

Cena 13,00 zł
(VAT 8%)

Indeks 381306
e-ISSN 2543-8476
PL ISSN 0043-518X

WIADOMOŚCI STATYSTYCZNE

THE POLISH STATISTICIAN

GRUDZIEŃ / DECEMBER
ROK / VOLUME 67

2022 | 12

GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY
STATISTICS POLAND

POLSKIE TOWARZYSTWO STATYSTYCZNE
POLISH STATISTICAL ASSOCIATION



WIADOMOŚCI STATYSTYCZNE

THE POLISH STATISTICIAN

GRUDZIEŃ / DECEMBER
ROK / VOLUME 67

2022 | 12 (739)

RADA NAUKOWA / SCIENTIFIC COUNCIL

dr Dominik Rozkrut – przewodniczący/chairman (Uniwersytet Szczeciński, Polska), Prof. Anthony Arundel (Maastricht University, Holandia), Eric Bartelsman, PhD, Assoc. Prof. (Vrije Universiteit Amsterdam, Holandia), prof. dr hab. Czesław Domański (Uniwersytet Łódzki, Polska), prof. dr hab. Elżbieta Gołata (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), Semen Matkovskyy, PhD, Assoc. Prof. (Ivan Franko National University of Lviv, Ukraina), prof. dr hab. Włodzimierz Okrasa (Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie, Polska), prof. dr hab. Józef Oleński (Polskie Towarzystwo Statystyczne, Polska), prof. dr hab. Tomasz Panek (Szkola Główna Handlowa w Warszawie, Polska), Juan Manuel Rodríguez Poo, PhD, Assoc. Prof. (University of Cantabria, Hiszpania), Iveta Stankovičová, BEng, PhD, Assoc. Prof. (Comenius University in Bratislava, Słowacja), prof. dr hab. Marek Walesiak (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Polska), prof. dr hab. Józef Zegar (Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej – Państwowy Instytut Badawczy, Polska)

sekretarz/secretary: Paulina Kucharska-Singh, Główny Urząd Statystyczny, Polska

KOLEGIUM REDAKCYJNE / EDITORIAL BOARD

Tudorel Andrei, PhD, Assoc. Prof. (Bucharest Academy of Economic Studies, Rumunia), mgr Renata Bielak (Główny Urząd Statystyczny, Polska), dr Marek Cierpiał-Wolan (Uniwersytet Rzeszowski, Polska), dr hab. Grażyna Dehnel, prof. UEP (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), dr Jacek Kowalewski (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Polska), dr Jan Kubacki (Polskie Towarzystwo Statystyczne, Polska), dr Grażyna Marciniak (Główny Urząd Statystyczny, Polska), dr hab. Andrzej Młodak, prof. Akademii Kaliskiej (Akademia Kaliska im. Prezydenta Stanisława Wojciechowskiego, Polska), dr hab. Mateusz Pipień, prof. UEK (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Polska), Marek Rojček, BEng, PhD (University of Economics, Prague, Czechy), Anna Shostya, PhD, Assoc. Prof. (Pace University in New York, Stany Zjednoczone), dr hab. Małgorzata Tarczyńska-Luniewska, prof. US (Uniwersytet Szczeciński, Polska), dr Wioletta Wrzaszcz (Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej – Państwowy Instytut Badawczy, Polska), dr inż. Agnieszka Zgierska (Główny Urząd Statystyczny, Polska)

ZESPÓŁ REDAKCYJNY / EDITORIAL STAFF

redaktor naczelny / editor-in-chief: Marek Cierpiał-Wolan

zastępca redaktora naczelnego / deputy editor-in-chief: Andrzej Młodak

redaktorzy tematyczni / thematic editors: Małgorzata Tarczyńska-Luniewska, Agnieszka Zgierska

redaktor merytoryczny / substantive editor: Wioletta Wrzaszcz

sekretarz/secretary: Małgorzata Zygmunt, Główny Urząd Statystyczny, Polska

ADRES REDAKCJI / EDITORIAL OFFICE ADDRESS

Główny Urząd Statystyczny / Statistics Poland, al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa
tel./phone +48 22 608 32 25, e-mail: redakcja.ws@stat.gov.pl

Redakcja językowa: Wydział Czasopism Naukowych, Główny Urząd Statystyczny

Language editing: Scientific Journals Division, Statistics Poland

Redakcja techniczna, skład i łamanie, opracowanie materiałów graficznych, korekta: Zakład Wydawnictw Statystycznych – zespół pod kierunkiem Macieja Adamowicza

Technical editing, typesetting, preparation of graphic materials, proofreading: Statistical Publishing Establishment – team supervised by Maciej Adamowicz



Zakład Wydawnictw
Statystycznych

Druk i oprawa / Printed and bound by:

Zakład Wydawnictw Statystycznych / Statistical Publishing Establishment
al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, zws.stat.gov.pl

Wersja elektroniczna, stanowiąca wersję pierwotną czasopisma, jest dostępna na ws.stat.gov.pl
The primary version of the journal, issued in electronic form, is available at ws.stat.gov.pl

© Copyright by Główny Urząd Statystyczny and the authors, some rights reserved. CC BY-SA 4.0 licence



Indeks 381306

Informacje w sprawie sprzedaży czasopisma / Sales of the journal:

Zakład Wydawnictw Statystycznych / Statistical Publishing Establishment

tel./phone +48 22 608 32 10, +48 22 608 38 10

Prenumerata jest prowadzona przez / Subscription is available at RUCH S.A.

Zamówienia na prenumeratę można składać na stronie / Subscriptions can be ordered at www.prenumerata.ruch.com.pl

SPIS TREŚCI
CONTENTS

Od redakcji	IV
From the editorial team	
Statystyka w praktyce	
Statistics in practice	
Paweł Rokita, Radosław Pietrzyk	
Właściwości statystyczne kursów kryptowalut i ich dynamika na rynku w porównaniu z wybranymi walutami fiducyjnymi	1
Statistical properties of exchange rates of cryptocurrencies and their market dynamics as compared to selected fiat currencies	
Jadwiga Bożek, Janina Szewczyk, Elżbieta Badach, Sławomir Lisek	
Ocena poziomu rozwoju gospodarczego województw z zastosowaniem metod porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym	39
Assessment of the level of economic development of Polish voivodships by means of linear ordering methods in the dynamic approach	
Mirosław Błażej, Emilia Gosińska	
Dylematy związane z estymacją dominanty wynagrodzeń	62
Dilemmas relating to mode estimation of wages and salaries	
Dyskusje. Recenzje. Informacje	
Discussions. Reviews. Information	
Helena Gasparis-Wieloch, Krzysztof Malaga, Jarogniew Rykowski	
XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii”	80
The 11th Professor Zbigniew Czerwiński National Scientific Conference ‘Mathematics and IT at the services of economics’	
Agnieszka Jabłońska	
XXVI Konferencja Naukowa „Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych”	90
The 26th Scientific Conference ‘Applications of statistics and data mining in scientific research’	
Joanna Sadowy	
Wydawnictwa GUS. Listopad 2022	94
Publications of Statistics Poland. November 2022	
Spis treści numerów 1–12/2022	97
Content of the issues 1–12, 2022	
Dla autorów	103
For the authors	
Działy „WS” – tematyka artykułów	114
WS sections – topics of the articles	

OD REDAKCJI

Informujemy, że od stycznia 2023 r. artykuły do publikacji w „Wiadomościach Statystycznych. The Polish Statistician” należy zgłaszać wyłącznie za pośrednictwem platformy Editorial System: www.editorialsystem.com/ws.

W grudniowym wydaniu „WS” proponujemy Państwu lekturę trzech artykułów.

W pracy *Właściwości statystyczne kursów kryptowalut i ich dynamika na rynku w porównaniu z wybranymi walutami fiducyjnymi* dr hab. Paweł Rokita, prof. UEW, i dr hab. Radosław Pietrzyk, prof. UEW, zestawiają właściwości statystyczne kursów bitcoina i czterech walut fiducyjnych w parze z dolarem amerykańskim oraz oceniają, czy inwestycje na rynku bitcoina i na rynku walutowym można uznać za podobne. Autorzy poddają dane modelowaniu z wykorzystaniem modeli ARMA-GARCH. Wykazują, że bitcoin różni się od walut fiducyjnych pod względem wielu właściwości statystycznych. Na podstawie notowań bitcoina i zmian kapitalizacji na jego rynku w ciągu ostatnich 10 lat wysuwają przypuszczenie, że ta kryptowaluta znajduje się jeszcze we wczesnej fazie cyklu życia, co może uzasadniać jej bardzo wysoką zmienność i utrzymujący się wyraźny trend wzrostowy.

Przedmiotem artykułu dr hab. Jadwigi Bożek, dr inż. Janiny Szewczyk, dr Elżbiety Badach i dr. Sławomira Liska *Ocena poziomu rozwoju gospodarczego województw z zastosowaniem metod porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym* jest kierunek i skala zmian poziomu rozwoju gospodarczego województw w latach 2010–2020. Autorzy analizują dane GUS, stosując metodę porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych. Na etapie normowania przyjmują dwa podejścia metodyczne: metodę Strahl i metodę unitaryzacji zerowanej, w obu przypadkach w ujęciu dynamicznym. Z badania wynika, że we wszystkich województwach nastąpił wzrost poziomu rozwoju gospodarczego, ale tempo zmian było nierównomierne i dysproporcje w rozwoju nadal się utrzymują. Rankingi województw sporządzone na podstawie obu zastosowanych metod normowania wykazały bardzo wysokie podobieństwo.

Artykuł *Dylematy związane z estymacją dominanty wynagrodzeń* mgr. inż. Mirosława Błażeja i dr Emilii Gosińskiej dotyczy zastosowania różnych metod do szacowania dominanty wynagrodzeń, której – ze względu na silną asymetrię rozkładu – nie wyznacza się standardowo w analizie wynagrodzeń. Autorzy porównują wyniki estymacji dominanty, wykonanej na podstawie danych o wynagrodzeniach indywidualnych brutto w październiku 2018 r. pochodzących z badania struktury wynagrodzeń przeprowadzonego przez GUS, i stwierdzają, że różne metody warunkują odmienne oszacowanie dominanty. W przypadku najprostszej metody (obliczanie ze wzoru interpolacyjnego) jej wartość jest wrażliwa na założoną rozpiętość przedziałów w szeregu rozdzielczym i początek pierwszego przedziału. W przypadku zaawansowanych metod statystycznych, m.in. wykorzystujących estymator jądrowy, wyniki znacznie się różnią.

Ponadto zachęcamy do zapoznania się ze sprawozdaniami z dwóch konferencji. Dr hab. Helena Gaspars-Wieloch, prof. UEP, prof. dr hab. Krzysztof Malaga i dr hab. inż. Jarogniew Rykowski, prof. UEP, przedstawiają tematykę XI Ogólnopolskiej Konferencji Naukowej im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii”, zorganizowanej przez Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, która odbyła się 16 września br. Z kolei mgr Agnieszka Jabłońska przybliży treść wystąpień na XXVI Konferencji Naukowej „Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych” (19 października br.), której organizatorem była firma StatSoft Polska.

W rubryce *Wydawnictwa GUS*, opracowywanej przez Joannę Sadowy, jak zawsze mogą Państwo sprawdzić, jakie publikacje GUS ukazały się w zeszłym miesiącu.

Zapraszamy do lektury.

FROM THE EDITORIAL TEAM

Please be informed that starting January 2023, articles meant for publication in *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician* may be submitted only through the Editorial System platform: www.editorialsystem.com/ws.

The December issue of WS features three articles.

In their article, *Statistical properties of exchange rates of cryptocurrencies and their market dynamics as compared to selected fiat currencies*, Paweł Rokita, PhD, DSc, professor at the Wrocław University of Economics and Business, and Radosław Pietrzyk, PhD, DSc, professor at the Wrocław University of Economics and Business, compare the statistical properties of Bitcoin and four fiat currency exchange rates with those of the US dollar and assess whether investments on the Bitcoin market can be considered similar to investments on the fiat currency market. The authors model the data through the ARMA-GARCH approach. They demonstrate that Bitcoin differs from fiat currencies in terms of several statistical properties. Based on the Bitcoin quotations and capitalisation changes observed on its market in the last 10 years, the authors suggest that this cryptocurrency is still in the early phase of its life cycle, which may justify its very high volatility and its clear and continuous upward trend.

The paper by Jadwiga Bożek, PhD, DSc, Janina Szewczyk, BEng, PhD, Elżbieta Badach, PhD, and Sławomir Lisek, PhD, entitled *Assessment of the level of economic development of Polish voivodships by means of linear ordering methods in the dynamic approach* focuses on the direction and scale of changes in the level of economic development of voivodships in Poland in the years 2010–2020. The authors analyse data provided by Statistics Poland based on the method of linear ordering of multidimensional objects. Two methodical approaches are assumed during the normalisation stage, i.e. the Strahl method and the zero unitarisation method, both in the dynamic approach. The research showed that the level of economic development increased in all voivodships, although the pace of these changes was unequal and disparities in their development still persisted. The rankings of voivodships, developed on the basis of both of the applied normalisation methods demonstrated a high level of similarity.

The article, *Dilemmas relating to mode estimation of wages and salaries* by Mirosław Błażej, BEng, MSc, and Emilia Gosińska, PhD, concerns the application of various methods to estimate the mode of wages and salaries, which, due to a strong asymmetry of the distribution, is not a standard procedure in the analysis of remuneration. The authors compare the results of the mode estimation carried out using data on individual gross wages and salaries of October 2018 based on a survey of the structure of wages and salaries conducted by Statistics Poland. The researchers arrive at a conclusion that different methods produce different estimates of the mode. The application of the simplest method (a calculation based on the interpolation formula) demonstrated that the mode estimate is sensitive to the assumed span of intervals in the frequency table and the beginning of the first interval. In the case of the advanced statistical methods applying e.g. a kernel estimator, the results differ significantly.

This issue of the journal also contains reports on two conferences. Helena Gaspars-Wieloch, PhD, DSc, professor at the Poznań University of Economics and Business, Krzysztof Malaga, PhD, DSc, ProfTIt, and Jarogniew Rykowski, BEng, PhD, DSc, professor at the Poznań University of Economics and Business, present the topics discussed during the 11th Professor Zbigniew Czerwiński National Scientific Conference 'Mathematics and IT at the services of economics', organised by the Poznań University of Economics and Business, which was held on 16th September 2022. Agnieszka Jabłońska, MSc, summarises the content of the lectures delivered during the 26th Scientific Conference 'Application of statistics and data mining in scientific research' (19th October 2022), organised by the StatSoft Polska company.

The *Publications of Statistics Poland* column written by Joanna Sadowy presents the publications released by Statistics Poland in the previous month.

We wish you pleasant reading.

Właściwości statystyczne kursów kryptowalut i ich dynamika na rynku w porównaniu z wybranymi walutami fiducyjnymi¹

Paweł Rokita^a, Radosław Pietrzyk^b

Streszczenie. Rozwój kryptowalut nastąpił w wyniku dążenia pewnych grup informatyków kojarzonych z poglądami anarchistycznymi do stworzenia środka wymiany, który byłby zdecentralizowany i niezależny od instytucji kreujących politykę monetarną oraz od rządów państw i polityków i którego funkcjonowanie nie wymagałoby żadnych instytucji rozliczeniowych. Pierwszą kryptowalutą spełniającą większość tych postulatów był bitcoin. W stosunkowo krótkim czasie zyskał dużą popularność wśród inwestorów i osiągnął znaczną kapitalizację na rynkach finansowych, ale szybko stał się bardziej przedmiotem spekulacji niż środkiem wymiany. Dotychczas nie został wypracowany jednoznaczny pogląd na temat tego, czy bitcoin jest bardziej pieniądzem, czy przedmiotem spekulacji, czy też bliżej mu do aktywów inwestycyjnych. Pytanie, czym w praktyce jest bitcoin, nie tylko ma fundamentalne znaczenie dla całego projektu kryptowalut, lecz także jest istotne dla gospodarki w ogóle.

Celem badania omawianego w artykule jest porównanie właściwości statystycznych kursów kryptowalut na przykładzie bitcoina i kursów walut fiducyjnych oraz ocena, czy inwestycje na rynku bitcoina i na rynku walutowym można uznać za podobne pod względem rozpatrywanych cech. Analizowano podstawowe charakterystyki statystyczne względnych przyrostów kursów bitcoina i czterech walut fiducyjnych w parze z dolarem amerykańskim oraz wybrane właściwości procesów stochastycznych, które mogą być wykorzystywane do modelowania ich dynamiki. Ponadto przeprowadzono analizę teoretyczną dotyczącą niektórych kryptoaktywów, wyjaśniającą m.in., dlaczego w omawianym badaniu bitcoin jest porównywany do walut, a nie do aktywów inwestycyjnych.

Badanie wykazało, że bitcoin różni się od walut fiducyjnych pod względem wielu właściwości statystycznych. Poza ogólnie wyższą bezwarunkową zmiennością różnice zaobserwowano również w trendzie kursu względem dolara amerykańskiego czy poziomu względnych przyrostów kursu, warunkowej zmienności i rozkładów reszt.

Słowa kluczowe: kryptoaktywa, bitcoin, kursy walut, zmienność, kryptowaluta, waluta fiducyjna

JEL: C1, C4, G1

¹ Artykuł został opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na XXXIX Międzynarodowej Konferencji Naukowej Multivariate Statistical Analysis MSA 2021, która odbyła się w dniach 8–10 listopada 2021 r. w Łodzi. / The article is based on a paper delivered at the 39th International Scientific Conference Multivariate Statistical Analysis MSA 2021, held on 8–10 November 2021 in Łódź.

^a Empirica Sp. z o.o.; Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Wydział Ekonomii i Finansów; Polska / Empirica Sp. z o.o.; Wrocław University of Economics and Business, Faculty of Economics and Finance; Poland.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2467-5339>. E-mail: pawel.rokita@ue.wroc.pl.

^b Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Wydział Ekonomii i Finansów, Polska / Wrocław University of Economics and Business, Faculty of Economics and Finance, Poland.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6583-8424>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: radoslaw.pietrzyk@ue.wroc.pl.

Statistical properties of exchange rates of cryptocurrencies and their market dynamics as compared to selected fiat currencies

Abstract. The development of cryptocurrencies was the consequence of the endeavours of some circles of computer scientists associated with anarchist views to create a medium of exchange that would be decentralised, independent from institutions creating monetary policy, governments and politicians, and whose functioning would not require any clearing institutions. The first cryptocurrency that fulfilled most of these postulates was Bitcoin. In a relatively short time, it became very popular among investors and reached a significant capitalisation on financial markets, but soon became an object of speculation rather than a medium of exchange. So far, no common view has been established as to whether Bitcoin is closer to being money, an object of speculation or an investment asset. The question what Bitcoin really is has fundamental importance not only to the entire cryptocurrency project, but also to the economy in general.

The purpose of the study discussed in the article was to compare the statistical properties of cryptocurrency exchange rates (on the example of Bitcoin) with such properties of the exchange rates of fiat currencies, and to assess whether investments on the Bitcoin market can be considered similar to investments on fiat currency markets in terms of some analysed features. Basic statistical characteristics of the relative increments in the exchange rates of Bitcoin and four fiat currencies paired with the US dollar were analysed, as were some selected properties of stochastic processes that could be used to model the dynamics of those increments. In addition, a theoretical analysis of both Bitcoin and some other cryptoassets was carried out, which explained, among other things, why the study compared Bitcoin with currencies and not with investment assets.

