polsce* (IBS Working Paper nr 10). Instytut Badań Strukturalnych. <https://ibs.org.pl/publications/ubostwo-energetyczne-warunki-mieszkaniowe-i-zdrowie-w-polsce/>.
- Thomson, H., Bouzarovski, S., Snell, C. (2017). Rethinking the measurement of energy poverty in Europe: A critical analysis of indicators and data. *Indoor and Built Environment*, 26(7), 879–901. <https://doi.org/10.1177/1420326X17699260>.

- Tundys, B., Bretyn, A., Urbaniak, M. (2021). Energy Poverty and Sustainable Economic Development: An Exploration of Correlations and Interdependencies in European Countries. *Energies*, 14(22), 1–25. <https://doi.org/10.3390/en14227640>.
- Urząd Regulacji Energetyki. (b.r.). *Rejestry i wykazy. Operatorzy systemów elektroenergetycznych*. <https://rejestry.ure.gov.pl/>.
- Ustawa z dnia 10 kwietnia 1997 r. – Prawo energetyczne (Dz.U. 1997 nr 54, poz. 348).
- Wałęga, A., Wałęga, G., Kowalski, R. (2021). *Warunki życia nadmiernie zadłużonych gospodarstw domowych w Polsce*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Wendt, J. A., Mrozowska, S., Duraj, B., Bógdał-Brzezińska, A. (2023). Energy poverty in Poland: Scale analysis and differentiation on the example of the communes of Augustów County. *Barometr Regionalny. Analizy i Prognozy*, 19(1), 51–65. <https://doi.org/10.56583/br.2188>.
- Winkler-Galicki, J., Celebias, P. (2017). Społeczno-ekonomiczne uwarunkowania samobójstw w Polsce w latach 2000–2014. *Problemy Współczesnej Kryminologii*, 21, 289–302. <https://doi.org/10.52097/pwk.5527>.
- Zhao, J., Dong, K., Dong, X., Shahbaz, M. (2022). How renewable energy alleviate energy poverty? A global analysis. *Renewable Energy*, 186, 299–311. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.01.005>.

Dr Irena Jędrzyk (1945–2025)



Fot. Archiwum Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach

Irena Jędrzyk urodziła się 18 maja 1945 r. w Tychach. W 1968 r. ukończyła studia w Wyższej Szkole Ekonomicznej w Katowicach (WSE; obecnie Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach). Promotorem jej pracy magisterskiej był prof. Zbigniew Pawłowski. W następnym roku objęła stanowisko asystenta w Katedrze Statystyki WSE. Stopień doktora nauk ekonomicznych otrzymała w 1977 r. za rozprawę *Zapotrzebowanie na usługi gastronomiczne w województwie katowickim – próba analizy ekonometrycznej*, którą napisała pod kierunkiem doc. Barbary Ciepielewskiej. W tym samym roku została adiunktem na swojej macierzystej uczelni, a od 1993 r. do przejścia na emeryturę w 2005 r. pracowała jako starszy wykładowca. Prowadziła zajęcia ze statystyki, statystyki opisowej i statystyki matematycznej. W latach 1978–1980 brała udział w pracach uczelnianej Komisji Senackiej ds. Dydaktyczno-Wychowawczych.

Uczestniczyła w realizacji projektu grantowego *Kolejność zakupu dóbr trwałego użytkowania jako czynnik kształtujący strukturę popytu na dobra trwałe w gospodarstwach domowych nowo powstałych okręgu wielkoprzemysłowego*. Efektem tej pracy były referaty wygłaszane na konferencjach naukowych, m.in. *Modele popytu na używki* (1970) i *Model popytu na usługi gastronomiczne* (1973), przedstawione na Konferencji Statystyków, Ekonometryków i Matematyków Polski Południowej, oraz prace naukowe.

W swoim dorobku miała 20 publikacji. Do ważniejszych należą: część pierwsza *Zbioru zadań ze statystyki* (z Barbarą Ciepielewską i Marią Zając, 1973, 1982), część druga *Zbioru zadań ze statystyki. Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa* (z Józefem Kolonką i Marią Holewą, 1974, 1983), artykuł *Badanie kolejności zakupów dóbr trwałych jako czynnika kształtującego model konsumpcji i zasobów dóbr trwałych* (z Barbarą Ciepielewską; „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu”, 1979) oraz dwa rozdziały w pracy zbiorowej pod redakcją Jerzego Michalskiego *Organizacja i badanie rynku artykułów wyposażenia mieszkań* (1980): *Ekonometryczne metody badania prawidłowości gromadzenia zasobów dóbr trwałych przez gospodarstwa domowe w Polsce* (z Barbarą Ciepielewską) i *O sposobach pomiaru zgodności rozkładów kolejności zakupów dóbr trwałego użytku* (z Janem Czempasem).

Była cenioną wykładowczynią, wzorem dla młodych nauczycieli akademickich. Cieszyła się opinią osoby, na której można polegać, odnoszącej się do innych z życzliwością. Interesowała się historią, literaturą i uprawą kwiatów.

Za swoje osiągnięcia na polu naukowym i dydaktycznym została w 1974 r. odznaczona Złotym Krzyżem Zasługi. Otrzymała również indywidualną i zespołową Nagrodę Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego, a także Nagrodę Sekretarza Naukowego Polskiej Akademii Nauk.

Zmarła 15 stycznia 2025 r.

Janusz L. Wywiół

WYDAWNICTWA GUS. LISTOPAD 2025 PUBLICATIONS OF STATISTICS POLAND. NOVEMBER 2025

W ofercie wydawniczej Głównego Urzędu Statystycznego z ubiegłego miesiąca warto zwrócić uwagę na następujące publikacje:

Among Statistics Poland's publications from the previous month, we would like to recommend:

Wyznania religijne w Polsce w latach 2022–2024 ***Religious denominations in Poland 2022–2024***

Jedenasta edycja publikacji poświęconej tematyce Kościołów i związków wyznaniowych, wydawanej co trzy lata. Opracowanie powstało we współpracy z Akademią Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie.



Język: polski (przedmowa, spis treści, objaśnienia znaków umownych, tablice, schematy, wykresy i mapy również w języku angielskim)

Language: Polish (preface, contents, symbols, tables, schemes, charts and maps available also in English)

Seria: Analizy i raporty statystyczne

Series: Statistical analyses and reports

Dostępne wersje: drukowana i elektroniczna

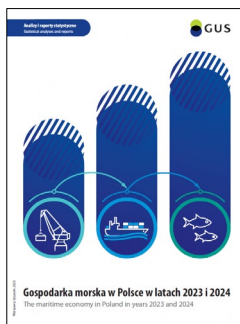
Available in: printed and electronic form

Publikacja składa się z pięciu rozdziałów. Omówiono w nich metodologię badań statystycznych nad wyznaniem religijnym w Polsce, przedstawiono klasyfikację Kościołów i związków wyznaniowych w układzie tradycji religijnych, przeanalizowano ich nazwy w kontekście nauk o kulturze i religii, a także zamieszczono obszerną charakterystykę polskich wyznań (m.in. opis ich historii, podstawowe prawdy wiary, strukturę instytucjonalną i rozmieszczenie terytorialne). Ważną częścią publikacji jest prezentacja danych statystycznych dotyczących m.in. liczby wiernych i duchownych, zawieranych małżeństw wyznaniowych i osób przystępujących do sakramentów.

W tym wydaniu po raz pierwszy znalazły się fragmenty tekstów religijnych, które ukazują najważniejsze idee i doktryny wspólnot i Kościołów oraz poruszają kwestie organizacyjne.

Gospodarka morska w Polsce w latach 2023 i 2024 ***The maritime economy in Poland in years 2023 and 2024***

Kompendium wiedzy o działalności głównych sektorów polskiej gospodarki morskiej. Wydawane co dwa lata opracowanie Urzędu Statystycznego w Szczecinie i GUS nawiązuje do założeń Zintegrowanej Polityki Morskiej Unii Europejskiej.



Język: polski, angielski

Language: Polish, English

Seria: Analizy i raporty statystyczne

Series: Statistical analyses and reports

Dostępne wersje: drukowana i elektroniczna z tablicami w formacie Excel

Available in: printed and electronic form with Excel tables

W publikacji omówiono stan polskiej gospodarki morskiej w latach 2023 i 2024. Przedstawiono dane na temat liczby pracujących, poziomu wynagrodzeń, nakładów inwestycyjnych w podmiotach gospodarki morskiej, wielkości przewozów ładunków i pasażerów, obrotów ładunkowych w portach morskich, a także dane o stanie i wielkości morskiej i przybrzeżnej floty transportowej. Uwzględniono również informacje dotyczące przemysłu stoczniowego, gospodarki rybnej, szkolnictwa morskiego oraz turystyki morskiej. Analiza tych informacji pozwala na wskazanie tendencji rozwojowych w poszczególnych sektorach gospodarki morskiej zarówno w kontekście krajowym, jak i międzynarodowym.

W opracowaniu wykorzystano wyniki badań statystyki publicznej oraz dane Morskiego Instytutu Rybackiego – Państwowego Instytutu Badawczego, Centrum Techniki Okrętowej i szkół wyższych (w zakresie kierunków związanych z gospodarką morską).

W listopadzie br. ukazały się ponadto:

- *Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (folder dla rodzin biorących udział w badaniu aktywności ekonomicznej ludności)* – 2 kwartał 2025 r.;
- „Biuletyn statystyczny” nr 10/2025;
- *Ceny robót budowlano-montażowych i obiektów budowlanych* (wrzesień 2025 r.);
- *Emerytury i renty w 2024 r.*;
- *Gospodarka finansowa jednostek samorządu terytorialnego 2024*;
- *Gospodarka materiałowa w 2024 r.*;
- *Gospodarka mieszkaniowa i infrastruktura komunalna w 2024 r.*;
- *Gospodarka paliwowo-energetyczna w latach 2023 i 2024*;

- *Koniunktura gospodarcza (2000–2025) – listopad 2025;*
- *Koniunktura gospodarcza. Raport wojewódzki 2025 nr 10/2025;*
- *Koszty pracy w 2024 r.;*
- *Kultura fizyczna w latach 2023 i 2024;*
- *Obrót nieruchomościami w 2024 r.;*
- *Ochrona środowiska 2025;*
- *Produkcja ważniejszych wyrobów przemysłowych w październiku 2025 r.;*
- *„Przegląd Statystyczny. Statistical Review” nr 2/2025;*
- *Rocznik Demograficzny 2025;*
- *Rocznik Statystyczny Handlu Zagranicznego 2025;*
- *Rynek wewnętrzny w 2024 r.;*
- *Spółeczna odpowiedzialność statystyki publicznej. Raport CSR 2024;*
- *Sytuacja społeczno-gospodarcza kraju w październiku 2025 r.;*
- *Wypadki przy pracy w 2024 r.;*
- *Zarządzanie i działalność integracyjna podmiotów ekonomii społecznej w 2023 r.*

Joanna Sadowy

Główny Urząd Statystyczny, Departament Opracowań Statystycznych, Polska
Statistics Poland, Statistical Products Department, Poland

Wszystkie publikacje GUS w wersji elektronicznej są dostępne na stronie stat.gov.pl/publikacje/publikacje-a-z.
Wersje drukowane (jeśli zostały wydane) można zamawiać pod adresem: zws-sprzedaz@stat.gov.pl.
All the publications of Statistics Poland available in electronic form can be accessed at stat.gov.pl/en/publications. Printed versions (if available) may be ordered at: zws-sprzedaz@stat.gov.pl.