The research demonstrated that there are differences between several statistical properties of Bitcoin and those of fiat currencies. In addition to the generally higher unconditional volatility, differences were observed between the trends in exchange rates of Bitcoin and fiat currencies versus the US dollar, the levels of relative increments in the exchange rates, the conditional volatility, and the residual distributions.

Keywords: cryptoasset, Bitcoin, exchange rates, volatility, cryptocurrency, fiat currency

1. Wprowadzenie

Powstanie w 2009 r. kryptowaluty bitcoin (BTC; Nakamoto, 2008), wykorzystującej technologię łańcucha bloków (ang. *blockchain*), rozpoczęło rozwój rynku kryptowalut oraz innych instrumentów działających na tej podstawie technologicznej. Bitcoin i pozostałe kryptowaluty, w przeciwieństwie do walut fiducjarnych², nie opierają się

² Waluty fiducjarne – takie, których funkcjonowanie opiera się na zaufaniu do emitenta, czyli najczęściej do banku centralnego, a konkretnie do jego polityki pieniężnej, której głównym celem w większości krajów jest utrzymanie stabilności cen wyrażanych w tej walucie (cel inflacyjny). Ponadto ważne jest zaufanie do banków kreujących pieniądź kredytowy oraz do instytucji nadzorujących system bankowy, a przede wszystkim do dawanych przez państwo gwarancji, że dana waluta jest prawnym środkiem płatniczym na jego terytorium. Prawo gwarantuje m.in. to, że przynajmniej w rozliczeniach obywatela z instytucjami państwa ta waluta zawsze będzie akceptowana jako środek zapłaty (np. podatków).

na zaufaniu do banku centralnego, który byłby ich emitentem, lecz wykorzystują rozproszony³ system bazy danych, zorganizowany na zasadzie sieci równorzędnej typu każdy z każdym (ang. *peer-to-peer*; Shrivastava i in., 2020). Sieć ta pozwala na przechowywanie informacji o transakcjach oraz gwarantuje bezpieczeństwo i niezaprzeczalność dokonywanych płatności. Funkcjonowanie rynku obrotu kryptowalutami jest zbliżone do rynku walutowego, ponieważ notuje się na nim kursy kryptowalut w stosunku do innych kryptowalut, a także do walut fiducjarnych. Niemniej jednak kryptowaluty nie mają oparcia w realnej gospodarce i trudno wskazać ich siłę nabywczą. Ponadto rynek kryptowalut jest stosunkowo młody, dopiero poszukujący mechanizmów rzetelnej wyceny, a przez to potencjalnie mniej stabilny niż rynek walut fiducjarnych.

W niniejszym artykule porównywane są właściwości statystyczne kursów kryptowalut i walut fiducjarnych. Główną motywacją do przeprowadzenia takiej analizy było spostrzeżenie, że zastosowanie kryptowalut zgodnie z pierwotnym i najczęściej deklarowanym celem ich stworzenia – jako alternatywy dla pieniądza banków centralnych – wymagałoby stabilizacji ich wartości, zbyt duża zmienność mogłaby bowiem znacznie utrudnić lub wręcz uniemożliwić takie zastosowanie. Z tego powodu zmienność jest zasadniczym przedmiotem omawianego tu badania; za miarę wartości przyjęto kurs wymiany. Zbadano właściwości statystyczne względnych przyrostów kursów (dla uproszczenia określanych *stopami zwrotu*). Wartości kryptowalut w sensie ich siły nabywczej nie można jeszcze oceniać, ponieważ nie są one powszechnie stosowane jako środek wymiany. Dlatego skoncentrowano się na kursie wymiany względem waluty fiducjarnej, a konkretnie względem dolara amerykańskiego (USD).

Badania dotyczące właściwości notowań kryptowalut były podejmowane wielokrotnie. Na przykład Franke i in. (2019) w rozdziale *Financial Econometrics of Cryptocurrencies* analizowali indeks CRIX (Trimborn i Härdle, 2018) za pomocą metod ekonometrii finansowej. Założyli oni, że kryptowaluty należy traktować jako aktywa inwestycyjne, a nie substytuty walut fiducjarnych, przy czym nie miało to wpływu na wybór metod analizy szeregów czasowych. Badacze nie porównywali właściwości kryptowalut z właściwościami aktywów inwestycyjnych ani walut fiducjarnych. Po wstępnej analizie historycznych odczytów indeksu CRIX szukali modelu szeregu czasowego najlepiej dopasowanego do tych danych. Okazał się nim model ARIMA-tGARCH(1, 1) z resztami losowymi o rozkładzie *t*-Studenta. Ponieważ wyraźnie dominującym składnikiem indeksu CRIX przez większość czasu był bitcoin, który również w ostatnich latach pozostawał jego głównym składnikiem, można

³ Różnicę między systemem rozproszonym a zdecentralizowanym wyjaśnia np. Baran (1962).

przypuszczać, że właściwości ekonometryczne szeregu czasowego kursu bitcoina są zbliżone do tych, które zostały wykazane w pracy Frankego i in. dla indeksu CRIX.

Badania wykorzystujące podobne metody ekonometrii finansowej prowadzili też Cermak (2017), Chen i in. (2016), Chu i in. (2017) czy Katsiampa (2017). Cermak zbudował modele regresji dla średniej i dla zmienności, w których zmienną objaśnianą była odpowiednio dzienna stopa zwrotu i zmienność dziennej stopy zwrotu dla kursu BTC–USD (USD/BTC), a zmiennymi objaśniającymi były opóźnione o dzień odpowiednie wielkości dotyczące kursów głównych walut do dolara amerykańskiego i podstawowych danych makroekonomicznych z rynków im odpowiadających (Stany Zjednoczone, Unia Europejska – strefa euro, Chiny i Japonia). Istotność parametrów stojących przy zmiennych dotyczących danego kraju bądź obszaru walutowego była następnie interpretowana jako wskaźnik powiązania bitcoina z danym obszarem walutowym i zmiennymi danego typu. Na tej podstawie autor wyciągnął wniosek, że istnieje pewne podobieństwo bitcoina do walut fiducjarynych w Stanach Zjednoczonych, strefie euro i w Chinach, natomiast w Japonii bitcoin zachowuje się bardziej jak aktywa inwestycyjne.

Yermack (2013) zauważył wielokrotnie wyższą zmienność kursu bitcoina do dolara amerykańskiego niż którejkolwiek z głównych walut oraz złota, a także zerową korelację względnych przyrostów kursu bitcoina oraz walut fiducjarynych i złota.

Corbet i in. (2019) podsumowali wyniki badań w zakresie potencjalnej roli kryptowalut jako aktywów inwestycyjnych, m.in. ich właściwości statystycznych (np. przydatności kryptowalut w roli dywersyfikatora portfela, możliwości występowania efektu zarażania rynków itp.). Duże znaczenie dla porównania kryptowalut zarówno z instrumentami rynku kapitałowego, jak i z klasycznymi walutami mają np. badania właściwości rynków kryptowalut dotyczącej skłonności do tworzenia się bąbli spekulacyjnych oraz następowania po nich nagłych i głębokich załamań kursu. Właściwość ta jest niekorzystna z punktu widzenia zastosowania kryptowalut jako aktywów inwestycyjnych i utrudnia ewentualne przyjęcie przez nie funkcji środka wymiany i przechowywania wartości, natomiast może dać okazję do osiągnięcia ponadprzeciętnych zysków przez spekulantów, o ile potrafiliby oni trafnie rozpoznawać początek i koniec bąbla spekulacyjnego.

We wspomnianych wyżej badaniach bitcoin był albo rozpatrywany osobno, albo porównywany do walut bądź aktywów inwestycyjnych pod względem pewnego rodzaju zależności. Badania zależności mają ważne uzasadnienie ekonomiczne, ponieważ wnioski z nich płynące mogą być bardzo istotne np. dla analizy portfelowej i zarządzania ryzykiem. W badaniu omawianym w niniejszym artykule chodzi jednak o to, czy kurs bitcoina ma właściwości zbliżone do kursów walut fiducjarynych, skoro bitcoin został zaprojektowany jako substytut pieniądza. Należy przy tym zauważyć, że podobne ani nawet identyczne właściwości statystyczne nie muszą ozna-

czać zależności⁴. Interesujące jest też pytanie, czy bitcoin upodabnia się z czasem, pod względem wybranych właściwości, do walut fiducjarnych, a więc czy w miarę dojrzewania rynku tej kryptowaluty stabilizuje się ona i upodabnia do walut, których miała być substytutem. Jednak już pobieżna analiza wzrokowa wykresów szeregów czasowych kursów, względnych przyrostów kursów, reszt z modeli zastosowanych w badaniu oraz oszacowań warunkowej wariancji skłania do zaniechania poszukiwań odpowiedzi na to drugie pytanie. Wydaje się, że jest jeszcze za wcześnie, aby na podstawie obecnie dostępnych danych móc zaobserwować tendencję upodabniania się np. zmienności bitcoina do zmienności walut fiducjarnych w czasie. Z uwagi na to w badaniu przedstawionym w niniejszym artykule szukano modeli finansowych szeregów czasowych, które stosunkowo dobrze dopasowywałyby się do danych zgromadzonych dla bitcoina i wybranych walut fiducjarnych, oraz porównywano parametry tych modeli.

Główną badaną charakterystyką jest zmienność, ale trzeba zauważyć, że gdy podmioty podejmujące próby wykorzystania bitcoina jako środka wymiany rezygnują z tego, często uzasadniają swoją decyzję zupełną nieprzewidywalnością kursu tej kryptowaluty. Odczuwana przez użytkownika nieprzewidywalność może zaś polegać nie tylko na wysokiej zmienności. Mogą za nią odpowiadać grube ogony rozkładów stóp zwrotu lub np. dynamika procesu, cechująca się zmienną w czasie warunkową zmiennością, podczas gdy inwestor (użytkownik) spodziewał się zmienności stabilnej w czasie. Może wreszcie wynikać z wpływu czynników o charakterze nagłej zmiany strukturalnej, takiej jak wprowadzenie nowych regulacji prawnych, oficjalne przyjęcie kryptowaluty jako prawnego środka płatniczego albo wycofanie się z takiej decyzji, wejście nowego dużego inwestora lub grupy inwestorów na rynek bądź też wyjście z rynku, nowe zastosowania istniejącej kryptowaluty, pojawienie się konkurencyjnej kryptowaluty itp. Wszystkie te możliwości są omawiane w artykule, ale przedstawione badanie empiryczne dotyczy właściwości szeregów czasowych kursów bitcoina i wybranych walut fiducjarnych wobec dolara amerykańskiego. Celem badania jest porównanie statystycznych właściwości kursu kryptowalut na przykładzie bitcoina i kursów walut fiducjarnych oraz ocena, czy inwestycje na rynku bitcoina i na rynku walutowym można uznać za podobne pod względem analizowanych cech.

2. Bitcoin i inne kryptowaluty

Przed przystąpieniem do badania właściwości statystycznych kursu kryptowalut warto scharakteryzować ich rynek i omówić naturę kryptowalut z punktu widzenia inwestorów. Należy także rozważyć, czy kryptowaluty są bardziej substytutem pie-

⁴ Na przykład dwa szumy losowe z przyrostami o takim samym rozkładzie miałyby identyczne właściwości statystyczne, a jednocześnie byłyby od siebie niezależne.

niądza, czy rodzajem aktywów spekulacyjnych lub inwestycyjnych, a także zwrócić uwagę na cechy kryptowalut, dzięki którym można je uznać za nową jakość w gospodarce, oraz na specyfikę kursów kryptowalut.

2.1. Rola kryptowalut jako przedmiotu obrotu na rynkach finansowych

Najważniejszą i najstarszą kryptowalutą jest bitcoin. Z tego powodu został on wybrany jako reprezentant rynku, chociaż kryptowaluty różnią się pod wieloma względami, takimi jak zastosowana technologia, cel powstania, rzeczywiste zastosowanie oraz powiązanie z rynkiem realnych dóbr i usług. Obecnie, mimo że rozwinęło się wiele alternatywnych projektów opartych na technologii łańcucha bloków (np. sieć Ethereum) i pokrewnych technologiach, bitcoin wciąż odpowiada za ponad 40% kapitalizacji całego rynku kryptowalut (Statista, b.r. a).

W omawianym badaniu bitcoin jest porównywany z wybranymi walutami fiducyjnymi. Należy zatem wyjaśnić, dlaczego nie przeprowadzono takiego porównania z aktywami inwestycyjnymi, czy to klasycznymi (akcje i obligacje), czy mogącymi być przedmiotem inwestycji alternatywnych⁵.

Yermack (2013) zauważył, że bitcoin ma zmienność o rząd wielkości większą od zmienności szeroko używanych walut fiducyjnych, co nie sprzyja pełnieniu funkcji miernika wartości czy środka przechowywania wartości. Ponadto wykazuje on właściwie zerową korelację z kursami walut fiducyjnych, przez co jest bezużyteczny jako instrument hedgingu⁶, a pozycję w bitcoinie zajęłą przez inwestora bardzo trudno byłoby zabezpieczać poprzez hedging. Bitcoin nie ma też dostępu do systemu bankowego z gwarancją depozytów; ponadto na razie nie denominuje się w nim kredytów i pożyczek. Zdaje się więc zachowywać raczej jak aktywa o wysokim ryzyku (potencjalnie atrakcyjne dla spekulantów) niż jak waluta.

Andrew Bailey, prezes Bank of England, ostrzegał na konferencji prasowej w czerwcu 2021 r.⁷, że kryptowaluty takie jak bitcoin nie są pieniędzem i nie mają zabezpieczenia w postaci gwarancji państwa. Zwracał też uwagę, że bitcoin ma zerową wartość fundamentalną (wewnętrzzną – ang. *intrinsic value*). Podobnie twierdził Warren Buffett na gruncie rozważań, czy miałyby sens użycie bitcoina lub podobnych kryptowalut jako aktywów inwestycyjnych. Buffett wielokrotnie podkreślał, że bitcoin nie ma żadnej wartości fundamentalnej (Friedman, 2021); wyrażał też opinię, że zakup bitcoina nie jest inwestycją. Proponował, aby rozróżnienia między inwesty-

⁵ Metale szlachetne, surowce przemysłowe niebędące metalami szlachetnymi, nieruchomości, inwestycje w kapitał prywatny, inwestycje w przedsiębiorstwa zagrożone upadłością i w restrukturyzacji, jednostki uczestnictwa i certyfikaty inwestycyjne funduszy inwestycyjnych wysokiego ryzyka, w tym funduszy hedgingowych, dzieła sztuki, dobra kolekcjonerskie niebędące dziełami sztuki itp.

⁶ Hedging jest tu rozumiany jako zabezpieczenie przed ryzykiem rynkowym na zasadzie przyjmowania pozycji, których zmiany wartości są skorelowane ujemnie ze zmianami wartości pozycji zabezpieczanej.

⁷ City UK Annual Conference (Bank of England, 2021).

cją a spekulacją dokonywać nie na podstawie kryterium horyzontu inwestycyjnego i ryzyka, lecz ze względu na podejście stron transakcji do wartości fundamentalnej przedmiotu transakcji (tj. czy zwracają na nią uwagę, czy też jest im ona obojętna). Jego zdaniem odpowiednim kryterium jest to, czy przedmiot inwestycji „coś produkuje” (Montag, 2018), czy też inwestor jedynie żywi nadzieję, że ktoś odkupi go od niego drożej, bo sam będzie miał nadzieję na znalezienie kolejnego nabywcy gotowego zapłacić jeszcze więcej. W tym drugim przypadku jest to spekulacja, nawet gdy zakładany horyzont inwestycyjny jest długi. Byłoby to spekulacją również wtedy, gdyby zmienność czy ryzyko mierzone w inny sposób wcale nie wydawały się szczególnie wysokie.

Te krytyczne głosy można podsumować stwierdzeniem, że kryptowaluty nie są ani pieniądzem, ponieważ nie wspiera ich żaden bank centralny (żadne państwo ani organizacja państw nie gwarantuje możliwości i legalności użycia kryptowalut jako środka wymiany, pomiaru i przechowywania wartości), ani aktywami inwestycyjnymi, bo nie mają wartości fundamentalnej.

Pozostaje pytanie, czy o kryptowalucie, niebędącej oficjalną walutą żadnego państwa ani organizacji państw, można mówić jako o pieniądzu. W historii można znaleźć wiele przykładów pełnienia wszystkich lub niemal wszystkich funkcji pieniądza przez pewne trudne do podrobienia dobro, zwłaszcza łatwe do przenoszenia i przechowywania. Gwarancja państwa mogła być okolicznością sprzyjającą traktowaniu go jako pieniądza, ale nie była warunkiem koniecznym. Takim dobrem bywały muszle, ziarna zbóż, koraliki, kamienie szlachetne, metale szlachetne i wiele innych, przy czym tylko część z nich miała jakąś wartość użytkową lub ozdobną (np. Ammous, 2018).

Skoro kryptowaluty niezabezpieczone aktywami, czyli takie jak bitcoin, nie są aktywami inwestycyjnymi, to tym bardziej należy się skupić na innych ich właściwościach. W takim ujęciu główna wartość bitcoina wynika z jego użyteczności jako instrumentu transferu i przechowywania informacji o zawartych transakcjach.

Zarówno cel stworzenia kryptowalut, jak i sama nazwa sugerują porównanie do walut fiducjarnych. Pierwotną rolą kryptowalut miało być ich zastosowanie jako środka wymiany (Nakamoto, 2008), przy uwzględnieniu różnicy w stosunku do walut fiducjarnych, czyli braku gwarancji państwa lub polityczno-gospodarczej wspólnoty państw tworzących unię walutową, jaką mają waluty fiducjarne⁸. Przede wszystkim chodzi o gwarancję: że dana waluta stanowi prawny środek płatniczy na

⁸ Jak dotąd żadne państwo należące do liczących się gospodarek światowych nie wprowadziło własnej kryptowaluty, choć taka możliwość jest badana przez banki centralne. Jedynym państwem, które przyjęło bitcoin jako oficjalny środek płatniczy, jest Salwador, ale ponieważ bitcoin obowiązuje tam dopiero od 7 września 2021 r., jest za wcześnie, aby przewidywać, czy to rozwiązanie przyniesie sukces i jak długo to kryptowaluta pozostanie oficjalną walutą Salwadoru.

określonym obszarze; że regulowane i nadzorowane przez odpowiednie instytucje banki mają prawo przyjmować depozyty, udzielać kredytów, dokonywać rozliczeń oraz utrzymywać rezerwy w tej walucie; że nad stabilnością cen wyrażanych w tej walucie czuwa powołana do tego instytucja; że w rozpatrywanej walucie będzie można zapłacić podatki. Takie umiejscowienie waluty fiducjarnej w systemie prawnym wymusza powiązanie między nią a gospodarką państwa lub organizacji państw, niezależnie od aktualnych nastrojów uczestników rynku. W przypadku kryptowalut tego rodzaju powiązania z mocy prawa nie ma.

2.2. Technologia kryptowalut a ich wartość

Kryptowaluty tworzą nową jakość, przynajmniej jeśli chodzi o przesyłanie i przechowywanie informacji o zawartych transakcjach. Ich sieci są co prawda systemami rozliczeniowymi, ale nowego rodzaju. Połączone w nich zostały następujące cechy:

- sieć rozproszona typu każdy z każdym;
- sieć publiczna (brak właściciela);
- własny wbudowany żeton elektroniczny służący do rozliczania transakcji, w tym do wynagradzania uczestników sieci, którzy udostępniają swoje zasoby (moc obliczeniową i przestrzeń dyskową) na utrzymanie działania sieci;
- rozproszona księga główna⁹;
- kryptograficzne zabezpieczenie datowania wpisów do księgi głównej, m.in. uniemożliwiające podwójne wydawanie tych samych żetonów.

Dzięki połączeniu tych elementów sieć nie wymaga zaufanych pośredników ani zaufania między poszczególnymi jej uczestnikami. Może też działać w pełni automatycznie – nie potrzebuje scentralizowanego operatora. Żetony elektroniczne wbudowane w konstrukcję systemu mają szereg potencjalnie użytecznych właściwości. W przypadku wielu kryptowalut to właśnie technologia będąca podstawą ich funkcjonowania jest postrzegana jako główne źródło ich hipotetycznej wartości. Technologia ta umożliwia ich przechowywanie i przesyłanie pomiędzy uczestnikami sieci w sposób trudny do zakłócenia czy zmanipulowania, zapewnia też ich praktyczną niepodrabialność. Pozwala, aby w konstrukcję danej kryptowaluty został wpisany

⁹ Rozproszona księga główna nazywana jest także *rejestrem rozproszonym*, a ten termin odnosi się do technologii rozproszonej bazy danych, której rejestry są replikowane, współdzielone i zsynchronizowane w ramach konsensusu różnych rozproszonych geograficznie osób, firm lub instytucji (Piech, 2016). Należy dodać, że często używa się zamiennie pojęć *rejestr rozproszony* i *łańcuch bloków*, choć nie są one tożsame. *Rejestr rozproszony* jest pojęciem ogólniejszym, a *łańcuch bloków* to taki rodzaj rozproszonej bazy danych, w której rekordy można dodawać tylko sekwencyjnie jeden za drugim, czyli jest to lista rekordów. Rekordy są grupowane w bloki, których nie można usuwać ani zmieniać. Dodatkowo lista jest zabezpieczona kryptograficznie, dzięki czemu wszelkie zmiany w jej historii są niemożliwe lub bardzo utrudnione. Taka technologia nadaje się szczególnie dobrze do rejestrowania zdarzeń, które nie mogą być dublowane (np. rejestrowanie transakcji, tak aby te same środki nie zostały dwa razy wydane, rejestrowanie głosów w różnego rodzaju głosowaniach, zarządzanie magazynami, śledzenie przesyłek i środków transportu itp.).

algorytm jej podaży, niemożliwy do zmiany arbitralną decyzją pojedynczego uczestnika rynku (bez względu na to, czy jest to uczestnik indywidualny, instytucjonalny bądź państwo lub organizacja państw). Cechy te nie gwarantują, że dana kryptowaluta będzie miała powiązanie z rynkiem dóbr i usług ani że będzie zabezpieczona aktywami lub że jej wartość będzie przez kogokolwiek gwarantowana, ale zapewniają kryptowalucie potencjał środka wymiany o funkcjonalności zbliżonej do pieniądza. A wartość wewnętrzna, rozumiana jako Buffettowska zdolność do „produkowania czegoś”, nie wydaje się konieczna do takiego stosowania kryptowalut.

Istnieją też żetony elektroniczne oparte na tej samej lub podobnej technologii, ale zabezpieczone realnymi aktywami (np. elektroniczne akcje emitowane w technologii łańcucha bloków lub elektroniczne żetony zabezpieczone depozytami złota, jak np. PAX coin czy theter gold), powiązane z cenami towarów lub innymi wskaźnikami (np. opcje ZrCoin) lub zabezpieczone depozytami w walutach fiducjarnych (*stable coins*, np. theter USD). Ponadto sieć, w której funkcjonuje dany żeton, może nie być publiczna, lecz należeć w całości do jednego przedsiębiorstwa lub instytucji finansowej, a wtedy wartość podmiotu znajduje w jakimś stopniu odzwierciedlenie w wartości żetonu (np. ripple). Zdarza się więc, że wartość fundamentalna żetonu wynika z wartości operatora – właściciela sieci.

W przypadku kryptowalut niezabezpieczonych, takich jak bitcoin, nie ma wbudowanego mechanizmu, który na poziomie samej ich konstrukcji wiązałby je z gospodarką. Na przykład sieć bitcoina nie pobiera informacji z serwisów scentralizowanych giełd, izb rozliczeniowych, rynku międzybankowego, serwisów informacyjnych, instytucji finansowych, przedsiębiorstw ani instytucji państwa. Brak takiego kanału wymiany informacji gospodarczej sprawia, że w konstrukcji bitcoina nic nie wymusza powiązania jego wartości z wartością jakichkolwiek aktywów, ale to nie wydaje się dyskwalifikować bitcoina jako środka wymiany wartości. Wspomniane wcześniej muszle czy koraliki także nie były powiązane z dobrami czy usługami o wyższej rzeczywistej wartości użytkowej niż one same. O wiele bardziej problematyczna wydaje się duża zmienność kursu bitcoina w stosunku do walut fiducjarnych. Obecnie podawanie cen towarów lub usług w bitcoinach byłoby bardzo kłopotliwe zarówno dla oferującego, jak i dla potencjalnych nabywców.

System rozliczeniowy, którym jest typowy projekt kryptowalutowy, może mieć różne zastosowania i dzięki temu własną wartość użytkową, a wartość wynikająca z użyteczności systemu może stanowić podstawę wartości wbudowanego weń żetonu. Koncepcja systemu rozliczeniowego opartego na technologii łańcucha bloków lub pokrewnej jest jednak łatwa do skopiowania. Dowolny podmiot może stworzyć własny projekt kryptowalutowy z własnym żetonem. Wówczas różnica między starym a nowym projektem będzie tylko taka, że stary ma już sieć użytkowników, w tym użytkowników lojalnych, a nowy musi ją sobie dopiero zbudować. Jakość

i użyteczność samych rozwiązań informatycznych leżących u podstaw obu systemów nie miałyby wpływu na ewentualną różnicę ich wartości; decydować o niej mogłyby liczba użytkowników, ich lojalność, rozpoznawalność żetonu i jego ogólny odbiór społeczny. System rozliczeniowy bez użytkowników chcących dokonywać transakcji przy jego użyciu nie miałby żadnego znaczenia gospodarczego, natomiast system z milionami użytkowników mógłby odgrywać istotną rolę w gospodarce. Wtedy żeton miałby pokrycie w wartości dóbr i usług, które można byłoby za niego kupić. A więc już nie wartość samego rozwiązania informatycznego (projektu kryptowalutowego) byłaby fundamentem wartości żetonu, lecz odwrotnie: wartość żetonu, odzwierciedlająca wartość tego, na co go można wymienić w realnej gospodarce, stanowiłaby fundament wartości projektu kryptowalutowego.

Można pokusić się o przypuszczenie, że istnieją dwa główne składniki wartości kryptowaluty. Pierwszym jest wartość systemu rozliczeniowego opartego na pewnym innowacyjnym rozwiązaniu informatycznym, a drugim – wartość dóbr i usług, dla których żeton wbudowany w ten system rozliczeniowy stanowi środek wymiany i miernik wartości. Idąc dalej tym tokiem rozumowania, w cyklu życia kryptowaluty rozwijającej się w kierunku zgodnym z pierwotnym celem jej powstania (czyli stającą się pieniądzem) na początku oczekiwalibyśmy dominującej roli pierwszego składnika jej wartości. Będzie on jednak obciążony dużym ryzykiem ze względu na łatwość skopiowania projektu z całą jego funkcjonalnością i udostępnienia pod inną nazwą. W miarę upowszechniania się danego żetonu w rozliczeniach można oczekiwać wzrostu udziału drugiego składnika wartości, aż stanie się on jedynym istotnym składnikiem. Dzisiaj jeszcze nie da się sprawdzić empirycznie prawdziwości tych przypuszczeń, zwłaszcza co do drugiej fazy rozwoju, ponieważ nie weszła w nią jeszcze żadna kryptowaluta.

Omawiane dwa składniki nie wyczerpują dyskusji o źródłach wartości kryptowalut. Skoro projekty mogą mieć identyczną funkcjonalność pod względem technicznym, a różnić się tylko nazwą, liczbą użytkowników, rozpoznawalnością i odbiorem społecznym, to być może należy uwzględnić również np. rozwiązania z obszaru wyceny marki, z zastrzeżeniem zasadniczej odmienności marki kryptowaluty od marki produktów, usług czy całych przedsiębiorstw. O ile bowiem marka w klasycznym rozumieniu pomaga sprzedawać produkty lub usługi, o tyle marka projektu kryptowalutowego pomaga przyciągać nowych użytkowników. Jeżeli – jak w przypadku bitcoina – jest on projektem rozproszonym, a ponadto opartym na otwartym kodzie, to nie można mówić o jego właścicielu, i to nie tylko w sensie praw majątkowych czy praw do sprawowania zarządu, lecz także w sensie technicznym (twórca nie ma większych możliwości wpływania na projekt niż inni użytkownicy). Skoro zaś nie ma właściciela, to nie jest adekwatne pytanie, jaką korzyść przynosi mu rozpoznawalność marki. Niemniej jednak rozpoznawalność projektu kryptowalutowego może

wpływać na jego adopcję i przez to zwiększać udział drugiego składnika wartości żetonu. A ponieważ jest to składnik teoretycznie nieograniczony (dokładniej – ograniczony wartością całej gospodarki), należy brać pod uwagę czynniki znacząco na niego wpływające, do których należą, jak się wydaje, rozpoznawalność projektu, jego odbiór społeczny i lojalność dotychczasowych użytkowników. Ich analiza nie jest przedmiotem badania prezentowanego w tym artykule, jednak omówienie tych kwestii ma znaczenie dla dyskusji, czym jest bitcoin i inne kryptowaluty i czy mają one wartość fundamentalną, a jeśli tak, to jakie są jej źródła. Sformułowane tu przypuszczenia stanowią argument za uznaniem bitcoina za instrument zbliżony bardziej do walut niż do aktywów inwestycyjnych.

2.3. Ogólne właściwości kursów kryptowalut

Bardzo duży wpływ na zachowanie się kursów kryptowalut ma to, że ich rynek nie jest jeszcze uregulowany ani nadzorowany. Choć projekty jego uregulowania są rozważane, to obecnie nie istnieje pojęcie *przestępstwa giełdowego* na platformach wymiany kryptowalut. Duża jest też rola platform obrotu typu każdy z każdym. Te z założenia mają się wymykać wszelkim regulacjom nakładanym przez państwa i w związku z ich konstrukcją zapewne tak będzie się działo, nawet gdy powstaną odpowiednie przepisy prawa oraz instytucje nadzorcze. W obecnym stanie prawnym i faktycznym rynek kryptowalut jest więc bardzo podatny na manipulacje, np. takie jak manipulacje typu pump-and-dump (Hamrick i in., 2021) czy tworzenie pozornej płynności w ramach procedury wash-trading (Imisiker i Tas, 2018; Pennec i in., 2021).

Niezależnie od wyżej opisanych zjawisk nagle znaczne zmiany kursu, jakie często się zdarzają, są powodowane transakcjami przeprowadzanymi przez inwestorów, których głównym obszarem działalności są o wiele większe światowe rynki walutowe i kapitałowe. Za niestabilność kursów kryptowalut odpowiada stosunkowo mała kapitalizacja globalnego rynku kryptowalut w porównaniu z pozostałymi rynkami, w połączeniu z rosnącym zainteresowaniem inwestorów instytucjonalnych. Kapitalizacja rynku kryptowalut wynosi 2753 mld USD (Statista, b.r. b), co stanowi tylko ułamek kapitału, jaki teoretycznie mógłby jeszcze zostać zainwestowany, więc kursy na nim są podatne na istotne zaburzenia w przypadku pojawienia się wielomiliardowych zleceń od dużych inwestorów.

Omawiając takie właściwości, jak wysoka zmienność, tendencja do powstawania bąbli spekulacyjnych i krachów, a także podatność na manipulacje rynkowe według schematu pump-and-dump, należy wspomnieć o kryptowalutach memowych (żetonach memowych – ang. *meme coins*), czyli o kryptowalutach, które utworzono bądź to dla żartu, bądź jako narzędzie wyłudzenia pieniędzy, a które potem zyskały nad-

spodziewanie dużą popularność wśród inwestorów, a także spekulantów. Niektóre zostały wypromowane przez celebrytów lub influencerów. Nie mają one takiego znaczenia jak bitcoin czy ether, ale na ich przykładzie można pokazać niektóre cechy wspólne dla kursów głównych i pomniejszych kryptowalut. Jest to zwłaszcza skłonność do powstawania bąbli spekulacyjnych, przy czym w przypadku żetonów memowych zjawisko to jest silniejsze niż na rynkach głównych kryptowalut.

Na początku swojego istnienia kryptowaluty memowe mają przeważnie bardzo niską jednostkową wartość rynkową. Czasem rośnie ona według wzorca typowego dla bąbla spekulacyjnego, po którym następuje załamanie i powrót do niskiej wartości. Są jednak i takie kryptowaluty memowe, których wartość zwiększa się od wielu lat. Mają zwykle bardzo wysoką zmienność, ale też długoterminowy trend wzrostowy. Zdarzają się bąble spekulacyjne oraz głębokie załamania, lecz wartość po krachu jest na wyższym poziomie niż na początku bąbla – i ten schemat się powtarza. Najbardziej znanym przykładem kryptowaluty memowej jest dogecoin, stworzony przez programistów Billy’ego Markusa i Jacksona Palmera (którzy od początku lojalnie informowali potencjalnych inwestorów i użytkowników, że nie jest to poważna kryptowaluta, lecz żart; Chohan, 2017). Od powstania w 2013 r. dogecoin osiągnął kapitalizację rzędu 30 mld USD (23 listopada 2021 r.), a najwyższy dotychczas poziom kapitalizacji to ponad 88 mld USD w szczycie 7 maja 2021 r. Cena tej kryptowaluty wzrosła od nieco ponad 0,07 centa na początku obrotu w grudniu 2013 r. do ponad 22 centów 23 listopada 2021 r., czyli o 31 328,57% w ciągu ośmiu lat, co daje przeciętną roczną stopę zwrotu na poziomie ok. 105%. Z kolei roczny wzrost ceny od 23 listopada 2020 r. do 23 listopada 2021 r. nastąpił od wartości 0,003648 USD do 0,2283 USD, czyli o ponad 6158%, a np. miesięczny od 1 kwietnia 2021 r., kiedy 1 dogecoin kosztował 0,06199 USD, do 1 maja 2021 r., gdy jego cena rynkowa wynosiła już 0,393 USD, oznaczał względny przyrost w skali miesiąca o ponad 542%. W skali roku dawałoby to stopę zwrotu ponad 6507% przy kapitalizacji prostej (i aż 492 657 576 428% przy złożonej kapitalizacji miesięcznej, z tym że powtarzanie tej inwestycji przy tak wysokiej stopie zwrotu co miesiąc przez rok jest jednak możliwością czysto hipotetyczną). Trzeba zaznaczyć, że w całym okresie istnienia dogecoina nie zaistniały żadne przesłanki pozwalające przypuszczać, że zaczął on mieć jakąkolwiek wartość fundamentalną. Obecnie notuje się kilka tysięcy projektów uważanych za kryptowaluty memowe (ok. 5000 aktywnych – stan na listopad 2021 r.).

Obserwowanie, w jaki sposób zachowują się ceny żetonów memowych, wolumen obrotów czy kapitalizacja rynku, może pomóc w lepszym zrozumieniu funkcjonowania rynku kryptowalut. Już pobieżna analiza wykresów kursów i wolumenu obrotów dla właściwie każdej z nich pozwala zauważyć oczywiste przykłady bąbli spekulacyjnych i krachów o przebiegu podobnym do tych obserwowanych na rynku

bitcoina, ale o dużo większych względnych zmianach kursu. Można z tego wywieść przypuszczenie, że bitcoin podlega podobnym mechanizmom. Ponieważ jednak kapitalizacja rynku bitcoina jest wyższa¹⁰ niż któregokolwiek z żetonów memowych, co może w naturalny sposób podnosić głębokość rynku (ang. *market depth*) i jego sprężystość (ang. *market resilience*), potrzebne są większe szoki, aby spowodować dużą względną zmianę kursu bitcoina. Więcej na temat tych dwóch oraz innych miar płynności rynku można znaleźć w pracach Bensona i in. (2015), Díaza i Escribano (2020) czy Olbrys i Mursztyna (2016, 2017a, b).

Kryptowaluty memowe są oczywiście przedmiotem spekulacji, a nie inwestycją w sensie, jaki nadaje jej Buffett – to tłumaczy bąble spekulacyjne. Jednak oprócz tego mogą być postrzegane jako dobra kolekcjonerskie albo dobra o wartości sentymentalnej (np. żeton o nazwie będącej nazwiskiem czy pseudonimem lubianego aktora i przez niego promowany), co sprawia, że przewidywanie, jak długo potrwa faza wzrostowa bąbla spekulacyjnego, jest trudne, i co różni żetony memowe od bitcoina. Nawet jeśli istnieją bowiem uczestnicy rynku, dla których bitcoin ma wartość kolekcjonerską, to nie ma podstaw, aby sądzić, że jest to ważny składnik jego wartości rynkowej.

W związku z obserwacją z jednej strony takich zjawisk, jak bąble spekulacyjne i krachy oraz łatwość manipulacji typu pump-and-dump, a z drugiej – długoterminowego trendu wzrostowego kursów i kapitalizacji niektórych kryptowalut, w tym nawet żetonów memowych, nasuwa się dość oczywiste pytanie, czy długoterminowy trend wzrostowy nie jest wstępną fazą bąbla spekulacyjnego, tylko o znacznie większej skali. Ta możliwość wydaje się bardzo realna, zwłaszcza w kontekście wcześniejszych rozważań na temat braku wartości wewnętrznej. To, czy jesteśmy świadkami długoterminowego bąbla spekulacyjnego, czy nie, zależy przede wszystkim od przyszłych zastosowań kryptowalut w gospodarce.

2.4. Wnioski na temat charakteru kryptowalut

Z powyższych rozważań można wyciągnąć wstępny wniosek, że niewłaściwe byłoby stawianie kryptowalut niezabezpieczonych w jednym szeregu z aktywami inwestycyjnymi. Bardziej zasadne wydaje się ich porównywanie do walut fiducjarnych. Jednocześnie jednak należy podkreślić, że podobieństwo kryptowalut do pieniądza wynika na razie nie z faktycznej możliwości takiego ich wykorzystania, lecz z ich konstrukcji. Teoretycznie czyni ona z nich dobry środek wymiany, przynajmniej z tech-

¹⁰ Na przykład, jak wspomniano, największa w historii kapitalizacja rynku dogecoina, którą odnotowano 7 maja 2021 r., to niecałe 89 mld USD, podczas gdy kapitalizacja bitcoina wyniosła tego samego dnia 1,07 bln USD (12 razy więcej) i nie było to historyczne maksimum.

nicznego punktu widzenia. Pozostałe cechy, w tym właściwości statystyczne kursów, są jeszcze nie do końca zbadane.

Kryptowaluty mogą być różnie wykorzystywane przez inwestorów, a kierunek i metoda tego wykorzystania nie muszą być w pełni zgodne z pierwotnym zamysłem twórców kryptowalut. Wartościowe może być zatem badanie podobieństw między tradycyjnymi inwestycjami, zarówno klasycznymi, jak i alternatywnymi, oraz inwestycjami w kryptowaluty.