SPIS TREŚCI NUMERÓW 1–12/2025

CONTENTS OF THE ISSUES 1–12, 2025

	nr no	s. p.
STUDIA METODOLOGICZNE		
METHODOLOGICAL STUDIES		
Błaszczak-Przybycińska Ilona, Putkowska Anna		
Wpływ stawek wynagrodzeń na wycenę pracy domowej / The impact of remuneration rates on the valuation of housework	10	40
Kończak Grzegorz, Kosińska Martyna		
Use of permutation methods in testing the independence of variables in multidimensional contingency tables / Zastosowanie metod permutacyjnych w testowaniu niezależności zmiennych w wielowymiarowych tablicach kontyngencji	5	1
Krzciuk Małgorzata K.		
Simulation comparison of the empirical properties of the best predictor under the assumption of linear mixed model with correlated and uncorrelated random effects / Symulacyjne porównanie własności empirycznych najlepszych predyktorów przy założeniu liniowego modelu mieszanego ze skorelowanymi i nieskorelowanymi efektami losowymi	1	1
Leśniewicz Marek		
Propozycja nowej metody testowania ciągów losowych / A proposal for a new method of testing random sequences	9	1
Markowska Małgorzata		
Równomierne rangowanie obiektów wielowymiarowych / Uniform ranking of multidimensional objects	3	1
Pawelec Natalia		
Zastosowanie indyktorów Benneta i Montgomery'ego w analizie danych skanowanych – porównanie własności i oszacowań efektów / Application of Bennet and Montgomery indicators in scanner data analysis: comparison of properties and effect estimates	3	11
Pietrzyk Radosław, Piontek Krzysztof, Rokita Paweł		
The properties of time series of liquidity measures in cryptocurrency markets / Właściwości szeregów czasowych miar płynności na rynkach kryptowalut	10	1
Sulewski Piotr, Bilski Jakub		
Unknown properties of bimodal power Laplace distribution / Nieznane właściwości dwumodalnego rozkładu potęgowego Laplace'a	12	1
Sulewski Piotr, Stoltmann Damian		
Ability of goodness-of-fit tests to detect deviations from normality: the case of symmetric distributions with low values of excess kurtosis / Zdolność testów zgodności do wykrywania odchyleń od normalności – przypadek rozkładów symetrycznych z małymi wartościami ekscesu	2	1

	nr no	s. p.
STATYSTYKA W PRAKTYCE STATISTICS IN PRACTICE		
Antczak Elżbieta, Sobol Agnieszka Ubóstwo energetyczne w Polsce – ocena stanu i trendów przestrzennych za pomocą agregatowego miernika rozwoju / Energy poverty in Poland: the assessment of the current situation and geographical trends based on a composite development index	12	55
Bąk Iwona, Wawrzyniak Katarzyna Przestrzenne zróżnicowanie stanu ochrony środowiska w Polsce w kontekście bezpieczeństwa ekologicznego / Differences in the degree of environmental protection across Poland as seen in the context of ecological safety	7	36
Bereźnicka Joanna Źródła dochodu z rodzinnego gospodarstwa rolnego w wybranych krajach Unii Europejskiej a kontynuowanie działalności rolniczej / Sources of income from a family farm in selected European Union countries in the context of continuing agricultural activity	10	60
Chugaievska Svitlana Ukrainian refugees' adaptation to and integration with new societies and communities in the context of migration policy management / Adaptacja i integracja społeczna ukraińskich uchodźców w nowych miejscach pobytu w kontekście zarządzania polityką migracyjną	3	24
Fraszka-Sobczyk Emilia, Palma Agnieszka Taksonomiczna analiza zróżnicowania poziomu rozwoju gospodarczego województw / Taxonomic analysis of the differences among Polish voivodships in terms of economic development	1	19
Jankowska Dorota, Majka Agnieszka Nierówności społeczno-ekonomiczne na poziomie województw – analiza zasięgu ubóstwa ekonomicznego i dysproporcji rozwojowych / Socio-economic inequalities in Poland at the voivodship level: analysis of the scope of economic poverty and disproportions in development	11	17
Jędrusik Wiktoria Dostępność mieszkań dla gospodarstw domowych w miastach wojewódzkich / Housing affordability of households in voivodship capital cities	8	37
Kałuża-Kopias Dorota Zależność między depopulacją a napływem imigrantów zarobkowych z Ukrainy na przykładzie województw łódzkiego i śląskiego / The dependence between depopulation and the inflow of economic migrants from Ukraine on the example of the Łódzkie and Śląskie voivodships	5	33
Kocot Maria, Kwasek Artur, Depta Adam Wybrane uwarunkowania zachowań zakupowych e-konsumentów na przykładzie studentów / Selected determinants of e-consumer purchasing behaviour on the example of university students	3	44
Krajewski Piotr, Piłat Katarzyna Oddziaływanie bieżących i majątkowych wydatków rządowych na polską gospodarkę / The impact of current and capital government expenditure on the Polish economy	4	22
Krężolek Dominik Wpływ pandemii COVID-19 na zmienność i ryzyko ekstremalnych stóp zwrotu metali szlachetnych / The impact of the COVID-19 pandemic on the volatility and risk of extreme return rates of precious metals	8	1

	nr no	s. p.
Malinowski Mariusz Znaczenie zadłużenia gmin wiejskich dla poziomu życia ludności / The significance of rural gminas' debt for the standard of living of the population	11	36
Murkowski Radosław Poziom wyszczerpienia przeciw COVID-19 a nadmiarowe zgony w ujęciu regionalnym w Polsce / The rate of vaccination against COVID-19 and the number of excess deaths by region in Poland	1	36
Panek Tomasz, Zwierzchowski Jan Impact of the COVID-19 pandemic on poverty in the European Union: insights from panel data on incidence, depth and key drivers / Wpływ pandemii COVID-19 na ubóstwo w Unii Europejskiej – wnioski z danych panelowych na temat zasięgu, głębokości i kluczowych czynników ubóstwa	7	1
Pełka Marcin, Rybicka Aneta The application of the best-worst scaling method to the identification of determinants of consumers' choices regarding a delivery method of products purchased online / Zastosowanie metody best-worst scaling do identyfikacji determinant wyborów konsumentów w zakresie dostawy towarów kupowanych online	12	35
Szczepocki Piotr, Feder-Sempach Ewa The assessment of the COVID-19 pandemic's impact on the level of market risk in European companies on the basis of structural changes in the CAPM model / Ocena wpływu pandemii COVID-19 na poziom ryzyka rynkowego w spółkach europejskich na podstawie zmian strukturalnych w modelu CAPM	4	1
Sztaudynger Jan Marek Nakłady na infrastrukturę transportową a wzrost PKB / Investment in transport infrastructure and GDP growth	4	36
Śliwicki Dominik Czynniki wpływające na satysfakcję z pracy osób w wieku 50–60 lat pracujących w Polsce / Factors influencing job satisfaction of 50–60 year-olds working in Poland	5	16
Trzcińska Kamila, Ćwiek Małgorzata Comparison of three-parameter models of income distribution in selected European countries / Porównanie trójparametrycznych modeli rozkładu dochodów w wybranych krajach europejskich	9	34
Trzcińska Kamila, Zalewska Elżbieta Sytuacja ekonomiczna gospodarstw domowych rolników w wybranych krajach Unii Europejskiej i Stanach Zjednoczonych / Economic situation of farmers' households in selected EU countries and in the USA	2	44
Wędrowska Ewa, Szczepaniak Małgorzata, Muszyńska Joanna Klasa średnia w Polsce. Zmiany w sytuacji finansowej i społeczno-demograficznej / Middle class in Poland. Changes in the financial and socio-demographic situation	6	1
Węgrzyn Paweł, Kruszka Michał Issuers' strategies in the context of the structure of Poland's corporate bond market / Strategie emitentów a struktura polskiego rynku obligacji korporacyjnych	11	1
Wiśniewski Jerzy W. Ekonometryczny model popytu gospodarstwa domowego na energię elektryczną / An econometric model of household electricity demand	6	24
Wojewodzik Tomasz, Frey-Schramel Magdalena, Misygar Michał, Dacko Mariusz Ocena sytuacji materialnej gospodarstw domowych rolników w Polsce / Assessment of the financial situation of farmers' households in Poland	7	61

	nr no	s. p.
Wyszyński Artur M. Efficiency of state-owned enterprises running Ekstraklasa clubs compared to privately-owned enterprises / Efektywność przedsiębiorstw sektora publicznego prowadzących kluby Ekstraklasa na tle przedsiębiorstw prywatnych	8	17
STUDIA INTERDYSCYPLINARNE. WYZWANIA BADAWCZE INTERDISCIPLINARY STUDIES. RESEARCH CHALLENGES		
Kulawik Jacek Oddziaływanie ryzyka w łańcuchach i systemach żywnościowych na międzynarodowy handel rolno-żywnościowy / Impact of risks in food chains and systems on international agri-food trade	1	56
Rynko Maja Respondent incentives in social surveys: an overview of recent experiences and findings / Zachęty do uczestnictwa w badaniach ankietowych – przegląd aktualnego stanu wiedzy	2	58
Z DZIEJÓW STATYSTYKI FROM THE HISTORY OF STATISTICS		
Domański Czesław, Jędrzejczak Alina, Kowaleski Jerzy T. Maciej Miechowita – polski pionier państwowznawstwa / Maciej Miechowita – Polish pioneer of state studies	9	57
Szukalski Piotr O początkach prognozowania demograficznego w międzywojennej Polsce / The beginnings of demographic forecasts in interwar Poland	6	39
IN MEMORIAM		
Doktor Stanisław Paradysz (1929–2025)	5	53
Profesor dr hab. Janusz Witkowski (1945–2025)	6	53
Kotowska Irena E., Gołata Elżbieta, Sztandar-Sztanderska Urszula, Kwiatkowski Eugeniusz, Szumlicz Tadeusz, Góra Marek, Zgierska Agnieszka Pożegnanie profesora Janusza Witkowskiego / In memory of Professor Janusz Witkowski	6	55
Łazowska Bożena Jan Berger (1940–2025)	2	80
Wywił Janusz L. Dr Irena Jędrysyk (1945–2025)	12	87
DYSKUSJE. RECENZJE. INFORMACJE DISCUSSIONS. REVIEWS. INFORMATION		
Abdrakhmanova Dinara Formation of indicators of commercial real estate prices based on data from various sources / Tworzenie wskaźników cen nieruchomości komercyjnych na podstawie danych z różnych źródeł	4	60

	nr no	s. p.
Duczkowski Norbert, Słowik Lubomir		
Application of Artificial Intelligence in official statistics in the context of the Fundamental Principles of Official Statistics / Zastosowanie sztucznej inteligencji w statystyce publicznej w kontekście <i>Fundamentalnych zasad statystyki publicznej</i>	6	71
Kierska Dorota		
Działalność wystawiennicza Centralnej Biblioteki Statystycznej w latach 2023–2024 / Exhibition activity of the Central Statistical Library in the years 2023–2024	1	74
Kierska Dorota		
Nowości wydawnicze w zbiorach Centralnej Biblioteki Statystycznej / New publications in the Central Statistical Library resources	3	57
Kierska Dorota		
Nowości wydawnicze w zbiorach Centralnej Biblioteki Statystycznej / New publications in the Central Statistical Library resources	5	55
Kierska Dorota		
Nowości wydawnicze w zbiorach Centralnej Biblioteki Statystycznej / New publications in the Central Statistical Library resources	7	81
Kierska Dorota		
Nowości wydawnicze w zbiorach Centralnej Biblioteki Statystycznej / New publications in the Central Statistical Library resources	10	84
Kierska Dorota		
54. Ogólnopolski Konkurs Statystyczny / 54th Polish Nationwide Statistical Competition	8	53
Młodak Andrzej		
Recenzja książki Mirosława Szredera i Arkadiusza Kozłowskiego <i>Wnioskowanie na podstawie prób losowych i nielosowych</i> / Review of Mirosław Szreder and Arkadiusz Kozłowski's book <i>Inference on the basis of random and non-random samples</i>	2	84
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Grudzień 2024 / Publications of Statistics Poland. December 2024	1	79
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Styczeń 2025 / Publications of Statistics Poland. January 2025	2	92
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Luty 2025 / Publications of Statistics Poland. February 2025	3	61
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Marzec 2025 / Publications of Statistics Poland. March 2025	4	73
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Kwiecień 2025 / Publications of Statistics Poland. April 2025	5	58
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Maj 2025 / Publications of Statistics Poland. May 2025	6	82
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Czerwiec 2025 / Publications of Statistics Poland. June 2025	7	84
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Lipiec 2025 / Publications of Statistics Poland. July 2025	8	56
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Sierpień 2025 / Publications of Statistics Poland. August 2025	9	68

	nr no	s. p.
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Wrzesień 2025 / Publications of Statistics Poland. September 2025	10	87
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Październik 2025 / Publications of Statistics Poland. October 2025	11	61
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Listopad 2025 / Publications of Statistics Poland. November 2025	12	89
Stokowski Franciszek		
Recenzja książki Witolda Rakowskiego <i>Łódź jako przykład miasta zwijającego się pod względem demograficznym (1946–2022)</i> / Review of Witold Rakowski's book <i>Łódź as an example of a city in demographic decline (1946–2022)</i>	11	59

DLA AUTORÓW FOR THE AUTHORS

(for the English translation of the information given below, please visit ws.stat.gov.pl/ForAuthors)

W „Wiadomościach Statystycznych. The Polish Statistician” („WS”) zamieszczane są artykuły o charakterze naukowym poświęcone teorii i praktyce statystycznej, które prezentują wyniki oryginalnych badań teoretycznych lub analitycznych wykorzystujących metody statystyki matematycznej, opisowej bądź ekonometrii. Ukazują się również artykuły przeglądowe, recenzje publikacji naukowych oraz inne opracowania informacyjne. W czasopiśmie publikowane są prace w języku polskim i angielskim.

Od 2007 r. „WS” znajdują się na liście czasopism naukowych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Zgodnie z komunikatem Ministra Nauki z dnia 5 stycznia 2024 r. w sprawie wykazu czasopism naukowych i recenzowanych materiałów z konferencji międzynarodowych „WS” otrzymały 70 punktów.

„Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician” są udostępniane w następujących bazach, repozytoriach, katalogach i wyszukiwarkach: Agro, BazEkon, Biblioteka Nauki, Central and Eastern European Academic Source (CEEAS), Central and Eastern European Online Library (CEEOL), Central European Journal of Social Sciences and Humanities (CEJSH), Directory of Open Access Journals (DOAJ), EBSCO Discovery Service, European Reference Index for the Humanities and Social Sciences (ERIH Plus), Exlibris Primo, Google Scholar, ICI Journals Master List, ICI World of Journals, Norwegian Register for Scientific Journals and Publishers (The Nordic List), Summon, Emerging Sources Citation Index – Web of Science (ESCI) i WorldCat.

Za publikację artykułów na łamach „WS” autorzy nie otrzymują honorariów ani nie wnoszą opłat.

1. Zgłaszanie artykułów

Prace przeznaczone do opublikowania w „WS” należy przysyłać za pośrednictwem platformy Editorial System: www.editorialsystem.com/ws.

Zgłaszany artykuł powinien być zanonimizowany, tj. pozbawiony informacji o autorze/autorach (również we właściwościach pliku), podziękowań i informacji o źródłach finansowania, a także innych informacji wskazujących na afiliację lub umożliwiających zidentyfikowanie autora. Jeżeli w pracy występują tablice, wykresy lub mapy, powinny być umieszczone w treści artykułu. Materiały graficzne, razem z danymi do nich, należy ponadto załączyć jako osobny plik / osobne pliki, najlepiej w formacie Excel. **Prosimy o niestosowanie stylów i ograniczenie formatowania do wymogów redakcyjnych.** Więcej informacji w pkt 4 *Wymogi redakcyjne*.

Razem z artykułem należy przesłać skan/zdjęcie oświadczenia o udzieleniu licencji. **Załączenie oświadczenia jest warunkiem poddania pracy ocenie wstępnej i skierowania do recenzji.**

Artykuły zgłaszane od 2022 r. do opublikowania w „WS” są udostępniane na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – Na tych samych warunkach 4.0 (CC BY-SA 4.0), która jest dostępna na stronie <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.pl>.

Autorzy mają prawo do samodzielnego umieszczania w wybranych przez siebie repozytoriach artykułu w wersji zarówno zgłoszonej do „WS”, jak i zaakceptowanej do opublikowania

oraz opublikowanej, z zastrzeżeniem wymogu niezwłocznego podania w repozytorium informacji o numerze „WS”, w którym praca się ukazała, wraz z linkiem do niej (DOI).

Więcej informacji: Zgłaszanie artykułów w zakładce Dla autorów.

2. Przebieg prac redakcyjnych

Zgłoszony artykuł jest oceniany i opracowywany w czteroetapowym procesie:

1. **Ocena wstępna**, dokonywana przez redakcję. Polega na weryfikacji: naukowego charakteru artykułu, zgodności jego tematyki z profilem czasopisma, struktury i zawartości pracy pod kątem wymogów redakcyjnych oraz oryginalności (wykrywanie programem antyplagiatowym treści zapożyczonych, a także wygenerowanych za pomocą narzędzi sztucznej inteligencji). Na jej podstawie formułowane są uwagi i zalecenia dla autora. Poprawiona/uzupełniona przez autora praca jest kierowana do recenzji. W przypadku negatywnej weryfikacji artykuł zostaje odrzucony, a autor otrzymuje decyzję wraz z uzasadnieniem.
2. **Ocena recenzentów**, dokonywana przez specjalistów w danej dziedzinie. Artykuł oceniają dwaj recenzenci spoza jednostki naukowej, przy której afiliowany jest autor, i spoza Zespołu Redakcyjnego „WS”; w przypadku pracy w języku angielskim co najmniej jeden recenzent jest afiliowany przy jednostce zagranicznej. W razie sprzecznych opinii dwóch recenzentów powoływany jest trzeci recenzent. Recenzenci kierują się kryteriami oryginalności i jakości opracowania zarówno w odniesieniu do treści, jak i formy artykułu.

Autor pracy, która otrzymała dwie pozytywne oceny, wprowadza poprawki zalecane przez recenzentów i przesyła do redakcji skorygowaną wersję tekstu. Jeśli pojawi się różnica zdań dotycząca zasadności proponowanych zmian, autor jest zobligowany do uzasadnienia swojego stanowiska.

3. **Ocena redakcji**, decydująca o przyjęciu pracy do publikacji. Polega m.in. na weryfikacji dokonania przez autora zmian w artykule stosownie do uwag recenzentów. Redakcja ocenia artykuł pod względem poprawności i spójności merytorycznej oraz zaleca autorowi wprowadzenie poprawek, jeśli są one konieczne, aby praca spełniała wymogi czasopisma.

W „WS” publikowane są wyłącznie te artykuły, które otrzymają pozytywną ocenę na każdym z wymienionych etapów i zostaną poprawione przez autora zgodnie z otrzymanymi uwagami (chyba że autor przedstawi argumenty uzasadniające nieuwzględnienie danej uwagi).

Artykuły przyjęte do publikacji są zamieszczane na stronie internetowej czasopisma w zakładce Early View, gdzie znajdują się do czasu opublikowania w konkretnym wydaniu.

4. **Opracowanie redakcyjne, autoryzacja i korekta**. Artykuł zakwalifikowany do druku jest poddawany opracowaniu redakcyjnemu, a następnie – po autoryzacji – przekazywany do składu, łamania i opracowania graficznego. Następnie wykonywane są co najmniej dwie korekty wydawnicze. Autor wykonuje korektę autorską na etapie drugiej korekty wydawniczej.

Redakcja zastrzega sobie prawo do zmiany tytułu i śródtytułów, modyfikowania tablic, wykresów i innych elementów graficznych oraz przeredagowywania treści bez naruszenia zasadniczej myśli autora.