Jeżeli zaś chodzi o dalsze perspektywy rozwoju rynku kryptowalut, pojawia się pytanie, czy cały długoterminowy trend wzrostowy obserwowany w dotychczasowej jego historii nie jest tylko fragmentem bąbla spekulacyjnego w dłuższej perspektywie. W krótszej skali (miesiące, lata) obserwuje się liczne zmiany kursu noszące cechy bąbli spekulacyjnych i krachów, ale na ogół nakładają się one na długoterminowy trend wzrostowy. Jednak aby ocenić, czy ogólnie rynek dobrze wycenia kryptowaluty w długim okresie, trzeba by znać odpowiedź na pytanie o ich wartość fundamentalną. A jak wspomniano, obecnie dyskusja toczy się wokół tego, czy kryptowaluty niezabezpieczone, takie jak bitcoin, w ogóle mają jakąś wartość fundamentalną.

Przewidywanie wartości rynkowej kryptowalut nie musi zresztą dotyczyć ich obecnej wartości fundamentalnej. Można przyjąć założenie, że kryptowaluty to przede wszystkim rozproszone systemy informatyczne, których wartość będzie zależała od ich przyszłych zastosowań. Jaka więc może być ta wartość? Na obecnym etapie rozwoju kryptowalut jednoznaczna odpowiedź na to pytanie nie jest możliwa, ponieważ wymagałaby uwzględnienia bardzo niepewnych przewidywań odnośnie do co najmniej siedmiu zagadnień:

- czy niektóre kryptowaluty, np. bitcoin lub ether, zostaną powszechnie uznane za środek wymiany i przechowywania wartości;
- czy przepisy prawa będą sprzyjały takiemu ich wykorzystaniu;
- czy wbudowane funkcje (np. umożliwiające tworzenie kontraktów smart i aplikacji rozproszonych) sprawią, że kryptowaluty zaczną być postrzegane jako instrumenty umożliwiające świadczenie przydatnych usług, mające wartość wewnętrzną wynikającą z tej roli;
- czy zostaną rozwinięte nowe użyteczne funkcjonalności w ramach istniejących projektów kryptowalutowych;
- czy powstaną nowe, konkurencyjne projekty kryptowalutowe, które okażą się pod jakimś względem lepsze;
- czy zaistnieją nowe efekty synergii między istniejącymi projektami kryptowalutowymi lub między istniejącymi i nowo powstałymi projektami;
- czy zostaną odkryte nowe zastosowania już istniejących projektów kryptowalutowych.

3. Metoda badania

Badanie składało się z trzech etapów. Na pierwszym dokonano jakościowej analizy ogólnych właściwości kursów kryptowalut, uwzględniającej przegląd literatury na ten temat. Szczególną uwagę poświęcono:

- podobieństwu i różnicom dotyczącym zachowania się kursów kryptowalut i walut fiducyjnych;
- typowym cechom dynamiki kursów kryptowalut, w szczególności długoterminowym trendom oraz zjawiskom, które można interpretować jako bąble spekulacyjne i krachy.

Celem było zidentyfikowanie typowych ogólnych właściwości, w tym dynamicznych, jakie obserwuje się w szeregach czasowych kursów kryptowalut.

Przeprowadzono jakościową analizę danych ilościowych oraz wstępną analizę ilościową. Wykorzystane zbiory danych zawierały notowania kursów i względne przyrosty kursów bitcoina oraz wybranych walut fiducyjnych: euro (EUR), funta szterlinga (GBP), jena japońskiego (JPY) i złotego (PLN) w parze z dolarem amerykańskim. Próby badawcze obejmowały okres od 18 sierpnia 2011 r. do 19 października 2021 r. (nieco ponad 10 lat). Względne przyrosty cen obliczano dla okresów dziennych. Analiza polegała na wzrokowej ocenie kształtowania się kursów i omówieniu podstawowych wykresów. Ponadto obliczono podstawowe statystyki: średnią arytmetyczną, odchylenie standardowe, wartość minimalną, wartość maksymalną, rozstęp, kurtozę i skośność dla całej badanej próby, w podziale na bitcoina i cztery waluty fiducyjne. Ten etap służył zidentyfikowaniu i omówieniu podobieństw i różnic pomiędzy bitcoinem a walutami fiducyjnymi pod względem ogólnych, podstawowych właściwości statystycznych dla całej dziesięcioletniej próby.

Następnie wykorzystano te same zbiory danych. Analizowano właściwości szeregów czasowych względnych przyrostów kursów. Modelowano: poziom względnych przyrostów kursów za pomocą modeli procesów klasy AR(I)MA, warunkową zmienność przy wykorzystaniu modeli GARCH, a także rozkłady reszt przy założeniu asymetrycznych rozkładów GED. Zarówno w przypadku bitcoina, jak i każdej z analizowanych walut fiducyjnych rozpatrywano modele dla różnych kombinacji rzędów opóźnień, a finalnego wyboru modelu dokonywano przy zastosowaniu kryteriów informacyjnych Akaikego (AIC) i Schwarza (BIC). Wnioski dotyczące podobieństwa bitcoina do walut fiducyjnych pod względem rozpatrywanych właściwości sformułowano na podstawie oceny jakościowej, uwzględniającej zarówno przeprowadzoną wcześniej analizę jakościową, jak i wyniki badań ilościowych, a w szczególności porównanie wyestymowanych parametrów.

4. Wyniki

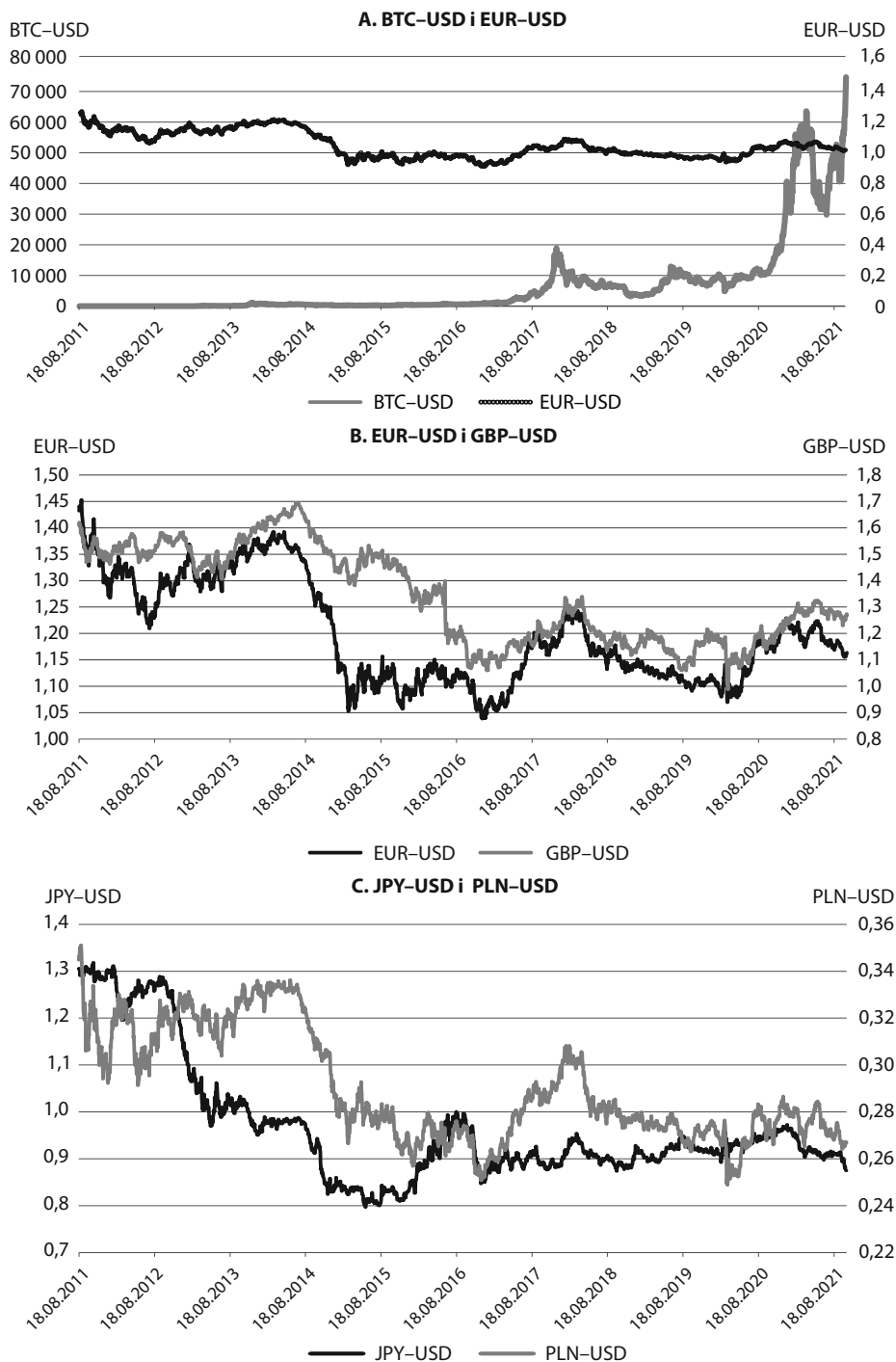
W badaniu pojęto próbę uzyskania odpowiedzi na pytanie, czy – i jeśli tak, to jak bardzo – bitcoin różni się pod względem wybranych właściwości statystycznych od walut fiducjarnych. Jak wspomniano, dużą przeszkodą w stosowaniu bitcoina jako zamiennika pieniądza jest nieprzewidywalność jego wartości nawet w krótkim okresie. Ponieważ może ona wynikać m.in. z dużej zmienności, zmian zmienności w czasie czy też grubych ogonów rozkładu stóp zwrotu, badanie koncentruje się właśnie na tych właściwościach.

4.1. Kurs bitcoina do dolara amerykańskiego a kursy wybranych walut fiducjarnych

Analiza wykresów kursu BTC–USD (USD/BTC) i kursów wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego (wykr. 1) pozwala dostrzec ich zasadniczą odmiennność. Szereg czasowy kursu bitcoina nie przypomina dynamiki kursów walut fiducjarnych. W badanym okresie kurs bitcoina wzrósł od ok. 10,09 USD (8 sierpnia 2011 r.) do ponad 43 tys. USD (8 sierpnia 2021 r.), czyli przeszło 3300 razy (wzrost o 330669% w skali 10 lat, co daje przeciętną stopę wzrostu ponad 124% rocznie). Należy wziąć pod uwagę to, że pierwszej w historii transakcji przy użyciu bitcoina dokonano w 2010 r. i była to w ogóle pierwsza transakcja przeprowadzona przy użyciu kryptowalut. Bitcoin upowszechnia się i znajduje różne zastosowania. Do jego sieci dołączają kolejni inwestorzy, spekulanci i użytkownicy, co powoduje, że na rynku bitcoina inwestowany jest coraz większy kapitał. Nie zaskakuje więc to, że kurs bitcoina od 2011 r. do dziś nie wykazywał właściwości typowych dla kursów walut, np. efektu powracania do średniej.

Pomijając trend, wynikający być może z wczesnej fazy cyklu życia projektu bitcoina, warto spojrzeć na właściwości dziennych względnych przyrostów kursu.

Dla zmian notowań par walutowych z okresu od 18 sierpnia 2011 r. do 19 października 2021 r. obliczono podstawowe statystyki dotyczące całej próby (tabl. 1). Biorąc pod uwagę trend widoczny w szeregach czasowych cen, należało się spodziewać dodatniej średniej dla bitcoina oraz niskiej, bliskiej 0, średniej względnych przyrostów kursów walut fiducjarnych.

Wykr. 1. Kurs bitcoina i wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Tabl. 1. Statystyki opisowe dla dziennych względnych przyrostów kursów bitcoina i walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego

Wyszczególnienie	BTC–USD	EUR–USD	GBP–USD	JPY–USD	PLN–USD
Średnia arytmetyczna w p.proc.	0,327	–0,008	–0,007	–0,015	–0,011
Odchylenie standardowe w p.proc.	5,702	0,498	0,563	0,539	0,701
Minimum w %	–66,39	–2,26	–8,31	–3,42	–4,53
Maksimum w %	48,48	2,60	3,22	3,77	3,97
Rozstęp w p.proc.	114,87	4,86	11,54	7,19	8,49
Kurtoza	20,013	2,3025	19,901	5,5654	3,0363
Skośność	–1,0783	0,025106	–1,1263	0,053966	–0,15032

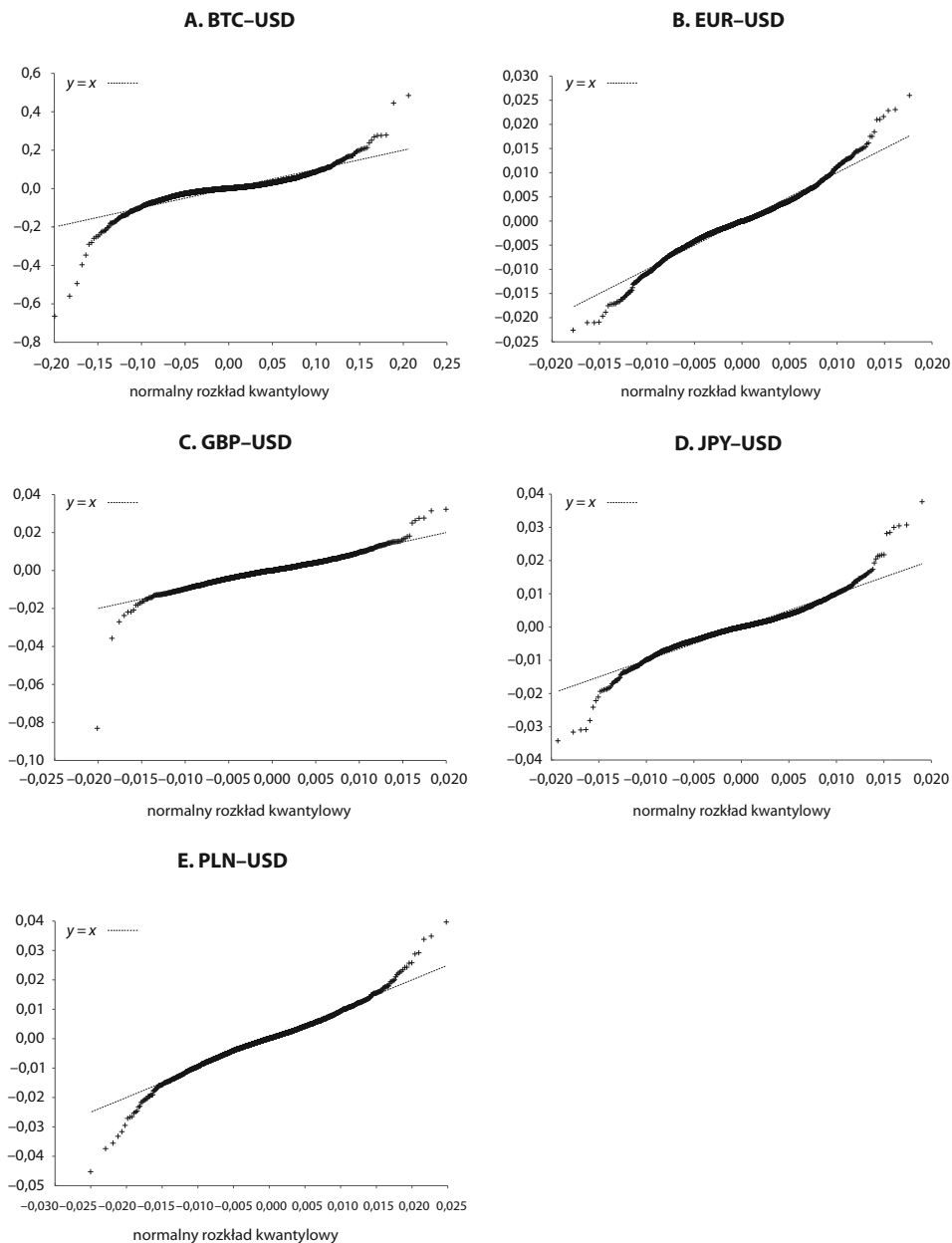
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Uwagę zwraca odchylenie standardowe dziennych względnych przyrostów kursu bitcoina. Różni się ono od odchyłeń standardowych względnych przyrostów notowań walut fiducjarnych o rząd wielkości. Dla pary BTC–USD odchylenie standardowe wynosi 5,7 p.proc., a dla walut fiducjarnych mieści się w przedziale 0,5–0,7 p.proc. Duże różnice można zauważyć również w maksymalnych i minimalnych wielkościach dziennych zmian. W rozpatrywanej próbie rozstęp dla bitcoina jest dziesięciokrotnie wyższy niż drugi z kolei (dla GBP). Obie statystyki świadczą o tym, że bitcoin charakteryzuje się znacznie wyższą zmiennością niż waluty fiducjarne.

Wstępna analiza danych pokazuje, że bezwarunkowe (długoterminowe) rozkłady względnych przyrostów kursów nie są normalne. Potwierdza to wzrokowa analiza wykresów kwantyl–kwantyl (wykr. 2).

Zbadano zgodność bezwarunkowych (długoterminowych) rozkładów względnych przyrostów kursów z rozkładem normalnym. W tym celu zastosowano testy Doornika–Hansena (Doornik i Hansen, 2008), Jarque’a–Bera (Jarque i Bera, 1987), Lillieforsa (Lilliefors, 1969) oraz Shapiro–Wilka (Shapiro i Wilk, 1965). Wszystkie testy przeprowadzone na standardowych poziomach istotności pozwoliły na odrzucenie hipotezy o normalności rozkładu bezwarunkowego (długoterminowego) zarówno dla bitcoina, jak i dla walut fiducjarnych. Nie jest to zaskoczeniem. Właściwość polegająca na tym, że bezwarunkowe (długoterminowe) rozkłady względnych przyrostów kursów walutowych mają grube ogony i charakteryzują się wyższą kurtozą niż rozkład normalny, jest powszechnie znana. Nie oznacza to jednak, że po uwzględnieniu dynamicznych właściwości rozkładów (zwłaszcza zjawiska skupiania zmienności) warunkowe rozkłady nadal są gruboogonowe.