W przypadku odkrycia błędów w opublikowanym artykule zamieszcza się na łamach „WS” sprostowanie lub erratę, a artykuł w wersji elektronicznej jest poprawiany i umieszczany na stronie internetowej „WS” z adnotacją o dokonanej poprawce.

3. Zasady etyki publikacyjnej

Wszyscy uczestnicy procesu publikacyjnego są zobowiązani do przestrzegania zasad etyki publikacyjnej. Zasady przyjęte w „Wiadomościach Statystycznych. The Polish Statistician” („WS”) opierają się na wytycznych Komitetu ds. Etyki Publikacyjnej (Committee on Publication Ethics – COPE), które są dostępne na stronie internetowej www.publicationethics.org.

W celu zapewnienia transparentności w publikowaniu wyników badań naukowych wymagane jest, aby każdy uczestnik procesu publikacyjnego zgłaszał potencjalne konflikty interesów. Przez konflikt interesów rozumiane jest

wszystko, co zakłóca lub może być w sposób uzasadniony postrzegane jako zakłócające pełne i obiektywne prezentowanie i recenzowanie artykułów przesłanych do czasopisma, podejmowanie decyzji redakcyjnych w ich sprawie lub ich publikowanie. Konflikty interesów mogą mieć charakter finansowy lub niefinansowy, zawodowy lub osobisty i mogą powstać w stosunkach z instytucją lub inną osobą [na podstawie: <https://journals.plos.org/plosone/s/competing-interests>].

Redakcja nie toleruje przejawów nierzetelności naukowej, takich jak:

- plagiat – przywłaszczenie cudzego utworu lub jego fragmentu bez podania informacji o źródle;
- autoplagiat – ponowne publikowanie własnego utworu lub jego części;
- fabrykowanie danych – oparcie pracy naukowej na nieprawdziwych wynikach badań;
- autorstwo widmowe (*ghost authorship*) – nieujawnianie współautorów, mimo że wnieśli oni istotny wkład w powstanie artykułu;
- autorstwo gościnne (*guest authorship*) – podawanie jako współautorów osób o znikomym udziale lub niebiorących udziału w tworzeniu artykułu, aby lista autorów wyglądała bardziej imponująco;
- autorstwo grzecznościowe (*gift authorship*) – dodawanie jako współautorów osób, których wkład jest oparty jedynie na słabym powiązaniu z badaniem, w ramach przysługi, uznania lub uprzejmości.

Odpowiedzialność poszczególnych uczestników procesu publikacyjnego w zakresie etyki publikacyjnej jest przedstawiona poniżej.

3.1. Odpowiedzialność autorów

3.1.1. Oryginalność pracy

Artykuły naukowe zgłaszane do publikacji w „WS” muszą stanowić własność intelektualną autorów i być pracami oryginalnymi, nie mogą naruszać praw autorskich innych osób, być wcześniej publikowane ani złożone w innym wydawnictwie (także w innej wersji językowej), a w przypadku wykorzystania narzędzi sztucznej inteligencji autorzy muszą mieć większościowy wkład twórczy w powstanie artykułu, co deklarują w oświadczeniu. W przypadku złożenia artykułu w innym wydawnictwie przed ukazaniem się go w „WS” autorzy są zobowiązani do niezwłocznego powiadomienia o tym redakcji.

Jeżeli materiały, na podstawie których powstał artykuł, były prezentowane publicznie, np. podczas konferencji, to autorzy powinni poinformować o tym redakcję, zgłaszając tekst do publikacji w „WS”.

Jeśli autorzy zgłoszonego artykułu umieścili go w repozytorium przed opublikowaniem w „WS”, to niezwłocznie po ukazaniu się numeru „WS” z tym artykułem powinni podać przy artykule zamieszczonym w repozytorium link do publikacji w „WS”.

3.1.2. Autorstwo

Autorzy ponoszą odpowiedzialność za treści prezentowane w artykułach.

W artykule muszą być wskazane wszystkie osoby, które wniosły znaczący wkład w jego powstanie. Niedopuszczalne jest autorstwo widmowe, gościnne i grzecznościowe.

Autor zgłaszający artykuł określa procentowy udział autorów i ich wkład odpowiednio dla:

- koncepcji i projektu badania;
- gromadzenia lub zestawiania danych;
- analizy i interpretacji danych;
- napisania artykułu;
- krytycznego zrecenzowania artykułu;
- zatwierdzenia ostatecznej wersji artykułu.

Wszelkie zmiany na liście autorów (dodawanie lub usuwanie nazwisk i zmiana kolejności autorów) po zgłoszeniu artykułu do publikacji w „WS” wymagają przesłania do redakcji formularza zmiany na liście autorów podpisanego przez wszystkich autorów. Redakcja nie rozstrzyga ewentualnych sporów między autorami, a w przypadku braku możliwości uzgodnienia między nimi wspólnego stanowiska wycofuje artykuł z publikacji.

W przypadku śmierci jednego z autorów przed opublikowaniem artykułu współautorzy połączają za niego w zakresie jego wkładu i potencjalnych konfliktów interesów.

Wkład innych osób w powstanie artykułu, który nie spełnia kryteriów autorstwa, taki jak wspieranie badania, ogólny mentoring, pełnienie funkcji koordynatora badania i inne powiązane działania, można wskazać w części artykułu pt. „Podziękowania”.

Każdy autor powinien posługiwać się identyfikatorem Open Researcher Contributor ID.

3.1.3. Rzetelność badań

Artykuły naukowe powinny zawierać precyzyjny opis badanych zjawisk i stosowanych metod oraz autorskie wnioski.

3.1.4. Cytowanie

Wszystkie zawarte w artykule informacje, dane i stwierdzenia niebędące autorskimi i wykraczające poza wiedzę powszechną muszą być opatrzone przypisem bibliograficznym, niezależnie od tego, czy są ujęte w ramy cytatu, czy nie są dosłownie przytaczane.

Autorzy artykułu ponoszą odpowiedzialność za właściwe oznaczanie cytowanych prac innych autorów.

3.1.5. Dane i odtwarzalność badań

Autorzy powinni dokładnie opisać dane użyte w badaniu empirycznym, aby umożliwić powtórzenie badania. Są także zobowiązani do udostępnienia surowych danych badawczych na

prośbę redakcji. Jeżeli spełnienie tej prośby nie jest możliwe z istotnych powodów, powinni uzasadnić swoją odmowę.

3.1.6. Użycie narzędzi sztucznej inteligencji

Podczas zbierania i analizy danych, pisania artykułu i opracowywania elementów graficznych autorzy mogą wspomagać się narzędziami sztucznej inteligencji, ale to oni powinni mieć większościowy wkład twórczy w powstanie artykułu i są w pełni odpowiedzialni za treści wygenerowane automatycznie, a tym samym za wszelkie związane z tym naruszenia etyki publikacyjnej. Są także zobowiązani do poinformowania redakcji o użyciu narzędzi sztucznej inteligencji. Takie narzędzia nie mogą być wskazane jako współautorzy.

Artykuł, w przypadku którego autorzy nie mają większościowego wkładu twórczego i który w przeważającej części powstał przy użyciu narzędzi sztucznej inteligencji, nie może być uznany za oryginalną pracę naukową i przyjęty do publikacji.

Niniejsze wytyczne nie obejmują narzędzi, które są używane do poprawy pisowni, gramatyki i ogólnej edycji.

Ostateczną decyzję o tym, czy użycie narzędzi sztucznej inteligencji jest właściwe lub dopuszczalne w przypadku danego artykułu, podejmuje redaktor naczelny.

3.1.7. Konflikt interesów

Autorzy są zobowiązani do zgłoszenia redakcji wszystkich potencjalnych konfliktów interesów odnoszących się do badania przedstawionego w artykule.

Autorzy podają w artykule źródła finansowania badania.

Niezgłoszenie istniejącego konfliktu interesów może skutkować odrzuceniem artykułu.

Ujawnienie konfliktu interesów autorów, który miał nadmierny wpływ na artykuł lub jego recenzje, po publikacji będzie skutkowało retrakcją artykułu.

3.1.8. Współpraca

Autorzy biorą udział w procesie recenzowania *double-blind peer review*, dokonywanej przez co najmniej dwóch niezależnych ekspertów z danej dziedziny. Po otrzymaniu minimum dwóch pozytywnych recenzji autorzy wprowadzają zalecane przez recenzentów poprawki i przesyłają do redakcji zaktualizowaną wersję artykułu wraz z poświadczeniem uwzględnienia poprawek.

W przypadku różnicy zdań co do zasadności proponowanych zmian i nieuwzględnienia którejś z zalecanych poprawek autorzy uzasadniają swoje stanowisko.

Autorzy zatwierdzają artykuł po opracowaniu redakcyjnym (autoryzują go) i biorą udział w korekcie autorskiej.

W razie zgłaszania przez czytelników zastrzeżeń do opublikowanych artykułów ich autorzy są zobligowani do udzielenia odpowiedzi za pośrednictwem redakcji.

3.1.9. Błędy w artykule

Jeżeli autor zauważy błędy w swoim artykule, to powinien niezwłocznie zgłosić je redakcji. Dotyczy to zarówno wszystkich etapów procesu publikacyjnego, jak i czasu po opublikowaniu artykułu. Redakcja we współpracy z autorem podejmuje odpowiednie kroki, takie jak: wprowadzenie poprawek, opublikowanie sprostowania lub erraty albo wycofanie artykułu (retrakcja).

3.2. Odpowiedzialność redakcji

3.2.1. Obiektywizm i uczciwość

Redakcja podejmuje decyzję o publikacji danego artykułu, kierując się kryteriami merytorycznej oceny wartości artykułu, jego oryginalności, rzetelności i jasności przekazu, a także ścisłego związku z celem i zakresem tematycznym „WS”. Ocenia artykuły niezależnie od płci, rasy, pochodzenia etnicznego, narodowości, religii, wyznania, światopoglądu, niepełnosprawności, wieku lub orientacji seksualnej ich autorów.

3.2.2. Przeciwdziałanie nierzetelności naukowej

Redakcja nie toleruje przejawów nierzetelności naukowej, takich jak: plagiat, autoplagiat, fabrykowanie danych oraz autorstwo widmowe, gościnne i grzecznościowe.

Jeżeli na którymkolwiek etapie procesu publikacyjnego powstaje uzasadnione podejrzenie, że autorzy dopuścili się nierzetelności naukowej, redakcja skrupulatnie bada sprawę zgodnie z zasadami COPE określonymi na stronie <https://publicationethics.org/guidance/Flowcharts>. W przypadku udowodnienia nierzetelności autorów zgłoszony przez nich artykuł zostaje odrzucony (w przypadku opublikowanego artykułu – wycofany), a autorzy otrzymują informację o podjętej decyzji wraz z uzasadnieniem. Redakcja informuje o nierzetelności autorów odpowiednio podmioty (instytucje zatrudniające autorów, towarzystwa naukowe itp.).

W celu uzyskania obiektywnej oceny oryginalności nadsyłanych artykułów przed skierowaniem ich do recenzji redakcja wykorzystuje system antyplagiatowy. W przypadku wykrycia znacznego podobieństwa artykułu do innych prac lub wysokiego prawdopodobieństwa użycia narzędzi sztucznej inteligencji redaktor naczelny, po zasięgnięciu opinii pozostałych członków redakcji i Rady Konsultacyjnej, podejmuje decyzję o przyjęciu lub odrzuceniu artykułu. W przypadku odrzucenia autor otrzymuje decyzję wraz z uzasadnieniem.

3.2.3. Konflikt interesów

Redaktorzy są zobowiązani do zgłoszenia wszelkich potencjalnych konfliktów interesów odnoszących się do autorów, badań przedstawianych w artykułach i instytucji je finansujących. Nie mogą być zaangażowani w decyzje redakcyjne dotyczące artykułów ich autorstwa zgłoszonych do publikacji w „WS”. W przypadku gdy ich własne interesy mogą utrudniać im bezstronną ocenę danego artykułu i dotyczącą go decyzję o publikacji, powinni wycofać się z jego oceny lub dyskusji na jego temat.

W celu zapobiegania konfliktom interesów między recenzentami a autorami oraz zapewnienia uczciwego i bezstronnego procesu recenzowania redakcja wybiera recenzentów spośród specjalistów spoza jednostki, do której afiliowani są autorzy, i spoza Zespołu Redakcyjnego.

Jeżeli po opublikowaniu artykułu zostanie ujawniony konflikt interesów autorów, to redakcja zbada, czy miał on nadmierny wpływ na artykuł lub jego recenzje. W przypadku gdy taki wpływ zostanie stwierdzony, artykuł podlega retrakcji.

3.2.4. Poufność

Informacje dotyczące artykułu są poufne. Redaktorowi ani żadnemu innemu pracownikowi redakcji nie wolno ich ujawnić nikomu poza autorami, recenzentami, doradcami i – jeśli to uzasadnione – wydawcą.

W przypadku podjęcia decyzji o niepublikowaniu artykułu nie może on zostać w żaden sposób wykorzystany przez wydawcę lub uczestników procesu publikacyjnego bez pisemnej zgody autorów.

3.2.5. Dyskusja na temat opublikowanych artykułów

Każdy może zgłosić redakcji błędy lub naruszenia dostrzeżone w opublikowanych artykułach. Postępowanie redakcji w takich przypadkach zostało określone w punktach 3.2.6–3.2.8.

Redakcja publikuje również nadesłane polemiki z opublikowanymi artykułami.

3.2.6. Poprawki w opublikowanym artykule

W przypadku odkrycia przez autorów lub czytelników błędów w opublikowanym artykule redakcja ocenia, na ile są one istotne, i podejmuje stosowne działania.

Jeżeli wykryte błędy wpływają na interpretację danych lub przedstawionych informacji, a ich poprawienie nie powoduje naruszenia naukowej integralności artykułu, to redakcja we współpracy z autorem:

- w przypadku wersji Early View poprawia artykuł i dołącza do niego adnotację o dokonanej poprawce, z podaniem daty;
- w przypadku ostatecznej wersji publikacyjnej poprawia artykuł i dołącza do niego adnotację o dokonanej poprawce, z podaniem daty, a równocześnie opracowuje sprostowanie (jeżeli błędy są zawinione przez autora) lub erratę (jeżeli błędy powstały w trakcie przygotowania do publikacji) i publikuje na numerowanej stronie w najbliższym wydaniu „WS”.

Drobne usterki redakcyjne lub techniczne, które nie wpływają na znaczenie lub interpretację artykułu:

- w przypadku wersji Early View zawsze są korygowane; adnotacja o dokonanej poprawce nie jest dołączana;
- w przypadku ostatecznej wersji publikacyjnej zazwyczaj nie są, ale mogą być korygowane; adnotacja o dokonanej poprawce nie jest dołączana.

Redakcja powiadamia autorów o dokonaniu poprawek w opublikowanym artykule, a także archiwizuje wszystkie wersje artykułu.

Treści wykraczające poza pierwotny zakres artykułu, takie jak dodatkowe odniesienia lub aktualizacje oparte na informacjach niedostępnych w momencie publikacji artykułu, nie są dawane.

3.2.7. Wycofanie (retrakcja) opublikowanego artykułu

Jeżeli po opublikowaniu w artykule zostaje wykryty poważny błąd lub naruszenie (np. oszustwo, plagiat, naruszenie praw autorskich, powielona publikacja, nieujawniony konflikt interesów, wykorzystanie informacji poufnych niezgodnie z prawem), które unieważniają przedstawione w artykule ustalenia, to artykuł podlega retrakcji. Redakcja postępuje wtedy w następujący sposób:

- w najbliższym numerze „WS” publikowana jest notatka o wycofaniu artykułu podpisana przez autorów lub redaktora naczelnego, z podaniem daty i powodu wycofania artykułu oraz linkiem do oryginalnego artykułu;
- oryginalny artykuł pozostaje niezmieniony, z wyjątkiem umieszczenia znaku wodnego na każdej stronie pliku PDF o treści „artykuł wycofany”.

3.2.8. Zastrzeżenia redakcji dotyczące opublikowanego artykułu

Jeżeli istnieją uzasadnione obawy co do rzetelności badania przedstawionego w opublikowanym artykule lub podejrzenia jakichkolwiek nieprawidłowości (dowody na niepoprawność badania przeprowadzonego przez autorów nie są rozstrzygające, ale charakter wątpliwości uzasadnia powiadomienie czytelników; istnieje uzasadniona obawa, że ustalenia są niewiarygodne lub że mogło dojść do nieprawidłowości), redakcja może opublikować notatkę z zastrzeżeniami, że do wyników przedstawionego w nim badania należy podchodzić z ostrożnością. Takie zastrzeżenia są publikowane jedynie w przypadku, gdy dochodzenie dotyczące artykułu nie przyniosło rezultatów. Redakcja może opublikować swoje zastrzeżenia również wtedy, gdy dochodzenie w sprawie wątpliwego artykułu jest w toku.

3.3. Odpowiedzialność recenzentów

3.3.1. Rzetelność i terminowość

Recenzenci przyjmują artykuł do zrecenzowania, jeśli posiadają odpowiednią wiedzę w określonej dziedzinie, aby rzetelnie ocenić pracę, a także gdy mogą wywiązać się z terminu ustalonego przez redakcję, aby nie opóźniać publikacji.

3.3.2. Obiektywizm

Recenzenci uczestniczą w procesie opartym na modelu *double-blind peer review*, zgodnie z którym nie znają tożsamości autorów ani ich tożsamość nie jest znana autorom.

Recenzenci oceniają artykuł zgodnie z kryteriami zawartymi w karcie recenzji „WS”. Powinni uzasadnić swoją ocenę, przedstawiając stosowną argumentację. Są zobligowani do zachowania obiektywności i powstrzymania się od osobistej krytyki.

3.3.3. Wsparcie redakcji

Recenzenci wspierają redakcję w ocenie artykułów zgłoszonych do publikacji. Ich zadaniem jest wyrażenie opinii, czy artykuł:

- może być opublikowany w obecnej formie;
- może być opublikowany po uwzględnieniu zalecanych poprawek;
- wymaga znacznej modyfikacji i ponownej oceny recenzenta (w ponownej ocenie zapada ostateczna decyzja o dopuszczeniu do publikacji lub odrzuceniu);
- nie powinien zostać opublikowany.

3.3.4. Wsparcie autora

Recenzenci powinni wskazać ważne dla wyników badań opublikowane prace, które w ich ocenie powinny zostać przywołane w ocenianym artykule.

3.3.5. Użycie narzędzi sztucznej inteligencji

Niedopuszczalne jest korzystanie z narzędzi sztucznej inteligencji podczas sporządzania recenzji, z wyjątkiem narzędzi, które są używane do poprawy pisowni, gramatyki i ogólnej edycji.

3.3.6. Przeciwdziałanie nierzetelności naukowej

W razie stwierdzenia wysokiego poziomu zbieżności treści recenzowanej pracy z innymi opublikowanymi materiałami lub podejrzenia innych przejawów nierzetelności naukowej recenzenci informują o tym redakcję.

3.3.7. Konflikt interesów

Recenzenci są zobowiązani do zgłoszenia redakcji – zgodnie z ich stanem wiedzy – wszelkich potencjalnych konfliktów interesów odnoszących się do autorów, przedstawionych w artykule badań i instytucji je finansujących. Jeżeli uznają, że istnieje taki konflikt interesów, to powinni odstąpić od recenzowania artykułu.

3.3.8. Poufność

Recenzenci powinni traktować artykuły przesłane im do zrecenzowania jako poufne. Nie mogą ich udostępniać ani omawiać z osobami spoza redakcji, chyba że redakcja wyrazi na to zgodę. Po ukończeniu recenzji przechowywanie przesłanych przez redakcję materiałów (w jakiegokolwiek formie) oraz posługiwanie się nimi przez recenzentów jest niedozwolone.

3.4. Odpowiedzialność wydawcy

3.4.1. Ochrona własności intelektualnej

Materiały opublikowane w „WS” są chronione prawem autorskim. Od 2022 r. autorzy udzielają wydawcy – Głównemu Urzędowi Statystycznemu – licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – Na tych samych warunkach 4.0 (CC BY-SA 4.0), która jest dostępna na stronie <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.pl>. Szczegółowa informacja o prawach autorskich (copyright) jest podawana przy każdym artykule, zarówno w wersji elektronicznej, jak i drukowanej.

3.4.2. Otwarty dostęp

Wydawca udostępnia pełną treść artykułów w internecie w trybie otwartego dostępu, tj. bezpłatnie i bez technicznych ograniczeń. Użytkownicy mogą czytać, pobierać, kopiować, drukować i wykorzystywać do innych celów artykuły zamieszczone na stronie internetowej czasopiśma, zgodnie z zapisami:

- ustawy o otwartych danych i ponownym wykorzystywaniu informacji sektora publicznego w przypadku artykułów zgłoszonych do 31.12.2021 r.;
 - licencji Creative Commons w przypadku artykułów zgłoszonych po 31.12.2021 r.
- Inne sposoby wykorzystania treści artykułów „WS” wymagają zgody wydawcy.