Wykr. 2. Wykresy kwantyl-kwantyl względem rozkładu normalnego dla dziennych względnych przyrostów kursu bitcoina i wybranych walut fiducjarych do dolara amerykańskiego

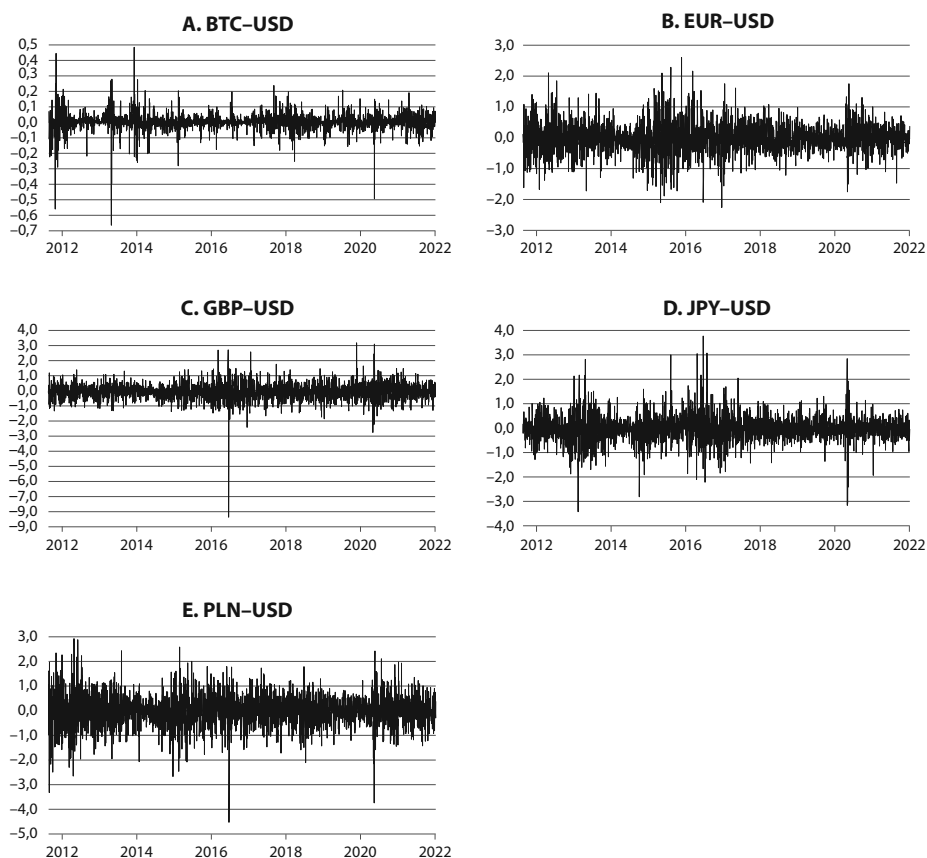


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

4.2. Modelowanie szeregów czasowych przyrostów dziennych

Szeregi czasowe dziennych względnych przyrostów analizowanych kursów (dziennych stóp zwrotu) przedstawiono na wyk. 3.

Wykr. 3. Szeregi czasowe dziennych względnych przyrostów kursu bitcoina i wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego od 18.08.2011 r. do 19.10.2021 r.



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Komentarza wymaga znacznie odstająca obserwacja z 24 czerwca 2016 r. dotycząca funta szterlinga – gwałtowne obniżenie się jego kursu do dolara amerykańskiego (a także do innych głównych walut) w dniu ogłoszenia wyników referendum w sprawie wyjścia Wielkiej Brytanii z Unii Europejskiej. Jest oczywiste, że takie wydarzenie ma charakter jednorazowy. Trzeba jednak zauważyć, że na zmiany kursów walut fiducjarnych (gwarantowanych przez państwa) wpływają czynniki specyficz-

nego ryzyka danego kraju. Przejściowe załamanie kursu funta 24 czerwca 2016 r. jest tego przykładem. A ponieważ ryzyko kraju znajduje odzwierciedlenie w ryzyku kursu walutowego, jest to zdarzenie typowe dla waluty fiducjarnej będącej walutą konkretnego państwa. Zdarzenia tego typu mogą wystąpić na skutek oddziaływania czynników ryzyka politycznego lub prawnego, ryzyka wydarzeń, katastrof naturalnych itp. Mają one co prawda charakter zdarzeń ekstremalnych, ale jednocześnie możliwość ich występowania jest jedną z ważnych właściwości kursów walut, której nie można pominąć w analizie porównawczej.

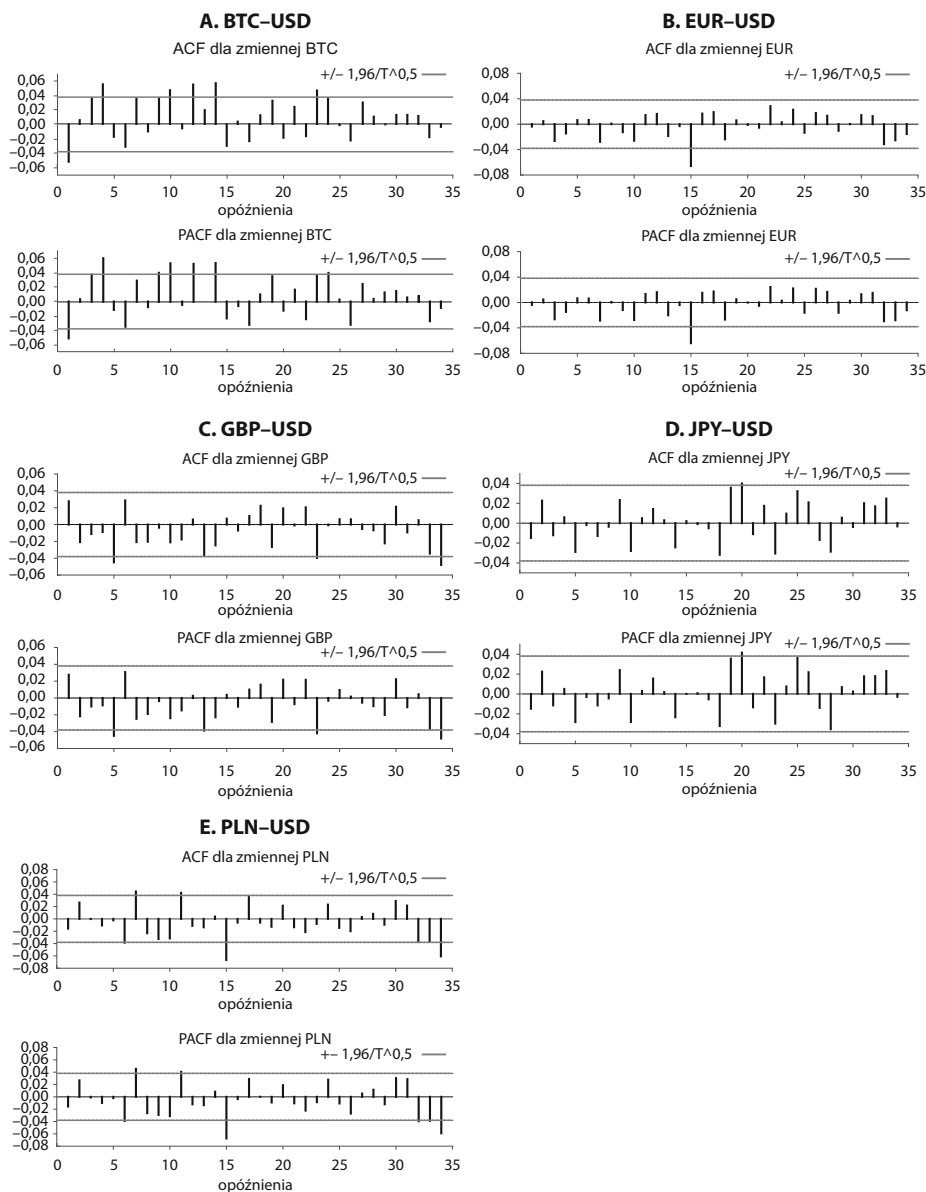
Ponieważ analizowano obserwacje już zróżnicowane, a ponadto w testach ADF i KPSS odrzucono hipotezę o występowaniu pierwiastka jednostkowego dla względnych przyrostów wszystkich porównywanych kursów walutowych, dalsze badanie skoncentrowano na modelowaniu:

- poziomu względnych przyrostów kursów przy wykorzystaniu modeli klasy ARMA;
- zmienności przy wykorzystaniu modeli GARCH;
- właściwości rozkładów reszt, takich jak grube ogony, podwyższona kurtoza i asymetria, przez zastosowanie niegaussowskich innowacji w modelu GARCH.

Koncepcję porównania oparto na tym etapie na zastosowaniu tych samych lub zagnieżdżonych modeli dla kursów badanych walut, zestawieniu ich parametrów i wyciągnięciu wniosków na podstawie różnic między nimi.

Wystymowano parametry modeli ARMA(p, q) dla wszystkich porównywanych par walut przy następujących rzędach opóźnień: $p = 0, 1, 2$ oraz $q = 0, 1, 2$ i dokonano wyboru modelu na podstawie AIC i BIC. Następnie dla reszt z wybranych modeli przeprowadzono próbę dopasowania modeli GARCH z innowacjami o asymetrycznych rozkładach GED. Rozpatrywane były modele GARCH(p, q) dla wszystkich par (p, q) przy $p = 0, 1, 2$ i $q = 0, 1, 2$.

Efekty AR oraz MA zaobserwowano tylko w procesie względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego. Tym samym potwierdziło się to, czego można było się spodziewać już po wstępnej wzrokowej analizie korelogramów (wykr. 4), czyli odmiennych właściwości kursów bitcoina i kursów walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego pod względem występowania efektów ARMA.

Wykr. 4. Korelogramy względnych przyrostów kursów

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Porównanie modeli ARMA dla względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego na podstawie AIC i BIC przedstawiono w tabl. 2.

Tabl. 2. Modele ARMA dla względnych przyrostów kursu BTC–USD na podstawie AIC i BIC

Modele	Skorygowany R^2	AIC	BIC
ARMA(0, 1)	0,002583	–7671,567	–7653,917
ARMA(0, 2) ^a	0,002309	–7669,839	–7646,305
ARMA(1, 0)	0,002620	–7671,665	–7654,015
ARMA(1, 1) ^b	0,002249	–7669,681	–7646,147
ARMA(1, 2)	0,006676	–7680,425	–7651,008
ARMA(2, 0) ^c	0,002258	–7669,704	–7646,170
ARMA(2, 1)	0,006469	–7679,879	–7650,462
ARMA(2, 2)	0,011572	–7686,145	–7650,849

a Nieistotny parametr θ_2 w modelu MA(2). b Istotny tylko wyraz wolny. c Nieistotny parametr φ_2 w modelu AR(2).

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Zwiększenie rzędu modelu ARMA do wartości 3 nie przyniosło poprawy dopasowania, co można zaobserwować w danych zawartych w tabl. 3.

Tabl. 3. Modele ARMA wyższych rzędów dla względnych przyrostów kursu BTC–USD na podstawie AIC i BIC

Modele	Skorygowany R^2	AIC	BIC
ARMA(3, 1) ^a	0,006613	–7679,262	–7643,961
ARMA(3, 2) ^a	0,008328	–7682,824	–7641,639
ARMA(1, 3) ^b	0,004651	–7674,059	–7638,758
ARMA(2, 3) ^c	0,006179	–7677,105	–7635,921
ARMA(3, 3)	0,010779	–7677,943	–7630,884

a Nieistotny parametr φ_3 w modelu AR(3). b Nieistotny parametr θ_2 w modelu MA(3). c Nieistotny parametr θ_3 w modelu MA(3).

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Co prawda żaden z modeli ujętych w tabl. 2 i 3 nie wyjaśnia dobrze zmienności kursu bitcoina, ale też nie oczekiwano tego na tym etapie badania. Chodziło o wyeliminowanie efektów autoregresyjnych w celu dalszego badania zmienności.

Ostatecznie dla dziennych względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego wybrano model ARMA(2, 2) o parametrach przedstawionych w tabl. 4.

Tabl. 4. Parametry modelu ARMA(2, 2) dla względnych przyrostów kursu BTC–USD

Wyszczególnienie	Stała	AR		MA	
		φ_1	φ_2	θ_1	θ_2
Wartość	0,003996	0,6478	–0,881	–0,6894	0,9177
p-value	0,0041	$4,58 \cdot 10^{-210}$	0,0000	$7,12 \cdot 10^{-246}$	0,0000

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

W szeregach czasowych względnych przyrostów kursów walut fiducjarnych nie zaobserwowano efektu ARMA.

Następnie przeprowadzono testy efektu ARCH dla procesów resztowych z modelu ARMA.

W przypadku wszystkich szeregów dziennych przyrostów kursów odrzucono hipotezę zerową o braku efektu ARCH. Przeprowadzono testy efektu ARCH do szóstego rzędu opóźnienia włącznie.

Dalsza analiza polegała na dopasowaniu modeli GARCH do procesów resztowych. Ponieważ w danych dotyczących względnych przyrostów kursów zaobserwowano asymetrię rozkładów bezwarunkowych, zachodziły przesłanki do modelowania asymetrycznych rozkładów warunkowych. Wykorzystano modele GARCH ze składnikami losowymi o asymetrycznych rozkładach GED (s-GED) w parametryzacji wykorzystywanej w pakiecie GRETL (Cottrell i Lucchetti, 2022, rozdz. 3.1).

Podjęto próbę dopasowania modeli $GARCH(p, q)$ dla $p = 1, 2$ i $q = 1, 2$. Dla każdej analizowanej pary walut modele te porównano na podstawie AIC i BIC.

W tabl. 5 przedstawiono wyniki porównania modeli GARCH dla względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego – reszty z modelu ARMA(2, 2).

Tabl. 5. BTC–USD: modele GARCH dla procesu resztowego z modelu ARMA(2, 2) na podstawie AIC i BIC

Modele	AIC	BIC
GARCH(1, 1) (s-GED)	–9434,2520	–9398,9559
GARCH(1, 2) (s-GED) ^a	–8606,8901	–8577,4766
GARCH(2, 1) (s-GED) ^a	–8610,2120	–8580,7985
GARCH(2, 2) (s-GED) ^a	–8609,6759	–8574,3797

a Istotny tylko parametr α_1 i parametry rozkładu reszt.

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETL na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Ostatecznie dla względnych przyrostów kursu BTC–USD wybrano model ARMA(2, 2)-GARCH(1, 1). Parametry modelu GARCH przedstawiono w tabl. 6.

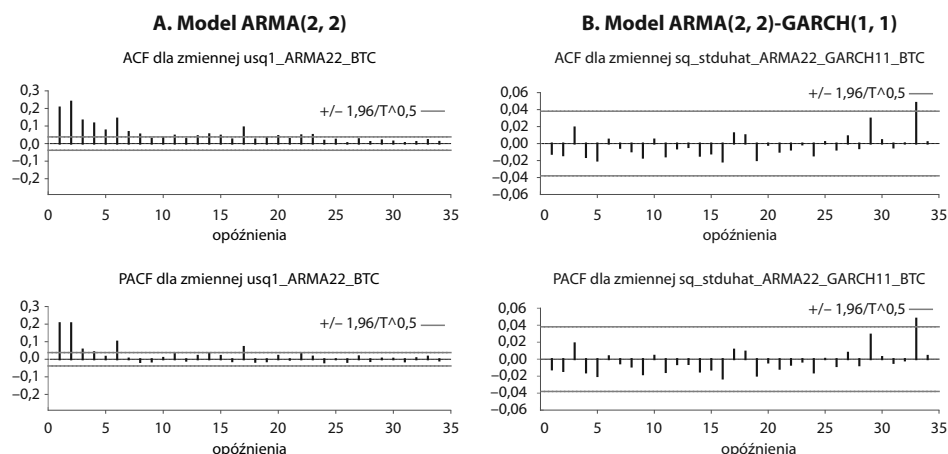
Tabl. 6. BTC–USD: parametry modelu GARCH(1, 1) z innowacjami s-GED dla reszt z modelu ARMA(2, 2)

Wyszczególnienie	GARCH(1, 1)				s-GED	
	stała	ω	α	β	ν	λ
Wartość	–0,00128	$5,1 \cdot 10^{-5}$	0,16890	0,83860	0,86066	–0,02053
p-value	0,0000	$1,61 \cdot 10^{-105}$	$1,09 \cdot 10^{-29}$	0,00000	$5,30 \cdot 10^{-107}$	$3,17 \cdot 10^{-203}$

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETL na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Porównanie korelogramów kwadratów standaryzowanych reszt dla względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego po zastosowaniu modelu ARMA(2, 2) oraz modelu ARMA(2, 2)-GARCH(1, 1) zaprezentowano na wyk. 5.

Wykr. 5. Korelogramy kwadratów reszt dla względnych przyrostów kursu bitcoina do dolara amerykańskiego po zastosowaniu wybranych modeli



Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Jak widać na wyk. 5, zastosowanie modelu GARCH(1, 1) do reszt z modelu ARMA(2, 2) dla bitcoina pozwoliło na oczyszczenie danych z heteroskedastyczności w sensie zależności typu GARCH.

Dla każdej z par walutowych: EUR–USD, GBP–USD, JPY–USD i PLN–USD również wybrano model GARCH(1, 1) i założono asymetryczny rozkład GED standaryzowanych reszt. Wyboru dokonano na podstawie AIC i BIC. Wyniki zostały przedstawione w tabl. 7.

Wartości stałej dla poziomu względnych przyrostów kursu oraz stałej w modelu warunkowej wariancji (ω) są w przypadku bitcoina istotne, ale niskie, a w przypadku walut fiducjarnych – nieistotne. Zarówno bitcoin, jak i waluty fiducjarne wykazują istotne wartości parametrów modelu GARCH(1, 1). Wszystkie rozkłady reszt wykazują też istotne wartości parametru kształtu wskazujące na grube ogony i leptokurtyczność (parametr ν rozkładu s-GED mniejszy od 2). Natomiast tylko bitcoin wykazuje istotną asymetrię (parametr λ rozkładu s-GED).

Parametr kształtu (ν) zarówno dla bitcoina, jak i dla walut fiducjarnych jest mniejszy od 2, ale tylko w przypadku bitcoina jest on również mniejszy od 1. Grubsze ogony rozkładu reszt dla bitcoina potwierdza także wzrokowa analiza wykresów

kwantyl-kwantyl, na których bitcoin jest zestawiony z walutami fiducyjnymi (wykr. 6).

Tabl. 7. Modele GARCH dla względnych przyrostów kursów walut fiducyjnych na podstawie AIC i BIC

Modele	EUR		GBP	
	AIC	BIC	AIC	BIC
GARCH(1, 1) (s-GED)	-21126,8408	-21091,5401	-20483,7130	-20448,4123
GARCH(1, 2) (s-GED)	-21023,0396	-20993,6223	-20371,8288	-20342,4116
GARCH(2, 1) (s-GED)	-21023,3054	-20993,8882	-20373,1399	-20343,7226
GARCH(2, 2) (s-GED)	-21021,3893	-20986,0887	-20367,6495	-20332,3489

(dok.)

Modele	JPY		PLN	
	AIC	BIC	AIC	BIC
GARCH(1, 1) (s-GED)	-20909,2379	-20873,9372	-19309,1066	-19273,8060
GARCH(1, 2) (s-GED)	-20691,4818	-20662,0646	-19264,2918	-19234,8746
GARCH(2, 1) (s-GED)	-20691,5133	-20662,0960	-19264,1675	-19234,7503
GARCH(2, 2) (s-GED)	-20691,4818	-20662,0646	-19262,0381	-19226,7375

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Parametry modeli GARCH(1, 1) i asymetrycznego rozkładu GED składnika losowego dla walut fiducyjnych zawiera tabl. 8. Dla porównania powtórzono wyniki uzyskane dla bitcoina.