3.4.3. Sprostowania, erraty i przeprosiny

Wydawca deklaruje gotowość do opublikowania sprostowań, errat i przeprosiny.

3.5. Odwołania i skargi

3.5.1. Odwołania

Autorzy mogą się odwołać od decyzji o niepublikowaniu artykułu. W tym celu powinni skontaktować się z redaktorem naczelnym lub sekretarzem redakcji i przedstawić stosowną argumentację. Odwołania autorów są rozpatrywane przez redaktora naczelnego.

3.5.2. Skargi

Każdy uczestnik procesu publikacyjnego oraz czytelnicy mają prawo do złożenia skargi. Skargę należy przesłać do adres redakcji udostępniony w zakładce Kontakt.

4. Wymogi redakcyjne

Zgodnie z wymogami czasopisma omawiany w artykule problem badawczy powinien być jednoznacznie zdefiniowany oraz istotny dla oceny zjawisk społecznych lub gospodarczych. Artykuł powinien zawierać wyraźnie określony cel badania, precyzyjny opis badanych zjawisk i stosowanych metod, uzyskane wyniki przeprowadzonej analizy oraz autorskie wnioski.

4.1. Struktura i zawartość artykułu

Wymagane elementy artykułu recenzowanego:

1. Tytuł.
2. Dane autora: imię/imiona i nazwisko, afiliacja w języku polskim i angielskim, ORCID, e-mail. W przypadku artykułu wieloautorskiego należy wskazać autora korespondencyjnego.
3. Streszczenie (zalecana objętość – do 1200 znaków ze spacjami, forma bezosobowa). W przypadku artykułu opisującego badanie empiryczne powinno zawierać: cel, przedmiot, okres i metodę badania, źródła danych i najważniejsze wnioski z badania. W przypadku artykułów o innym charakterze należy podać co najmniej cel artykułu, przedmiot i najważniejsze wnioski.

Streszczenie to podstawowe źródło informacji o artykule, warunkujące też decyzję czytelnika o zapoznaniu się z całą pracą. Dlatego powinno być przygotowane ze szczególną starannością i dbałością o umieszczenie w nim wszystkich wymaganych elementów.

4. Słowa kluczowe – najistotniejsze pojęcia lub wyrażenia użyte w pracy (nie mniej niż trzy). Powinny być zawarte w streszczeniu i/lub tytule.
5. Kod/kody z klasyfikacji Journal of Economic Literature (JEL).
6. Tłumaczenie tytułu, streszczenia i słów kluczowych (na język angielski w przypadku artykułu napisanego w języku polskim, a na język polski w przypadku artykułu napisanego w języku angielskim).
7. W artykule opisującym badanie empiryczne wymagane są następujące części:
 - *Wprowadzenie*, zawierające syntetyczne przedstawienie zagadnień teoretycznych, uzasadnienie podjęcia danego problemu badawczego, cel badania i krytyczne odniesienie do

literatury przedmiotu. W wyjątkowych przypadkach, kiedy istotne dla podjętego tematu jest obszerniejsze przedstawienie dyskusji toczącej się w literaturze, przegląd literatury może stanowić odrębną część artykułu;

- *Metoda badania*, uwzględniająca przedmiot i okres badania, źródła danych i zastosowane metody badawcze, w tym uzasadnienie ich wyboru;
- *Wyniki badania* – analiza danych oraz interpretacja wyników i odniesienie ich do rezultatów wcześniejszych badań (dyskusja). W uzasadnionych przypadkach dyskusja może stanowić odrębną część artykułu;
- *Podsumowanie*, które powinno być zwięzłe i odzwierciedlać istotę problemu badawczego przedstawionego w artykule, bez podawania danych liczbowych; końcowe wnioski powinny odnosić się do treści artykułu, a w szczególności do celu badania;
- *Bibliografia*, zawierająca pełny wykaz prac i materiałów przywołanych w artykule, przygotowana zgodnie z wymogami czasopisma (zob. Przywoływanie źródeł w artykułach napisanych w języku polskim oraz Bibliografia załącznikowa w artykułach napisanych w języku polskim).

Wszystkie części powinny być opatrzone numerami.

8. Jeżeli podczas gromadzenia i analizy danych, pisania artykułu lub opracowywania elementów graficznych do niego autor korzystał z narzędzi sztucznej inteligencji, to powinien podać w tekście, jakich narzędzi i do czego użył.

W przypadku artykułu nierecenzowanego nie są wymagane streszczenie, słowa kluczowe ani kody JEL. Bibliografia załącznikowa jest opcjonalna.

4.2. Przygotowanie artykułu

1. Artykuł powinien być utrzymany w formie bezosobowej.
2. Tekst należy zapisać alfabetem łacińskim. Nazwy własne, tytuły itp. oryginalnie zapisane innym alfabetem powinny być poddane transliteracji.
3. Nie należy stosować stylów; formatowanie należy ograniczyć do wymogów redakcyjnych.
4. Objętość artykułu łącznie ze streszczeniem, słowami kluczowymi, bibliografią, tablicami, wykresami i innymi materiałami graficznymi nie powinna być mniejsza niż 10 stron maszynopisu ani przekraczać 20 stron.
5. Edytor tekstu: Microsoft Word, format *.doc lub *.docx.
6. Krój czcionki:
 - Arial – tytuł, autor, streszczenie, słowa kluczowe, kody JEL, śródtytuły, elementy graficzne (tablice, zestawienia, wykresy, schematy), przypisy;
 - Times New Roman – tekst główny, bibliografia.
7. Wielkość czcionki:
 - 14 pkt – tytuł, autor, śródtytuły wyższego rzędu;
 - 12 pkt – tekst główny, śródtytuły niższego rzędu;
 - 10 pkt – pozostałe elementy.
8. Marginesy – 2,5 cm z każdej strony.
9. Interlinia – 1,5 wiersza; tablice i przypisy – 1 wiersz; przed tytułami rozdziałów i podrozdziałów oraz po nich – pusty wiersz.

10. Wcięcie akapitowe – 0,4 cm; bibliografia – bez wcięcia, wysunięcie 0,4 cm.
11. Przy wycieniach należy posłużyć się listą punktowaną z punktarami w postaci kropek (wysunięcie 0,4 cm, wcięcie 0 cm); wiersze (oprócz ostatniego) zakończone średnikiem.
12. Strony ponumerowane automatycznie.
13. Tablice i elementy graficzne (wykresy, mapy, schematy) muszą być przywołane w tekście.
14. Wykresy, mapy i schematy należy zamieścić w tekście głównym. Wykresy powinny być edytowalne (optymalnie wykonane w programie Excel; w przypadku wykonania w programie graficznym powinny mieć postać wektorową). Wykresy i inne materiały graficzne należy przekazać osobno, najlepiej w pliku programu Excel lub innym edytowalnym w pakiecie Microsoft Office.
15. Tablice muszą być edytowalne. Nie należy stosować rastrów, cieniowania, pogrubiania czy też podwójnych linii itp.
16. Wskazówki dotyczące opracowywania map znajdują się w publikacji *Mapy statystyczne. Opracowanie i prezentacja danych*, dostępnej na stronie internetowej GUS.
17. Pod tablicami i każdym elementem graficznym należy podać źródło opracowania, a także objaśnić użyte w nich skróty i symbole.
18. Literowe symbole liczb i innych wielkości niezłożonych należy zapisywać małą lub dużą literą i pismem pochyłym (np. a , A , $y(x)$, a_i); wektorów – pismem pochyłym i pogrubionym (np. $\mathbf{a}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{w}$, $\mathbf{y}(x)$, $\mathbf{w}_i$); macierzy – pismem prostym i pogrubionym (np. $\mathbf{A}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{Y}(x)$, $\mathbf{M}_i$).
19. Objasnienia znaków umownych i zapisów w tablicach: kreska (–) – zjawisko nie wystąpiło; zero (0) – zjawisko istniało w wielkości mniejszej od 0,5; (0,0) – zjawisko istniało w wielkości mniejszej od 0,05; kropka (.) – brak informacji, konieczność zachowania tajemnicy statystycznej, wypełnienie pozycji jest niemożliwe lub niecelowe; „w tym” – oznacza, że nie podaje się wszystkich składników sumy.
20. Stosowane są następujące skróty: tablica – tabl., wykres – wyk.
21. Wszystkie zawarte w artykule informacje, dane i stwierdzenia wykraczające poza wiedzę powszechną – np. wyniki badań innych autorów, zarówno o charakterze empirycznym, jak i koncepcyjnym – muszą być opatrzone przypisem bibliograficznym. Przez wiedzę powszechną należy rozumieć informacje ogólnie znane i niebudzące wątpliwości ani kontrowersji w danej grupie społecznej, np. utworzenie GUS w 1918 r. lub powstanie UE w 1993 r. na podstawie traktatu z Maastricht. Natomiast dane statystyczne udostępniane lub publikowane np. przez GUS lub Eurostat nie należą do takich informacji. Charakteru wiedzy powszechnej nie mają również stwierdzenia odnoszące się do idei, zjawisk i procesów społecznych, politycznych czy gospodarczych. Nawet pozornie zdroworozsądkowe idee zmieniają bowiem swój sens w zależności od kultury, języka lub dyscypliny naukowej, a także bywają w rozmaity sposób konceptualizowane, jak np. pojęcie poznania w naukach społecznych.
Podanie źródła jest konieczne niezależnie od tego, czy informacje lub stwierdzenia są ujęte w ramy cytatu, czy przedstawione bez dosłownego przytoczenia, np. w formie parafrazy. Jeżeli stwierdzenie może budzić jakiejkolwiek wątpliwości odbiorców, autor powinien wskazać stosowne źródło podawanej informacji.
22. Przypisy rzeczowe, słownikowe lub informacyjne należy umieszczać na dole strony. Przypisy bibliograficzne, zgodnie ze standardem APA (American Psychological Association), należy podawać w tekście głównym.
23. Bibliografię należy przygotować zgodnie ze standardem APA.