Tabl. 8. Parametry modelu GARCH(1, 1) z innowacjami s-GED dla walut fiducyjnych w porównaniu z bitcoinem

Wyszczególnienie	GARCH(1, 1)				s-GED	
	stała	ω	α	β	ν	λ
EUR: wartość ...	$-9,25 \cdot 10^{-5}$	$7,29 \cdot 10^{-8}$	0,03447	0,96248	1,35971	-0,00738
p-value	0,21190	0,11030	$6,62 \cdot 10^{-9***}$	0,00000***	$3,92 \cdot 10^{-130***}$	0,55660
GBP: wartość ...	-0,00013	$4,59 \cdot 10^{-7}$	0,06104	0,92286	1,36383	-0,02962
p-value	0,6720	0,0938	0,0022***	$3,68 \cdot 10^{-276***}$	$1,61 \cdot 10^{-076***}$	0,11010
JPY: wartość ...	-0,00013	$4,59 \cdot 10^{-7}$	0,07105	0,91350	1,20958	-0,02210
p-value	0,1226	0,0174	$1,54 \cdot 10^{-5***}$	0,00000***	$3,51 \cdot 10^{-109***}$	0,58440
PLN: wartość ...	-0,00010	$4,93 \cdot 10^{-7}$	0,06168	0,92826	1,55465	-0,04500
p-value	0,37560	0,01910	$5,07 \cdot 10^{-122***}$	0,00000***	$5,07 \cdot 10^{-122***}$	0,09690
BTC: wartość ...	-0,00128	$5,1 \cdot 10^{-5}$	0,16890	0,83857	0,86066	-0,02053
p-value	0,00000***	$1,61 \cdot 10^{-105***}$	$1,09 \cdot 10^{-29***}$	0,00000***	$5,30 \cdot 10^{-107***}$	$3,17 \cdot 10^{-203***}$

Uwaga. *** – p-value < 0,01.

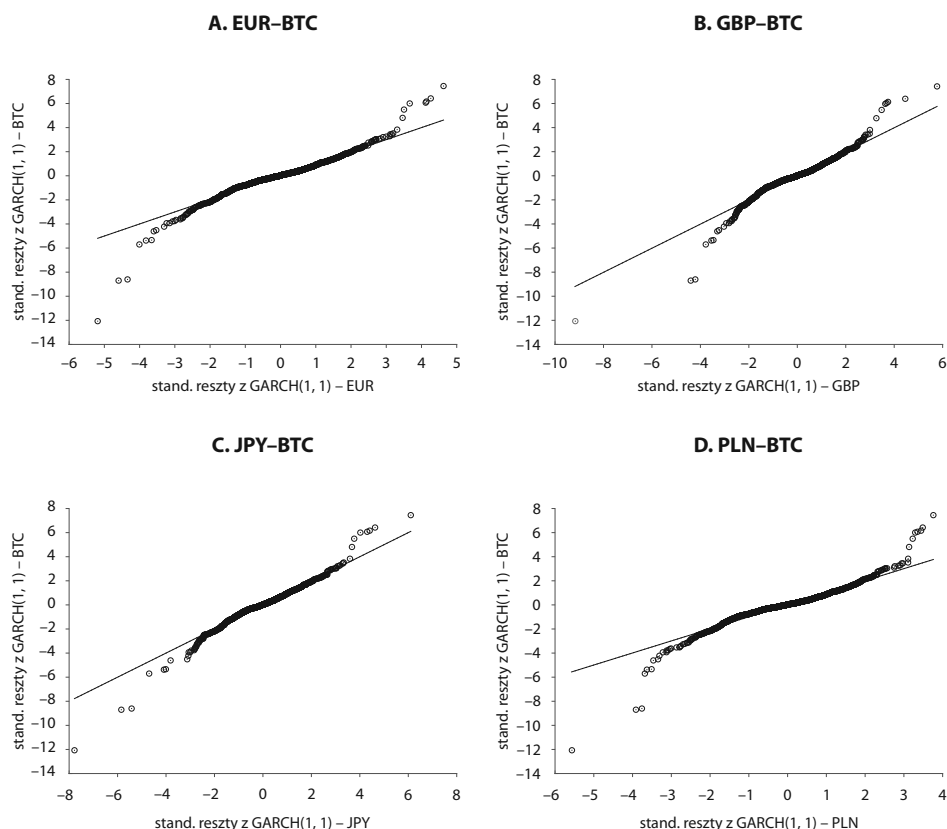
Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Należy zauważyć, że w przypadku bitcoina nie jest spełniony warunek istnienia skończonej długoterminowej bezwarunkowej wariancji

$$\alpha + \beta < 1,$$

co może oznaczać, że zastosowany model ARMA(2, 2)-GARCH(1, 1) z resztami o rozkładach s-GED nie uwzględnia jakiejś właściwości, która odróżnia kurs bitcoina od kursów walut fiducjarynych do dolara amerykańskiego.

Wykr. 6. Wykresy kwantyl-kwantyl standaryzowanych reszt z modelu GARCH(1, 1) dla bitcoina i wybranych walut fiducjarynych



Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu GRETl na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

4.3. Wnioski dla zarządzających ryzykiem

Różnice między właściwościami szeregów czasowych bitcoina i walut fiducjarnych należy uwzględniać m.in. przy szacowaniu ryzyka inwestycji. Dla przykładu rozważmy jednodniową inwestycję, której ryzyko jest szacowane z wykorzystaniem miary Value-at-Risk (VaR) przy poziomie tolerancji 1% i 5%. Niech inwestycja ta będzie rozliczana w dolarach amerykańskich. Wzór na wartość zagrożoną dla danego horyzontu inwestycyjnego przy poziomie tolerancji q i wielkości ekspozycji (za-inwestowanego kapitału) W_0 jest następujący:

$$VaR = W_0 \cdot (-R_q), \quad (1)$$

gdzie R_q oznacza kwantyl stopy zwrotu odpowiadający prawdopodobieństwu q , które jest poziomem tolerancji VaR.

Dla rozkładu normalnego stosuje się wzór:

$$VaR = W_0 \cdot (c\sigma - \mu), \quad (2)$$

gdzie:

σ – odchylenie standardowe stopy zwrotu,

μ – wartość oczekiwana stopy zwrotu,

c – stała równa zaokrąglonemu do drugiego miejsca po przecinku¹¹ kwantylowi standardowego rozkładu normalnego przemnożonemu przez -1 , czyli np.:

dla $q = 5\%$, $c = 1,65$,

dla $q = 1\%$, $c = 2,33$.

Często pomija się średnią dla krótkookresowych prognoz VaR. W przypadku prowadzonych tu rozważań może ona zostać pominięta także dlatego, że analizowane są reszty po wyeliminowaniu średniej. Wzór na VaR przedstawia się wtedy następująco:

$$VaR = W_0 \cdot c\sigma. \quad (3)$$

¹¹ Zazwyczaj stosuje się tylko zaokrąglenie w górę, ponieważ konsekwencje zawyżenia miary ryzyka są na ogół mniej dotkliwe niż skutki jej niedoszacowania.

Ponieważ przy szacowaniu jednodniowego VaR prognoza na każdy kolejny dzień jest opracowywana od nowa na podstawie przesuwającego się okna danych, wzór ten należałoby zapisać w postaci dynamicznej jako:

$$VaR_t = W_{0t-1} \cdot c\sigma_{t-1}. \quad (4)$$

Z kolei jeżeli zostanie pominięty kapitał zainwestowany na początku, to można mówić o VaR procentowym (procentowej wartości zagrożonej), czyli wartości zagrożonej wyrażonej jako przemnożony przez -1 kwantyl rozkładu stopy zwrotu dla zadanego horyzontu inwestycyjnego. Miarę tę oznacza się niekiedy symbolem $VaR_{(\%)}:$

$$VaR_{(\%)}_t = c\sigma_{t-1}. \quad (5)$$

W praktyce najczęściej stosuje się miarę VaR szacowaną przy założeniu normalności. Jednak jeśli zostaje ona uogólniona na przypadki z rozkładem innym niż normalny, to zwykle stosuje się ten sam wzór, tylko w miejsce stałej c podstawia się kwantyl tego samego rzędu odpowiedniego rozkładu standaryzowanego, nie zawsze sprawdzając, czy skalowanie za pomocą przemnażania kwantyła przez odchylenie standardowe rzeczywiście daje kwantyl zastosowanego rozkładu. Takie skalowanie, stosowane nawet wówczas, gdy rozkłady reszt nie są rozkładami mającymi skończony drugi moment, stanowi oczywiście pewne uproszczenie i nie zawsze jest teoretycznie uprawnione. Tutaj skupimy się jednak na innym problemie, który polega na tym, że jeżeli stosuje się model ryzyka z innym niż normalny rozkładem reszt, to nie zawsze można posługiwać się tą samą stałą c we wzorach (3)–(5).

W przypadku rozkładu innego niż normalny wartość c może ulegać zmianom. Co prawda cały czas jest to przemnożony przez -1 kwantyl dla tego samego prawdopodobieństwa i nadal jest to kwantyl rozkładu standaryzowanego, ale rozkład standaryzowany może się zmieniać. Inne parametry, np. odpowiadające za grubość ogonów bądź za asymetrię rozkładu (jeżeli takie istnieją), mogą być szacowane na podstawie najbardziej aktualnej próby.

Pozostałe parametry rozkładu standardowego inne niż opisujące położenie i skalę mogą się zmieniać wraz z przesuwającym się oknem danych, ale przede wszystkim mogą one być inne dla każdej inwestycji. W związku z tym nawet zakładając ich stałość dla danej inwestycji, trzeba je szacować dla każdej inwestycji osobno. Jest to zgodne z wnioskami, jakie można wyciągnąć na podstawie danych z tabl. 8. Kwanty-le standardowych reszt dla prawdopodobieństw 5% i 95% oraz 1% i 99% przedsta-

wiono w tabl. 9, przy czym w przypadku nieistotności parametru odpowiadającego za asymetrię rozkładu przyjęto rozkład symetryczny.

Tabl. 9. Kwantyle rozkładów standaryzowanych reszt (rozkład s-GED) dla bitcoina i walut fiducyjnych

Prawdopodobieństwo	BTC	EUR	GBP	JPY	PLN	Standardowy rozkład normalny
95%	1,53745	1,65165	1,65172	1,64677	1,65256	1,64485
5%	-1,74877	-1,65165	-1,65172	-1,64677	-1,65256	-1,64485
99%	2,36242	2,56123	-2,55925	2,63859	2,47550	2,32635
1%	-2,81664	-2,56123	2,55925	-2,63859	-2,47550	-2,32635

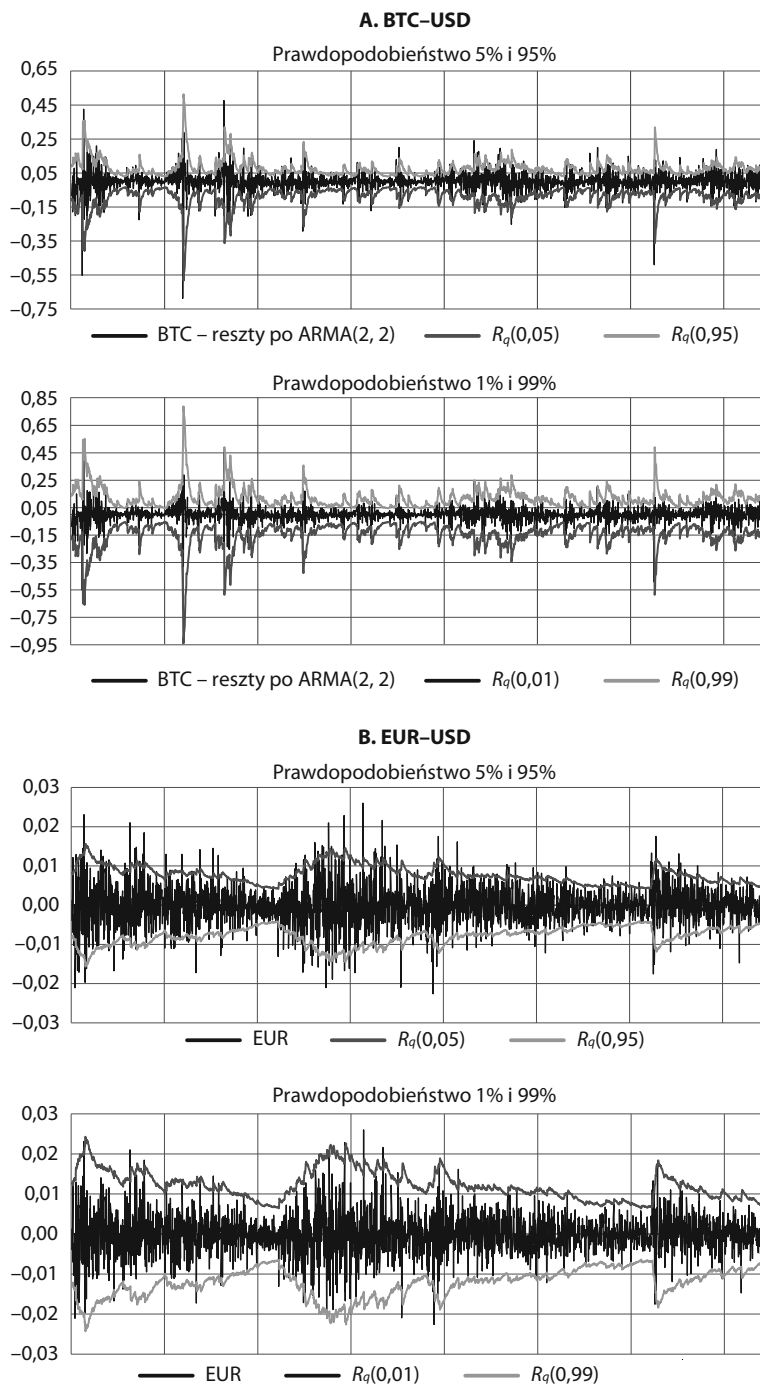
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

Jak należało oczekiwać, w przypadku rozkładów symetrycznych daje się zaobserwować wyraźniejszy efekt grubych ogonów przy poziomie tolerancji VaR 1% (i 99%, gdyby np. chodziło o odwrotną pozycję na rynku) niż przy poziomie 5% (oraz 95%). Wskazują na to różnice między odpowiednimi kwantylami rozkładów standaryzowanych reszt i rozkładu normalnego.

Stosując uproszczone skalowanie $R_{qt} = -c\sigma_t$, gdzie $\sigma_t = \sqrt{h_t}$, a h_t oznacza warunkową wariancję oszacowaną na podstawie modelu GARCH, można graficznie przedstawić oszacowania kwantyli rozkładu reszt, przy czym reszty to stopy zwrotu oczyszczone z efektów dotyczących ich poziomu, ale przed oczyszczeniem z efektu GARCH. Jest to ilustracja wcześniej omówionych efektów: asymetrii warunkowych rozkładów dla bitcoina i symetrii dla walut fiducyjnych, różnej grubości ogonów, a także zmieniającej się warunkowej zmienności. Szeregi czasowe z nałożonymi kwantylami (opóźnionymi o dzień, jak przy szacowaniu jednodniowych prognoz VaR) są zaprezentowane na wyk. 7.

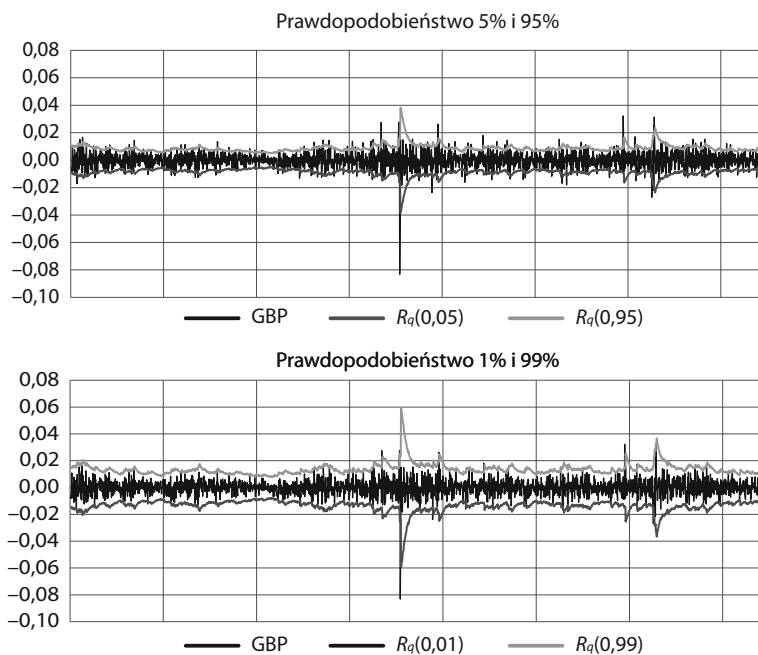
Kwantyli dla prawdopodobieństw 5% i 1% nie należy traktować jako prognoz $VaR_{(%)}$, ponieważ próba nie była dzielona na próbę uczącą i testową, a więc wszystkie oszacowania wykonano na podstawie całego dostępnego zbioru danych. Natomiast przedstawienie właściwości rozpatrywanych szeregów czasowych w kontekście potencjalnego wykorzystania w pomiarze ryzyka rynkowego wskazuje na ważny obszar zastosowań. Spostrzeżeniem praktycznym, które go dotyczy, jest konieczność dostosowania stałej c , a nie tylko miary zmienności. W przypadku bitcoina należy przyjąć wyższą wartość c niż dla walut fiducyjnych.

Wykr. 7. Kwantyle odpowiadające prawdopodobieństwu 5% i 95% oraz 1% i 99% dla względnych przyrostów kursu bitcoina i wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego

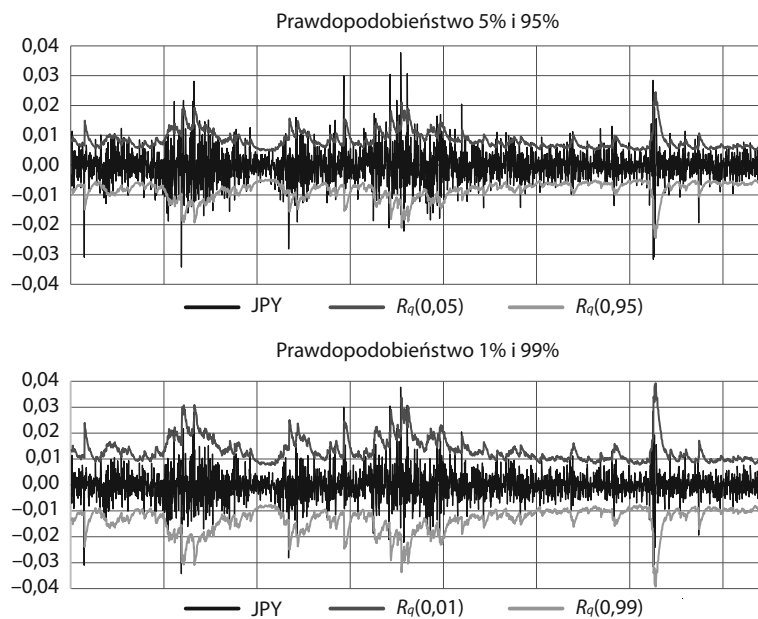


Wykr. 7. Kwantyle odpowiadające prawdopodobieństwu 5% i 95% oraz 1% i 99% dla względnych przyrostów kursu bitcoina i wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego (cd.)