4.3. Przywoływanie źródeł w artykułach w języku polskim

4.3.1. Ogólne zasady stylu APA

Wyszczególnienie		Przykład przywołania	
		w odsyłaczu (w nawiasie)	w treści zdania
Autor indywidualny			
Jeden autor		(Filipiak, 2001)	Filipiak (2001)
Dwóch autorów		(Dąbrowska i Nowak, 1999)	Dąbrowska i Nowak (1999)
Trzech autorów lub więcej		(Jankiewicz i in., 2003)	Jankiewicz i in. (2003)
Dwie prace z tego samego roku, czterech autorów, w tym:	ten sam pierwszy autor	(Bagińska, Radwan i in., 2017) (Bagińska, Szewczyk i in., 2017)	Bagińska, Radwan i in. (2017) Bagińska, Szewczyk i in. (2017)
	dwóch tych samych pierwszych autorów	(Andrzejewski, Cieślak, Daszkiewicz i Wróblewska, 2023) (Andrzejewski, Cieślak, Pietrzak i Zajac, 2023)	Andrzejewski, Cieślak, Daszkiewicz i Wróblewska (2023) Andrzejewski, Cieślak, Pietrzak i Zajac (2023)
Dwie prace autorów o tym samym nazwisku		(T. Piotrowski i Sadowska, 2015; R. Piotrowski, 2022)	T. Piotrowski i Sadowska (2015), R. Piotrowski (2022)
Autor instytucjonalny			
Nazwa funkcjonuje jako powszechnie znany skrótowiec:	pierwsze przywołanie	(Główny Urząd Statystyczny [GUS], 2020)	Główny Urząd Statystyczny (GUS, 2020)
	kolejne przywołania	(GUS, 2020)	GUS (2020)
Pełna nazwa		(Stanford University, 1995)	Stanford University (1995)
Niepełne dane bibliograficzne			
Nieznany autor		(Tytuł, 2015)	Tytuł (2015)
Nieznany rok wydania		(Kowalczyk, b.r.)	Kowalczyk (b.r.)
Inne przypadki			
Przywoływanie kilku źródeł (porządek prac – chronologiczny, porządek autorów – alfabetyczny)		(Grzenda, b.r., 1997, 2004a, 2004b; Nowak, 2002; Stec, 1987)	Grzenda (b.r., 1997, 2004a, 2004b), Nowak (2002) i Stec (1987)
Przywoływanie źródeł za innym autorem (uwaga: w bibliografii należy wymienić tylko pracę czytaną)		(Nowakowski, 1990, za: Zieniecka, 2007)	Nowakowski (1990, za: Zieniecka, 2007)
Praca tłumaczona, przedruk lub wydanie wznowione		(Adamski, 1857/2020)	Adamski (1857/2020)
Przytaczanie dosłownego cytatu lub parafrazowanie fragmentu cytowanego źródła		(Wójcik, 2021, s. 6–7)	Wójcik (2021, s. 6–7)

Źródło: opracowanie własne na podstawie: American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association* (wyd. 7). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>.

4.3.2. Wewnątrz zasady szczegółowe redakcji „WS”

4.3.2.1. Bazy danych Głównego Urzędu Statystycznego

W przypadku korzystania z danych zaczerpniętych z baz Głównego Urzędu Statystycznego trzeba podać w miejscu, w którym baza jest przywoływana po raz pierwszy w artykule:

- pełną nazwę bazy;
- skrótowiec utworzony od tej nazwy, jeśli taki funkcjonuje (w innym wypadku – bez skrótowca);
- nazwę jej właściciela;
- adres internetowy bazy w nawiasie.

W kolejnych przywołaniach, np. w źródle pod wykresem, należy posługiwać się już tylko samą nazwą bazy lub skrótowcem.

Przykładowe bazy danych Głównego Urzędu Statystycznego	
pierwsze przywołanie	kolejne przywołania
Bank Danych Lokalnych (BDL) Głównego Urzędu Statystycznego (https://bdl.stat.gov.pl)	BDL
Dziedzinowe Bazy Wiedzy (DBW) Głównego Urzędu Statystycznego (https://dbw.stat.gov.pl)	DBW
Baza Demografia Głównego Urzędu Statystycznego (https://demografia.stat.gov.pl)	Baza Demografia

4.3.2.2. Akty prawne

Jednokrotne przywołanie

Jeśli autor powołuje się w artykule na akt prawny, to powinien podać jego pełny oficjalny tytuł (bez numeru dziennika urzędowego). W zależności od kontekstu może go ująć:

- w treści zdania, np.

Artykuł 18 ust. 1 Ustawy z dnia 29 czerwca 1995 r. o statystyce publicznej określa stałe elementy składowe każdego badania statystycznego.

- lub w formie odsyłacza bibliograficznego, czyli w nawiasie, np.

Statystyka publiczna zapewnia równoprawny, równorzędny i równoczesny dostęp do wynikowych informacji statystycznych (Ustawa z dnia 29 czerwca 1995 r. o statystyce publicznej).

Długi tytuł aktu prawnego można skrócić, zachowując jego początkową część i dodając wielokropek, np.

W latach 2022–2023, dzięki dwóm dyrektywom Unii Europejskiej, wprowadzono 11 kolejnych zmian w prawie pracy wspierających *work-life balance* (Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2019/1152 z dnia 20 czerwca 2019 r. w sprawie przejrzystych i przewidywalnych warunków pracy w Unii Europejskiej; Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2019/1158 z dnia 20 czerwca 2019 r. w sprawie równowagi między życiem zawodowym a prywatnym rodziców i opiekunów...).

Wielokrotne przywołania

W przypadku gdy autor zamierza odwoływać się w artykule do aktu prawnego więcej niż raz, a tytuł aktu prawnego jest długi, powinien przy pierwszym przywołaniu oprócz jego pełnego oficjalnego tytułu wprowadzić również krótszą nazwę opisową i tylko jej używać w dalszej części pracy, np.

Zgodnie z Rozporządzeniem Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) nr 1260/2013 z dnia 20 listopada 2013 r. w sprawie statystyk europejskich w dziedzinie demografii (dalej: rozporządzenie nr 1260/2013) *ludność rezydująca* to ludność mieszkająca w państwie członkowskim nieprzerwanie przez okres co najmniej 12 miesięcy przed czasem odniesienia. [...] Chociaż rozporządzenie nr 1260/2013 obowiązuje od 2013 r., to GUS przekazał do Eurostatu dane o liczbie i strukturze ludności rezydującej również za lata 2009–2012.

W całym artykule należy przyjąć jednolity sposób tworzenia krótszych nazw opisowych aktów prawnych.

Spoza Polski i UE

W przypadku aktów prawnych, które nie zostały wydane ani przez władze Polski, ani władze Unii Europejskiej i są dostępne w języku angielskim (oficjalne tłumaczenie), należy posługiwać się tytułem angielskim, np.

Rada Ministrów Uzbekistanu przyjęła rezolucję, w której określiła zadania organizacji i ministerstw związane z realizacją SDG do 2030 r. (Resolution of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan No. 841 of 20th October 2018 ‘On measures to implement national goals and objectives in the field of sustainable development until 2030’).

Zapis tytułu aktu prawnego, który nie jest dostępny w języku angielskim, zależy od alfabetu:

- alfabet łaciński – tytuł trzeba przywołać w wersji oryginalnej, np.

Podstawę prawną statystyki publicznej we Francji stanowią zasadniczo dwa dokumenty: ustawa specjalna dotycząca zadań publicznej służby statystycznej (Loi n° 51-711 du 7 juin 1951 sur l’obligation, la coordination et le secret en matière de statistiques) oraz ustawa o ochronie danych, której podlega przetwarzanie danych statystycznych, podobnie jak przetwarzanie danych dotyczących osób fizycznych (Loi n° 78-17 du 6 janvier 1978 relative à l’informatique, aux fichiers et aux libertés).

- alfabet inny niż łaciński – tytuł trzeba poddać transkrypcji, np.

W kwietniu 2021 r. w Serbii przyjęto ustawę o zmianie ustawy o powszechnym spisie ludności, gospodarstw domowych i mieszkań, na mocy której możliwe było przełożenie spisu z powodu pandemii COVID-19 (Zakon o izmjenama zakona o popisu stanovništva, domaćinstava i stanova 2022. Godine).

Tytuły aktów prawnych podawane w tekście i w bibliografii załącznikowej muszą być takie same.

4.4. Bibliografia załącznikowa

4.4.1. Zasady ogólne

1. Bibliografia powinna:
 - zawierać wyłącznie źródła przywołane w artykule;
 - być zapisana w alfabecie łacińskim (opisy bibliograficzne w innym alfabecie należy podać transkrypcji);
 - być uporządkowana alfabetycznie według nazwiska pierwszego autora lub – w przypadku publikacji nieznanego autora – tytułu publikacji (w przypadku tytułów zaczynających się od liczb decyduje pierwsza wymawiana głoska).
2. W opisach bibliograficznych należy podawać:
 - pełną nazwę autora instytucjonalnego, nawet jeśli w artykule był używany skrótowiec;
 - pełną nazwę wydawcy;
 - elementy takie jak: „redaktor” (red.), „wydanie” (wyd.), „tłumaczenie” (tłum.) i „strona” (s.) w skrócie i w języku polskim, niezależnie od języka, w jakim źródło zostało opracowane;
 - numer DOI (Digital Object Identifier), jeśli źródło jest nim opatrzone, lub adres strony internetowej, jeśli nie ma DOI, a źródło można znaleźć w internecie. Nie należy zamieszczać linków do baz czasopism czy repozytoriów;
 - w przypadku tekstów na stronie internetowej (dostępnych tylko online) – datę dostępu wyłącznie wtedy, gdy zawartość strony nie jest archiwizowana (zmienia się).
3. Zasady porządkowania źródeł są następujące:
 - prace jednego autora / kilku tych samych autorów należy ułożyć według roku wydania, zaczynając od najwcześniejszego;
 - jeśli kilka prac tego samego autora / tych samych autorów zostało opublikowanych w tym samym roku, należy podać je alfabetycznie według tytułu i odpowiednio oznaczyć poprzez dopisanie przy roku wydania liter a, b, c itd. Dopisek „red.” nie ma wpływu na porządek alfabetyczny takich prac (decydują ich tytuły);
 - prace tego samego autora / tych samych autorów z nieznanym rokiem wydania (bez roku – b.r.) trzeba umieścić przed pracami z rokiem wydania, a prace „w druku” – po pracach z rokiem wydania.

4.4.2. Przykłady opisów bibliograficznych

Typ źródła		Przykład opisu bibliograficznego
Artykuł w czasopiśmie		
W formie:	drukowanej	Nazwisko, X. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik(zeszyt)</i> , strona początku–strona końca.
	elektronicznej, z DOI	Nazwisko, X., Nazwisko 2, Y. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik(zeszyt)</i> , strona początku–strona końca. https://doi.org/xxx .
	elektronicznej, bez DOI	Nazwisko, X., Nazwisko 2, Y., Nazwisko 3, Z. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik(zeszyt)</i> , strona początku–strona końca. https://xxx .
Opublikowany w trybie online first (przed włączeniem do numeru czasopisma)		Nazwisko, X. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> . Opublikowany w trybie online first. https://xxx .

Typ źródła (cd.)	Przykład opisu bibliograficznego (cd.)
------------------	--

Artykuł w gazecie codziennej

W formie:	drukowanej	Nazwisko, X. (rok, dzień miesiąc). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> , strona lub strona początku–strona końca.
	elektronicznej	Nazwisko, X. (rok, dzień miesiąc). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> . https://xxx .
		Nazwisko, X. (b.r.). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> . https://xxx . Tytuł artykułu. (rok, dzień miesiąc). <i>Tytuł czasopisma</i> . https://xxx .

Książka

W formie:	drukowanej	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo.
	elektronicznej, z DOI	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo. https://doi.org/xxx .
	elektronicznej, bez DOI	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo. https://xxx .
W przekładzie		Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (tłum. Y. Nazwisko). Wydawnictwo.
Wydanie wielotomowe:	tom niezatytułowany	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (t. numer tomu w alfabecie arabskim). Wydawnictwo.
	tom zatytułowany	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki: t. numer tomu w alfabecie arabskim</i> . <i>Tytuł tomu</i> . Wydawnictwo.
Kolejne wydanie		Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (wyd. numer wydania). Wydawnictwo.
Pod redakcją		Nazwisko, X. (red.). (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo.

Rozdział w pracy zbiorowej i hasło słownikowe/encyklopedyczne

Rozdział w pracy zbiorowej		Nazwisko, X. (rok). Tytuł rozdziału. W: Y. Nazwisko, Z. Nazwisko 2 (red.), <i>Tytuł książki</i> (s. strona początku–strona końca). Wydawnictwo.
Hasło ze słownika lub z encyklopedii w formie:	drukowanej	Nazwisko autora hasła, X. (rok). Hasło. W: Y. Nazwisko (red.), <i>Tytuł</i> . Wydawnictwo.
	elektronicznej	Hasło. (rok). W: Y. Nazwisko (red.), <i>Tytuł</i> . Wydawnictwo. https://xxx .

Raporty i szara literatura

Autor:	indywidualny	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł raportu</i> . Wydawnictwo. https://doi.org/xxx .
	instytucjonalny	Nazwa instytucji. (rok). <i>Tytuł raportu</i> . Wydawnictwo (tylko jeśli wydawcą jest instytucja inna niż autorska).
Working papers		Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> (nazwa serii i numer). https://xxx .

Typ źródła (cd.)		Przykład opisu bibliograficznego (cd.)
Materiały z konferencji		
Opublikowane w formie:	książki	zob. przykład opisu książki lub rozdziału
	czasopisma	zob. przykład opisu artykułu w czasopiśmie
Niepublikowane (wygłoszone)		Nazwisko, X. (rok, dzień miesiąc). <i>Tytuł pracy</i> [typ wystąpienia, np. referat lub prezentacja]. Nazwa i miejsce (miasto, kraj) konferencji.
Rozprawa doktorska		
Niepublikowana		Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> [niepublikowana rozprawa doktorska]. Nazwa instytucji nadającej tytuł doktorski.
Opublikowana, dostępna w internecie		Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> [rozprawa doktorska, nazwa instytucji nadającej tytuł doktorski]. https://xxx .
Maszynopis		
Niepublikowany / przygotowywany przez autora / zgłoszony do publikacji, ale jeszcze niezaakceptowany		Nazwisko, X. (rok). Tytuł [maszynopis niepublikowany / w przygotowaniu / zgłoszony do publikacji].
Artykuł zaakceptowany do publikacji w czasopiśmie		Nazwisko, X. (w druku). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> .
Opublikowany nieformalnie (np. na stronie internetowej autora)		Nazwisko, X. (rok). Tytuł. https://xxx .
Akt prawny¹		
Polski i UE		Pełny tytuł aktu prawnego w języku polskim (numer/pozycja w dzienniku urzędowym).
Spoza Polski i UE	dostępny w języku angielskim	Pełny tytuł aktu prawnego w języku angielskim (numer/pozycja w dzienniku urzędowym). https://xxx .
	dostępny tylko w języku oryginalnym, w alfabecie łacińskim	Pełny tytuł aktu prawnego w języku oryginalnym (numer/pozycja w dzienniku urzędowym). https://xxx .
	dostępny tylko w języku oryginalnym, w innym alfabecie niż łaciński	Pełny tytuł aktu prawnego w transkrypcji z języka oryginalnego (numer/pozycja w dzienniku urzędowym). https://xxx .
Tekst na stronie internetowej (dostępny tylko online)		
Znana data publikacji, zawartość strony jest archiwizowana (nie zmienia się)		Nazwisko, X. (rok, dzień miesiąc). <i>Tytuł</i> . https://xxx .
Nieznana data publikacji, zawartość strony nie jest archiwizowana (zmienia się)		Nazwa instytucji. (b.r.). <i>Tytuł</i> . Pobrane dzień miesiąc rok pobrania z https://xxx .

¹ Wewnętrzne zasady redakcji „WS”.

Typ źródła (dok.)		Przykład opisu bibliograficznego (dok.)
Zbiór danych pobranych ze strony internetowej		
Dane opublikowane:	znana data publikacji, zawartość zbioru jest archiwizowana (nie zmienia się)	Nazwisko, X. (rok). <i>Nazwa zbioru danych</i> [zbiór danych]. Wydawca. https://xxx .
	nieznana data publikacji, zawartość zbioru nie jest archiwizowana (zmienia się)	Nazwa instytucji. (b.r.). <i>Nazwa zbioru danych</i> [zbiór danych]. Wydawca (tylko jeśli wydawcą jest instytucja inna niż autorska / właściciel danych). Pobrane dzień miesiąc rok pobrania z https://xxx .
Materiały audiowizualne		
Nagranie wideo		Nazwisko, X. (rok, dzień miesiąc). <i>Tytuł</i> [wideo]. Nazwa kanału, na którym nagranie zostało udostępnione (np. YouTube). https://xxx .
Webinar		Nazwisko, X. lub nazwa instytucji. (rok, dzień miesiąc). <i>Tytuł</i> [webinar].
Posty w serwisach społecznościowych		
Post na portalu X lub Instagramie		Nazwisko, X. lub nazwa instytucji [@ nazwa użytkownika] (rok, dzień miesiąc). <i>Treść – do 20 wyrazów</i> [post]. Nazwa serwisu społecznościowego (X lub Instagram). https://xxx .
Post na Facebooku		Nazwisko, X. lub nazwa instytucji [nazwa użytkownika] (rok, dzień miesiąc). <i>Treść – do 20 wyrazów</i> [post]. Facebook. https://xxx .

Źródło: opracowanie własne na podstawie: American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association* (wyd. 7). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>.

Praca przygotowana w sposób niezgodny z powyższymi wskazówkami będzie odesłana do autora z prośbą o dostosowanie formy artykułu do wymogów redakcyjnych.

STAŁE DZIAŁY „WS” – ZAKRES TEMATYCZNY PERMANENT SECTIONS OF WS – THEMATIC SCOPE

Tematy artykułów	Topics of the articles
Studia metodologiczne / Methodological studies	
- Oryginalne lub udoskonalone rozwiązania metodologiczne, które mogą znaleźć zastosowanie w analizach statystycznych i służyć podnoszeniu ich jakości - Projektowanie badań statystycznych	- Original or developed methodological solutions which can be applied to statistical analyses and serve to improve their quality - Planning statistical surveys
Statystyka w praktyce / Statistics in practice	
- Nowatorskie zastosowania narzędzi i modeli statystycznych oraz analiza i ocena statystyczna zjawisk społeczno–gospodarczych i innych, prowadzona w szczególności na danych pochodzących z zasobów statystyki publicznej - Wykorzystanie narzędzi informatycznych do uzyskiwania i przetwarzania informacji statystycznych, naliczania i kontroli ujawniania danych oraz prezentacji i rozpowszechniania danych wynikowych	- Innovative applications of statistical tools and models as well as statistical analysis and assessment of social, economic and other phenomena, performed mainly on data produced by official statistics - Application of IT tools to obtain and process statistical information, to calculate data and control the statistical disclosure, and to present and disseminate output data
Studia interdyscyplinarne. Wyzwania badawcze / Interdisciplinary studies. Research challenges	
- Wyzwania badawcze wynikające z rosnących potrzeb użytkowników danych statystycznych i wymagające stosowania rozwiązań z różnych dziedzin nauki - Problematyka wykraczająca poza konwencjonalne tematy związane ze statystyką - Wyniki badań prowadzonych w obrębie różnych dyscyplin z wykorzystaniem metod statystycznych	- Research challenges resulting from growing needs of statistical data users and requiring the application of solutions from various fields of science - Problems beyond the conventional thematic scope related to statistics - Results of research carried out in the framework of several fields of science using statistical methods
Edukacja statystyczna / Statistical education	
- Metody i efekty nauczania statystyki na wszystkich poziomach edukacji - Popularyzacja myślenia statystycznego i rzetelnego posługiwania się informacjami statystycznymi	- Methods and effects of statistical education at all levels of education - Popularisation of statistical thinking and of diligent use of statistical information
Spisy powszechne – problemy i wyzwania / Issues and challenges in census taking	
- Rozwiązania metodologiczne i organizacyjne możliwe do zastosowania podczas przygotowywania i prowadzenia spisów - Praktyczne aspekty związane z gromadzeniem i udostępnianiem danych ze spisów, w tym dotyczące obciążenia odpowiedzi i ochrony tajemnicy statystycznej	- Methodological and organisational solutions which may be implemented in the process of preparing and conducting censuses - Practical aspects of collecting and disseminating census data, including those related to response burden and the protection of statistical confidentiality
Z dziejów statystyki / From the history of statistics	
- Historia prowadzenia obserwacji statystycznych, w tym rozwój metodologii i narzędzi oraz instytucji statystycznych w Polsce i za granicą - Życie i osiągnięcia wybitnych statystyków	- History of statistical observations, including the development of statistical methodologies, tools and institutions in Poland and abroad - Life and achievements of prominent statisticians
In memoriam	
Nekrologi i artykuły wspomnieniowe o osobach zasłużonych dla statystyki	Obituaries and articles remembering important people in the world of statistics
Dyskusje. Recenzje. Informacje / Discussions. Reviews. Information	
- Dyskusje i polemiki - Sprawozdania z konferencji naukowych - Recenzje książek oraz zestawienia nowości wydawniczych GUS	- Discussions and polemics - Reports from scientific conferences - Book reviews and compilations of Statistics Poland's new publications