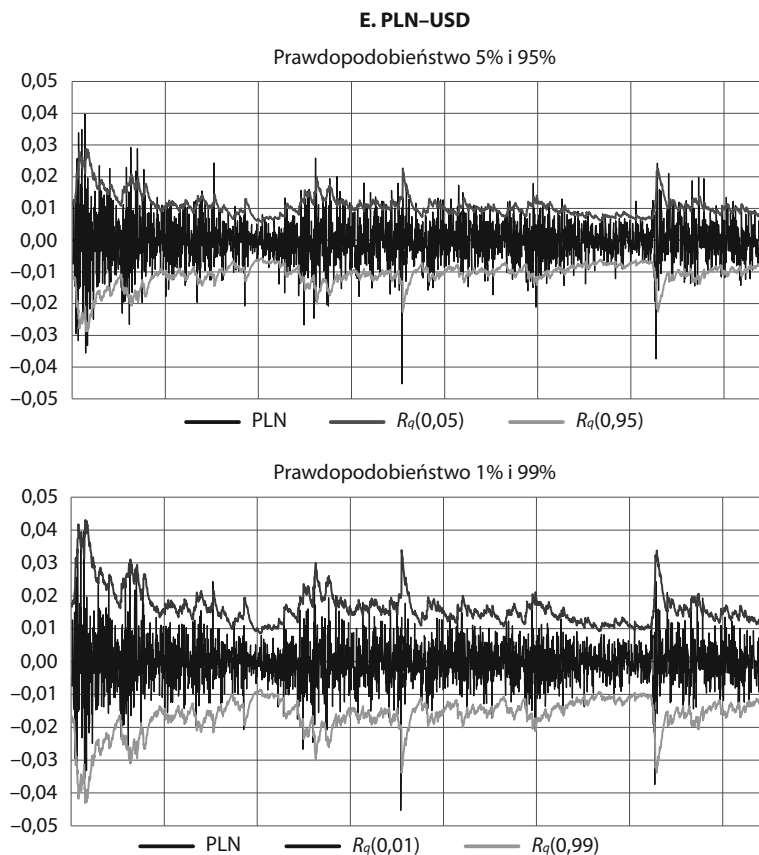
C. GBP-USD



D. JPY-USD



Wykr. 7. Kwantyle odpowiadające prawdopodobieństwu 5% i 95% oraz 1% i 99% dla względnych przyrostów kursu bitcoina i wybranych walut fiducjarnych do dolara amerykańskiego (dok.)



Uwaga. Daty na osi poziomej wszystkich wykresów (od lewej): 19.08.2011, 31.12.2012, 15.05.2014, 27.09.2015, 8.02.2017, 23.06.2018, 5.11.2019, 19.03.2021.

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu pakietu R na podstawie danych z serwisu Refinitiv.

5. Podsumowanie

Celem badania omówionego w artykule było porównanie niektórych właściwości statystycznych kursu bitcoina z właściwościami walut fiducjarnych. Wyjaśniono, dlaczego bitcoin jest porównywany do walut, a nie do aktywów inwestycyjnych. Po wstępnej analizie wykorzystującej statystyki opisowe i podstawowe wykresy dane poddano modelowaniu przy wykorzystaniu modeli procesów ARMA-GARCH. Dla każdego rozpatrywanego szeregu czasowego wybrano model na podstawie kryteriów informacyjnych Akaikego i Schwarza. Na tym etapie można było zaobserwować wyraźne różnice między bitcoinem a walutami fiducjarnymi. O ile bowiem poziom

względnych przyrostów kursów wszystkich badanych walut fiducyjnych nie wykazywał istotnych efektów ARMA, o tyle w przypadku bitcoina najlepsze dopasowanie uzyskano dla modelu ARMA(2, 2).

Dla reszt z modelu ARMA dopasowano modele GARCH. Po zaobserwowaniu asymetrii rozkładów bezwarunkowych do modelowania rozkładów warunkowych wykorzystano asymetryczny rozkład GED. Tę klasę rozkładów wybrano ze względu na ich dużą elastyczność, jeżeli chodzi o możliwość modelowania zarówno grubych ogonów rozkładu, jak i skośności, a także z uwagi na to, że jej szczególnym przypadkiem jest rozkład normalny. Dzięki temu model GARCH z normalnym rozkładem reszt może być traktowany jako model zagnieżdżony wobec bardziej ogólnego modelu z rozkładem s-GED, co z kolei umożliwia porównanie jakości dopasowania dla różnych wariantów restrykcji nałożonych na parametry modelu. W tej fazie badania zarówno w przypadku bitcoina, jak i walut fiducyjnych najlepsze dopasowanie uzyskano dla modelu GARCH(1, 1). Nie oznacza to jednak, że bitcoin nie różni się pod tym względem od walut fiducyjnych. W przypadku wszystkich walut fiducyjnych istotny był parametr kształtu odpowiadający za grube ogony i podwyższoną kurtozę rozkładów reszt, większy od 1, choć mniejszy od 2 (kurtosa wyższa niż w przypadku rozkładu normalnego, ale nadwyżkowa kurtosa poniżej nadwyżkowej kurtozy rozkładu Laplace'a). W przypadku bitcoina parametr kształtu był mniejszy od 1, co świadczy o grubszych ogonach i wyższej kurtozie.

Żadna waluta fiducyjna nie cechowała się istotnymi parametrami odpowiadającymi za asymetrię rozkładu reszt, natomiast w przypadku bitcoina zaobserwowano istotną skośność lewostronną. W samym modelu GARCH dla żadnej z walut fiducyjnych nie odnotowano istotnej stałej ani dla poziomu, ani dla wariancji, podczas gdy dla bitcoina obie stałe były istotne. Ta obserwacja w połączeniu z następną – że parametry stojące odpowiednio przy opóźnionych kwadratach reszt i przy opóźnionych warunkowych wariancjach nie spełniają warunku istnienia skończonej długoterminowej (bezwarunkowej) wariancji, a więc i warunku stacjonarności – pozwala przypuszczać, że model ARMA(2, 2)-GARCH(1, 1) może nie być wystarczający do opisu procesu względnych przyrostów kursu bitcoina. Stanowi to kolejną różnicę między kursem bitcoina a kursami walut fiducyjnych, w przypadku których modele GARCH(1, 1) pozwalały na określenie długoterminowych (bezwarunkowych) wariancji.

Na podstawie przeprowadzonej analizy jakościowej i badań ilościowych można sformułować wnioski dotyczące podobieństwa bitcoina do walut fiducyjnych.

Notowania bitcoina w ciągu ostatnich 10 lat i zmiany kapitalizacji jego rynku pozwalają przypuszczać, że bitcoin znajduje się we wczesnej fazie cyklu życia. Może to tłumaczyć jego bardzo wysoką zmienność oraz wyraźny trend wzrostowy, który

utrzymuje się od ponad 10 lat, choć przy dużej zmienności i z licznymi zaburzeniami przypominającymi bąble spekulacyjne i krachy. Pojawiają się obawy, że wzrost ten może być fazą bąbla spekulacyjnego o znacznie większej skali niż te, które od czasu do czasu go zaburzają. Są one zbieżne z opiniami niektórych czołowych ekspertów, którzy twierdzą, że bitcoin i inne kryptowaluty niezabezpieczone aktywami nie mają żadnej wartości wewnętrznej. Brak wartości wewnętrznej i czysto spekulacyjny charakter mogą być innym wytłumaczeniem wysokiej zmienności. Wskazane cechy istotnie odróżniają bitcoina i podobne kryptowaluty od walut fiducjarnych. Te ostatnie charakteryzują się mniejszą zmiennością, nie wykazują trendu długoterminowego, a ich wartość można odnieść do wartości dóbr i usług dostępnych w gospodarce, w której waluty te są środkiem wymiany. Nawet jeśli uwzględnić fakt, że teoretycznie bitcoin też może być środkiem wymiany (nie musi być w tym celu prawnym środkiem płatniczym) i jako taki może mieć powiązanie z wartością dóbr i usług, to siła tego powiązania będzie naturalnie słabsza, ponieważ żadne państwo (poza pomijalnym wyjątkiem) nie gwarantuje swoim autorytetem takiego charakteru bitcoina. Nie ma instytucji, która miałaby prawny obowiązek przyjąć bitcoina w rozliczeniu. Nie można nim też opłacić podatków. To może być przyczyną braku fundamentalnego zakotwiczenia dla wartości rynkowej bitcoina, co z kolei sprzyja sporadycznym wybuchom jej zmienności.

Zaobserwowane różnice między właściwościami stochastycznymi szeregów czasowych względnych przyrostów kursów bitcoina i walut fiducjarnych nie dają podstaw do przewidywań, jak będą się one kształtować w przyszłości. Na przykład trudno prognozować, czy będą się one zmniejszać w miarę dojrzewania rynku bitcoina.

Bardzo wysoka zmienność, utrzymujący się wyraźny trend wzrostowy kursu, a także brak dającej się zaobserwować konwergencji bitcoina z walutami fiducjarnymi stanowią podstawę do wysunięcia przypuszczenia, że bitcoin jako instrument rynku walutowego (o ile przyjąć, że jest instrumentem tego typu) ciągle znajduje się na bardzo wczesnym etapie rozwoju. Określenie jego docelowego podobieństwa do walut fiducjarnych pod względem badanych tu właściwości nie wydaje się jednak możliwe na podstawie dostępnych w tej chwili danych.

Konkludując, obecnie nie można stwierdzić, czy bitcoin staje się podobny pod względem właściwości statystycznych do walut fiducjarnych. Ze względu na pierwotny cel powstania i swoją konstrukcję techniczną może w przyszłości upodabniać się do klasycznych walut, ale obecnie traktuje się go przede wszystkim jako przedmiot spekulacji. W przyszłości możliwe jest zarówno to, że nie będzie miał wartości, jak i to, że stanie się ważnym elementem światowej gospodarki. To samo dotyczy niektórych innych kryptowalut. Ich przyszłość zależy głównie od rozwoju sytuacji dotyczącej: faktycznego społecznego uznania bądź nieuznania za środek wymiany

i przechowywania wartości; regulacji prawnych; możliwości tworzenia wartości dodanej dzięki wbudowanym funkcjom, nieodłącznym od sieci danej kryptowaluty; rozwoju nowych dodatkowych funkcji; powstawania projektów konkurencyjnych (substytucyjnych); powstawania projektów komplementarnych oraz wynikającego z tego efektu synergii; nowych zastosowań już istniejących projektów kryptowalutowych.

Źródło finansowania badania

Badanie zostało zrealizowane w ramach projektu *Przeprowadzenie prac badawczo-rozwojowych przez EMPIRICA SA w celu opracowania algorytmu zarządzania płynnością instrumentów opartych na technologii blockchain*, współfinansowanego z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego – Regionalnego Programu Operacyjnego Województwa Dolnośląskiego 2014–2020 (EFRR RPO WD 2014–2020).

Bibliografia

- Ammous, S. (2018). *The bitcoin standard. The decentralized alternative to central banking*. Wiley.
- Bank of England. (2021, 15 czerwca). *Innovation to serve the public interest – speech by Andrew Bailey*. <https://www.bankofengland.co.uk/speech/2021/june/andrew-bailey-cityuk-annual-conference>.
- Baran, P. (1962). *On Distributed Communications Networks*. <https://www.rand.org/pubs/papers/P2626.html>.
- Benson, K., Faff, R., Smith, T. (2015). Injecting liquidity into liquidity research. *Pacific-Basin Finance Journal*, 35B, 533–540. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2015.10.001>.
- Cermak, V. (2017, 2 maja). *Can Bitcoin Become a Viable Alternative to Fiat Currencies? An empirical analysis of Bitcoin's volatility based on a GARCH model*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2961405>.
- Chen, S., Chen, C. Y.-H., Härdle, W. K., Lee, T., Ong, B. (2016). *A first econometric analysis of the CRIX family* (SFB 649 Discussion Paper 2016-031). <https://doi.org/10.2139/ssrn.2832099>.
- Chohan, U. W. (2017, 12 lutego). *A History of Dogecoin* (Discussion Paper: Notes on the 21st Century). <https://doi.org/10.2139/ssrn.3091219>.
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 1–16. <https://doi.org/10.3390/jrfm10040017>.
- Corbet, S., Lucey, B., Urquhart, A., Yarovaya, L. (2019). Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62, 182–199. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.09.003>.
- Cottrell, A., Lucchetti, R. (2022). *Gretl User's Guide*. <https://gretl.sourceforge.net/gretl-help/gretl-guide.pdf>.
- Díaz, A., Escribano, A. (2020). Measuring the multi-faceted dimension of liquidity in financial markets: A literature review. *Research in International Business and Finance*, 51, 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.101079>.

- Doornik, J. A., Hansen, H. (2008). An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 70(s1), 927–939. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2008.00537.x>.
- Franke, J., Härdle, W. K., Hafner, C. M. (2019). *Statistics of Financial Markets: An Introduction* (5th edition). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-13751-9>.
- Friedman, Z. (2021, 3 stycznia). *Bitcoin Jumps To \$34,000, But Here's Why Warren Buffett Will Never Own It*. <https://www.forbes.com/sites/zackfriedman/2021/01/03/bitcoin-hit-34000-but-heres-why-warren-buffett-will-never-own-it/?sh=517076542bba>.
- Hamrick, J. T., Rouhi, F., Mukherjee, A., Feder, A., Gandal, N., Moore, T., Vasek, M. (2021). An examination of the cryptocurrency pump and dump ecosystem. *Information Processing and Management*, 58(4), 1–35. <https://doi.org/10.1016/j.ipm.2021.102506>.
- Imisiker, S., Tas, B. K. O. (2018). Wash trades as a stock market manipulation tool. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 20, 92–98. <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2018.08.004>.
- Jarque, C. M., Bera, A. K. (1987). A Test for Normality of Observations and Regression Residuals. *International Statistical Review*, 55(2), 163–172. <https://doi.org/10.2307/1403192>.
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>.
- Lilliefors, H. W. (1969). On the Kolmogorov-Smirnov Test for the Exponential Distribution with Mean Unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 64(325), 387–389. <https://doi.org/10.1080/01621459.1969.10500983>.
- Montag, T. (2018, 1 maja). *Warren Buffett explains one thing people still don't understand about bitcoin*. <https://www.cnbc.com/2018/05/01/warren-buffett-bitcoin-isnt-an-investment.html>.
- Nakamoto, S. (2008, 31 października). *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*. <https://nakamotoinstitute.org/bitcoin/>.
- Olbryś, J., Mursztyn, M. (2016). Głębokość rynku jako jeden z wymiarów płynności Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie SA. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, (1), 101–112. <https://doi.org/10.18276/frfu.2016.79-07>.
- Olbryś, J., Mursztyn, M. (2017a). Dimensions of Market Liquidity: The Case of the Polish Stock Market. W: N. Tsounis, A. Vlachvei (red.), *Advances in Applied Economic Research* (s. 151–166). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48454-9_12.
- Olbryś, J., Mursztyn, M. (2017b). Elastyczność rynku jako jeden z wymiarów płynności Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. *Zarządzanie i Finanse. Journal of Management and Finance*, 15(3), 21–36. http://wzr.ug.edu.pl/zif/5_2.pdf.
- Pennec, G. L., Fiedler, I., Ante, L. (2021). Wash trading at cryptocurrency exchanges. *Finance Research Letters*, 43. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101982>.
- Piech, K. (red.). (2016). *Leksykon pojęć na temat technologii blockchain oraz kryptowalut*. Ministerstwo Cyfryzacji. https://www.gov.pl/documents/31305/0/leksykon_pojec_na_temat_tehnologii_blockchain_i_kryptowalut.pdf/77392774-1180-79ab-4dd5-089ffab37602.
- Shapiro, S. S., Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3–4), 591–611. <https://doi.org/10.1093/biomet/52.3-4.591>.
- Shrivastava, G., Le, D.-N., Sharma, K. (red.). (2020). *Cryptocurrencies and Blockchain Technology Applications*. Wiley-Scrivener Publishing. <https://doi.org/10.1002/9781119621201>.

- Statista. (b.r. a). *Bitcoin market dominance – its market cap relative to the market cap of all other cryptocurrencies in the world – from April 2013 up until November 15, 2022*. Pobrane 25 października 2021 r. z <https://www.statista.com/statistics/1269669/bitcoin-dominance-historical-development/>.
- Statista. (b.r. b). *Overall cryptocurrency market capitalization per week from July 2010 to November 2022*. Pobrane 2 listopada 2021 r. z <https://www.statista.com/statistics/730876/cryptocurrency-maket-value/>.
- Trimborn, S., Härdle, W. K. (2018). CRIX an Index for cryptocurrencies. *Journal of Empirical Finance*, 49, 107–122. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2018.08.004>.
- Yermack, D. (2013). *Is Bitcoin a Real Currency? An economic appraisal* (NBER Working Paper No. 19747). <https://doi.org/10.3386/w19747>.

Ocena poziomu rozwoju gospodarczego województw z zastosowaniem metod porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym

Jadwiga Bożek^a, Janina Szewczyk^b, Elżbieta Badach^c, Sławomir Lisek^d

Streszczenie. Badania rozwoju gospodarczego województw są ważne w kontekście polityki wyrównywania różnic regionalnych. Potrzebę prowadzenia takich analiz uzasadniają utrzymujące się od lat dysproporcje w rozwoju województw. Głównym celem badania omawianego w artykule jest określenie kierunku i wielkości zmian poziomu rozwoju gospodarczego województw. Zamierzenie to zrealizowano poprzez zastosowanie metod porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym. Dodatkowym celem, o charakterze metodycznym, jest porównanie dwóch metod normowania zmiennych w ujęciu dynamicznym, tj. metody Strahl oraz unitaryzacji zerowanej. Badanie przeprowadzono na podstawie danych GUS zgromadzonych w Banku Danych Lokalnych za lata 2010–2020. Wyznaczono syntetyczny miernik poziomu rozwoju i sporządzono rankingi województw oraz porównano skalę zmian w poziomie rozwoju województw w badanym okresie.

Przeprowadzona analiza wykazała wzrost poziomu rozwoju we wszystkich województwach, nierównomierne tempo zmian oraz utrzymujące się dysproporcje w rozwoju gospodarczym województw. Największy wzrost wartości rozpatrywanego wskaźnika poziomu rozwoju nastąpił w województwach najbardziej rozwiniętych gospodarczo: mazowieckim, dolnośląskim, wielkopolskim i małopolskim. Zastosowanie obu metod normowania zmiennych prowadzi do podobnych wniosków. Różnice dotyczą wartości wskaźnika poziomu rozwoju, co ma wpływ na ocenę wielkości i kierunku zmian oraz dystansu między obiektami.

Słowa kluczowe: rozwój gospodarczy województw, metoda Strahl, metoda unitaryzacji zerowanej, ujęcie dynamiczne

JEL: C10, O12, O18, R12

^a Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Polska / University of Agriculture in Krakow, Faculty of Agriculture and Economics, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0322-5646>. E-mail: rbozek@cyf-kr.edu.pl.

^b Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Polska / University of Agriculture in Krakow, Faculty of Agriculture and Economics, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8597-0422>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: janina.szewczyk@urk.edu.pl.

^c Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Polska / University of Agriculture in Krakow, Faculty of Agriculture and Economics, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5355-0810>. E-mail: rbbadach@cyf-kr.edu.pl.

^d Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Polska / University of Agriculture in Krakow, Faculty of Agriculture and Economics, Poland. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6520-7203>. E-mail: slawomir.lisek@urk.edu.pl.

Assessment of the level of economic development of Polish voivodships by means of linear ordering methods in the dynamic approach

Abstract. The research on the economic development of voivodships is important in the context of the policy of levelling regional disparities and has been necessitated by the fact the disproportions in the level of the economic development of Polish voivodships have persisted for years. The main aim of this study was to determine the direction and scope of changes affecting the level of economic development of particular voivodships. To this end, the study used linear ordering methods in the dynamic approach. The additional aim, of the methodological nature, was to compare two methods of the normalisation of variables – the Strahl quotient transformation and the zero unitarisation method. The research was conducted on the basis of relevant data from Statistics Poland's Local Data Bank database for the years 2010–2020. The results of the study include the calculation of the synthetic measure of the level of development of Polish voivodships in the studied period, the compilation of the relevant ranking of the voivodships, and the comparison of changes thereof.

The performed analysis demonstrated that all the voivodships developed economically in the examined period, but the changes took place at a different pace and the disparities between them remained. The indicator of economic development grew to the largest extent in the voivodships which were already the most developed in economic terms, i.e. in the Mazowieckie, Dolnośląskie, Wielkopolskie and Małopolskie voivodships. Both of the applied methods of the variable normalisation led to similar conclusions. The differences between them concerned the value of the development level indicator, and affected to some degree the assessment of the scope and direction of changes, along with the assessment of the distance between the objects.

Keywords: economic development of voivodships, Strahl method, zero unitarisation method, dynamic approach

1. Wprowadzenie

Rozwój gospodarczy jest powszechnie rozumiany jako występowanie pozytywnych zmian w gospodarce w ujęciu czasowym oraz przestrzennym. Chociaż ekonomiści są zgodni co do tego, że rozwój wyraża się w ilościowym i jakościowym wzroście dóbr i usług konsumpcyjnych oraz produkcyjnych, to dotychczas nie wypracowano jego jednoznacznego i powszechnie stosowanego miernika. Rozwój gospodarczy bywa zatem najczęściej wąsko analizowany poprzez wzrost wolumenu produkcji mierzono go za pomocą PKB lub dochodu narodowego per capita i jego struktury (Woźniak, 2014).

Rozwój jest procesem długofalowym, dotyczącym ogółu struktur gospodarczych. Rozwój kraju jest efektem wzrostu potencjału gospodarczego regionów, a jego monitorowanie i wspieranie w układzie zarówno regionalnym, jak i lokalnym stanowi jedno z najważniejszych zadań mających wpływ na rozwój w skali makro (Michoń, 2017). Warunki geograficzno-przyrodnicze, a także konsekwencje oddziaływania

niejednorodnych czynników społeczno-ekonomicznych sprawiają, że poszczególne regiony charakteryzują się odmienną sytuacją gospodarczą, a co za tym idzie – są zróżnicowane pod względem poziomu zagospodarowania i rozwoju. Prowadzi to do polaryzacji i dywergencji, których skutkiem może być depopulacja i degradacja niektórych obszarów (Badach i in., 2021).

Aby rozwój regionalny był możliwy i efektywny z ekonomicznego oraz społecznego punktu widzenia, powinien się opierać na lokalnych czynnikach wzrostu i lokalnej przedsiębiorczości (Kuciński, 2010). Wśród czynników rozwoju regionalnego można wyodrębnić trzy grupy (Churski, 2008):

- infrastrukturę techniczną – obejmującą dostęp do urządzeń i sieci: wodno-kanalizacyjnej, energetycznej, gazowej, centralnego ogrzewania, telekomunikacyjnej, komputerowej, transportowej;
- kapitał ludzki – tworzony przez zasoby wykwalifikowanej i wykształconej siły roboczej, rozumiany także jako dostęp do oferty edukacyjnej umożliwiającej kształcenie ustawiczne i dostosowywanie się do zmieniających się potrzeb rynku pracy;
- czynniki miękkie, w tym kapitał społeczny i innowacyjność – stworzenie warunków do budowania gospodarki opartej na wiedzy, dostęp do nowych technologii, dyfuzja innowacji, kultura organizacyjna i wyposażenie instytucjonalne.

W literaturze przedmiotu już wielokrotnie podejmowano próby sprecyzowania pojęcia *rozwój regionalny* i opracowania uniwersalnych mierników poziomu zjawiska, ale z uwagi na jego złożoność nie udało się tego uczynić w sposób jednoznaczny. Ze statystycznego punktu widzenia rozwój gospodarczy jest zjawiskiem wielowymiarowym, opisywanym za pomocą wielu charakterystyk (zmiennych diagnostycznych), którego pomiar jest możliwy, ale niejednoznaczny (Kłóska, 2015). Zasadniczy problem dotyczy doboru określonych charakterystyk pozwalających na kwantyfikację obszaru badawczego. Można go rozpatrywać w różnych aspektach, które wymagają uszczegółowienia poprzez dobranie i zastosowanie starannie przemyślanego zestawu mierników. Powszechnie uznane, uniwersalne rozwiązania tego problemu nie istnieją.

Badacze zajmujący się kwestią rozwoju regionalnego i konstrukcją jego mierników wykorzystują szeroki wachlarz zmiennych diagnostycznych dostępnych w statystyce publicznej, a następnie na bazie kryteriów merytorycznych i statystycznych dokonują redukcji zbioru, wyłaniając w ten sposób zestaw stanowiący bazę konstrukcji miernika syntetycznego (Grabiński i in., 1989). Na tym etapie badań napotyka się jednak wiele przeszkód związanych przede wszystkim z brakiem lub ograniczoną dostępnością określonych danych statystycznych.

Głównym celem badania omawianego w artykule jest określenie kierunku i wielkości zmian poziomu rozwoju gospodarczego województw, a celem dodatkowym (o charakterze metodycznym) – porównanie dwóch metod normowania zmiennych w ujęciu dynamicznym: metody ilorazowej Strahl oraz metody unitaryzacji zerowanej.

2. Metoda badania

Przedmiotem badania były zmiany poziomu rozwoju gospodarczego województw w latach 2010–2020. Analizę przeprowadzono na podstawie danych Głównego Urzędu Statystycznego wygenerowanych z Banku Danych Lokalnych (BDL)¹.

Zastosowano metodę porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych. Normowanie zmiennych przeprowadzono dwiema metodami w ujęciu dynamicznym: metodą ilorazową Strahl oraz metodą unitaryzacji zerowanej. Przy zastosowaniu kolejno obu metod obliczono dynamiczny wskaźnik poziomu rozwoju (DWPR), na podstawie którego sporządzono rankingi województw, oraz wielkość zmian w poziomie rozwoju poszczególnych województw w okresie objętym analizą.

Rozwój gospodarczy jest zależny od wielu czynników, takich jak: poziom PKB, nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach, liczba podmiotów gospodarczych i poziom infrastruktury technicznej. Problematykę związaną z czynnikami i warunkowaniami rozwoju gospodarczego oraz precyzyjne sformułowanie pojęć z tego zakresu przedstawiono m.in. w pracy Paryska (2018). W badaniach tego typu zjawisk złożonych, opisywanych przez wiele zmiennych, często stosuje się metodę porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych, która pozwala porównać obiekty ze względu na poziom badanego zjawiska. Istotą tej metody stanowi konstrukcja zmiennej syntetycznej, na podstawie wartości której sporządzany jest ranking obiektów pod względem poziomu badanego zjawiska. W ten sposób można zidentyfikować jednostki (województwa) opóźnione w rozwoju.

Analizę można przeprowadzić w dwóch różnych ujęciach: statycznym i dynamicznym (Grabiński i in., 1989). W ujęciu statycznym bierze się pod uwagę dane z każdego roku oddzielnie, nie uwzględniając danych z innych lat (Bąk i Wawrzyniak, 2016; Chrzanowska i Drejerska, 2016; Kisielińska, 2017; Kukula, 2017; Ziemiańczyk, 2010; Ziolo i Jaworska, 2007). Na podstawie sporządzonych rankingów można obserwować zmianę pozycji obiektów w badanych latach, ale nie można ocenić wielkości zmian, jakie zaszły w poziomie badanego zjawiska w okresie objętym analizą. W ujęciu dynamicznym uwzględnia się natomiast dane z wszystkich lat jednocześnie, co umożliwia, oprócz sporządzenia rankingu, także kwantyfikację zmian poziomu badanego zjawiska w poszczególnych obiektach w okresie objętym analizą (Bożek i Szewczyk, 2021; Bożek i in., 2021a, 2021b; Stec, 2012; Szewczyk i in., 2021).

¹ <https://bd.l.stat.gov.pl>.

W metodzie porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych wyróżnia się następujące etapy: wybór zmiennych diagnostycznych, określenie współczynników ważności (wag) zmiennych, normalizację zmiennych, konstrukcję zmiennej syntetycznej i stworzenie rankingu obiektów. Na każdym etapie istnieje możliwość wyboru zestawu zmiennych diagnostycznych, sposobu normalizacji zmiennych czy sposobu konstrukcji zmiennej syntetycznej². Ponieważ wybory dokonywane przez badacza na poszczególnych etapach determinują wynik badania, rezultaty badań danego zjawiska prowadzonych przez różnych badaczy mogą być odmienne. Problem ten był poruszany przez wielu autorów (Bożek, 2002; Dębowska i Jarocka, 2013; Jarocka, 2015; Kisielińska, 2016; Pawełek, 2008; Walesiak, 2014). W badaniu omawianym w niniejszym artykule autorzy poszerzyli analizę o dodatkowy etap – określenie wielkości (kwantyfikację) zmian poziomu rozwoju badanych obiektów.

Punktem wyjścia w metodzie porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych jest wybór zmiennych diagnostycznych opisujących badane zjawisko. W badaniach rozwoju gospodarczego autorzy stosują różne zestawy zmiennych diagnostycznych (Endovitskaya i in., 2019; Józefowicz i Smolińska, 2019; Malina, 2020; Prus i Król, 2017; Stec, 2012; Ziemiańczyk, 2010). Wyboru zmiennych dokonuje się na podstawie kryteriów merytorycznych – dobiera się takie cechy, które są ważnymi wskaźnikami badanego zjawiska. Następnie zgromadzone zmienne weryfikuje się za pomocą określonych kryteriów jakościowych z punktu widzenia celu analizy, a potem poddaje weryfikacji statystycznej polegającej na wyznaczeniu wartości bezwzględnej współczynnika zmienności oraz współczynników korelacji liniowej pomiędzy zmiennymi. Wartość bezwzględna współczynników zmienności powinna wynosić co najmniej 10% (co decyduje o przydatności cechy do różnicowania obiektów). Ponadto wybrane zmienne nie powinny być ze sobą silnie skorelowane, ponieważ wówczas będą nośnikami podobnej informacji. W przypadku wskaźników zasadnych merytorycznie niższy poziom współczynnika zmienności oraz wysoka korelacja nie muszą eliminować ich z badania.

Wyboru zmiennych do analiz zaprezentowanych w niniejszej pracy dokonano na podstawie kryteriów merytorycznych, wspomagając się także przeglądem literatury. Wytypowane zmienne poddano weryfikacji statystycznej. Obliczono macierz korelacji między zmiennymi dla każdego roku z okresu objętego analizą. W efekcie z początkowego zestawu 15 zmiennych opisujących województwa pod względem poziomu rozwoju gospodarczego ostatecznie przyjęto do dalszej analizy 12 (zob. zestawienie). Wybrane zmienne diagnostyczne były stosowane w badaniach przez wielu autorów (Malina, 2020; Michoń, 2017; Miłek, 2018; Siudek i in., 2017). Analizę przeprowadzono przy założeniu jednakowych wag przyjętych zmiennych diagnostycznych.

² Przykłady stosowania metody porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych przy różnych wariantach wyboru na poszczególnych etapach zawiera praca Kisielińskiej i in. (2021).

Zestawienie zmiennych diagnostycznych opisujących poziom rozwoju gospodarczego województw

Symbol	Nazwa i jednostka
X_1	produkt krajowy brutto per capita w zł
X_2	przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto w zł
X_3	liczba podmiotów gospodarczych na 1000 osób w wieku produkcyjnym
X_4	liczba nowo utworzonych miejsc pracy na 1000 osób w wieku produkcyjnym
X_5	nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach per capita w zł
X_6	produkcja sprzedana przemysłu per capita w zł
X_7	dochody własne budżetów samorządów lokalnych per capita w zł
X_8	udział mieszkańców korzystających z wodociągu w %
X_9	udział mieszkańców korzystających z kanalizacji w %
X_{10}	udział mieszkańców korzystających z gazu w %
X_{11}	drogi o twardej nawierzchni w km na 100 km ²
X_{12}	nowe budynki mieszkalne na 1000 osób

Uwaga. Wszystkie badane zmienne są stymulantami; ich wyższa wartość pozwala zakwalifikować obiekty jako lepsze.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z BDL.

Następnym etapem jest normowanie zmiennych. W pracy zastosowano dwie metody: metodę Strahl i metodę unitaryzacji zerowanej (MUZ), które są często stosowane w ujęciu statycznym (Bąk i Szczecińska, 2015; Kisielińska, 2016, 2017; Kukuła, 1999; Kukuła i Luty, 2015; Lisek, 2015; Misztal, 2017). Metoda unitaryzacji zerowanej w ujęciu dynamicznym została zastosowana w najnowszych publikacjach (Bożek i Szewczyk, 2021; Bożek i in., 2021b; Sompolska-Rzechuła i Kurdyś-Kujawska, 2022; Szewczyk i in., 2021). W niniejszej pracy zastosowano metodę Strahl w ujęciu dynamicznym i porównano otrzymane wyniki z rezultatami uzyskanymi za pomocą MUZ również w ujęciu dynamicznym.

Poszczególne etapy obliczeń w metodzie porządkowania liniowego można przedstawić następująco:

Dany jest zbiór m obiektów (województw), z których każdy opisany jest przez n zmiennych (cech) w latach $t = 1, \dots, T$. Dane można więc przedstawić w postaci macierzy obserwacji $\mathbf{X}$:

$$\mathbf{X} = [x_{ijt}] \quad (i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T), \quad (1)$$

gdzie x_{ijt} oznacza wartość j -ej zmiennej w i -tym obiekcie (województwie) w roku t .

Metoda porządkowania liniowego jest najczęściej stosowana w ujęciu statycznym (Bąk i Wawrzyniak, 2016; Chrzanowska i Drejerska, 2016; Kisielińska, 2017; Kukuła,

2017; Lisek i Luty, 2019; Wojewodzie, 2002). Kolejność postępowania jest wówczas następująca:

Dla każdej zmiennej j wyznacza się jej najmniejszą wartość dla każdego roku t :

$$MIN_{jt} = \min_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T). \quad (2)$$

Podobnie wyznacza się największą wartość każdej ze zmiennych w badanych latach:

$$MAX_{jt} = \max_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T). \quad (3)$$

Następnie przeprowadza się normowanie zmiennych według wzorów (dla metod przyjętych w pracy):

a) metodą Strahl (Strahl, 1978):

$$z_{ijt}^s = \frac{x_{ijt}}{MAX_{jt}} \quad \text{dla stymulant,} \quad (4)$$

$$z_{ijt}^s = \frac{MIN_{jt}}{x_{ijt}} \quad \text{dla destymulant,} \quad (5)$$

gdzie indeks s oznacza ujęcie statyczne;

b) MUZ (Kukuła, 2000):

$$z_{ijt}^s = \frac{x_{ijt} - \min_i x_{ijt}}{q_{jt}} \quad \text{dla stymulant,} \quad (6)$$

$$z_{ijt}^s = \frac{\max_i x_{ijt} - x_{ijt}}{q_{jt}} \quad \text{dla destymulant,} \quad (7)$$

$$\text{gdzie } q_{jt} = \max_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} - \min_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T). \quad (8)$$

W kolejnym kroku dla każdego i -tego obiektu oblicza się wartość zmiennej syntetycznej w roku t (W_{it}):

$$W_{it}^s = \sum_{j=1}^n z_{ijt}^s \quad (i = 1, 2, \dots, m; \quad t = 1, 2, \dots, T). \quad (9)$$

Na podstawie wartości zmiennej syntetycznej sporządza się ranking obiektów dla każdego roku. Podobieństwo rankingów zbadano, posługując się współczynnikiem korelacji rang Spearmana. Na podstawie tych rankingów można np. identyfikować obiekty, których poziom rozwoju odstaje od pozostałych, i obserwować zmianę ich pozycji na przestrzeni badanych lat. Nie można jednak określić wielkości zmian w poziomie rozwoju tych obiektów. Przykładowo niech wartość i -tej zmiennej w danym obiekcie w roku t_1 wynosi 40, a maksymalna wartość tej zmiennej w tym roku wynosi 80. Wówczas wartość owej zmiennej po unormowaniu metodą Strahl wynosi 0,5. Jeżeli natomiast w roku t_2 wartość tej zmiennej wzrosła do 60, a wartość maksymalna do 120, to po unormowaniu zmienna ta nadal przybiera wartość 0,5. W ten sposób zmiany nie są odzwierciedlone w wartości zmiennej po unormowaniu, a także w wartości zmiennej syntetycznej³. Natomiast w ujęciu dynamicznym zmiany w danych wyjściowych są odzwierciedlone w wartościach po unormowaniu. W pracy zostało zastosowane ujęcie dynamiczne, a obliczenia przeprowadzono według poniższej procedury:

Podobnie jak w ujęciu statycznym, dla każdej zmiennej j wyznaczono jej najmniejszą wartość dla każdego roku t :

$$MIN_{jt} = \min_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T). \quad (10)$$

W wyniku otrzymano dla każdej j -ej zmiennej zbiór T -elementowy $\{MIN_{j1}, MIN_{j2}, \dots, MIN_{jT}\}$.

Następnie wyznaczono minimum spośród tych wartości (tzn. najmniejszą wartość, jaką j -a zmienna osiąga w całym okresie objętym analizą):

$$MIN_j = \min_{t=1, 2, \dots, T} (MIN_{jt}) \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (11)$$

Podobnie wyznaczono największą wartość każdej z cech w badanych latach:

$$MAX_{jt} = \max_{i=1, 2, \dots, m} x_{ijt} \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T), \quad (12)$$

a następnie maksimum spośród tych wartości:

$$MAX_j = \max_{t=1, 2, \dots, T} (MAX_{jt}) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

³ Podobne wyjaśnienie w przypadku MUZ zamieszczono w pracy Bożek i in. (2021a).

i przeprowadzono normowanie według wzorów:

a) metodą Strahl:

$$z_{ijt}^d = \frac{x_{ijt}}{MAX_j} \quad \text{dla stymulant,} \quad (14)$$

$$z_{ijt}^d = \frac{MIN_j}{x_{ijt}} \quad \text{dla destymulant,} \quad (15)$$

gdzie indeks d oznacza ujęcie dynamiczne.

Zmienna unormowana metodą Strahl w ujęciu dynamicznym wskazuje, jaką część (a po pomnożeniu przez 100, jaki odsetek) jej wartości maksymalnej w badanym okresie stanowi wartość zmiennej opisującej dany obiekt. W metodzie tej zmienne unormowane przyjmują wartości z przedziału $\left[\frac{MIN_j}{MAX_j}, 1\right]$;

b) MUZ (Bożek i in., 2021b):

$$z_{ijt}^d = \frac{x_{ijt} - MIN_j}{Q_j} \quad \text{dla stymulant,} \quad (16)$$

$$z_{ijt}^d = \frac{MAX_j - x_{ijt}}{Q_j} \quad \text{dla destymulant,} \quad (17)$$

$$\text{gdzie } Q_j = MAX_j - MIN_j \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (18)$$

W metodzie unitaryzacji zerowanej zmienne unormowane przyjmują wartości z przedziału $[0, 1]$. Wyższa wartość zmiennej oznacza, że dany obiekt jest lepszy pod względem tej zmiennej.

W kolejnym kroku dla każdego i -tego obiektu obliczono wartość zmiennej syntetycznej w roku t (W_{it}^d) i dynamiczny wskaźnik poziomu rozwoju (P_{it}^d):

$$W_{it}^d = \sum_{j=1}^n z_{ijt}^d \quad (i = 1, 2, \dots, m; \quad t = 1, 2, \dots, T), \quad (19)$$

$$P_{it}^d = \frac{W_{it}^d}{n}. \quad (20)$$

Miernik⁴ P_{it}^d przyjmuje wartości z przedziału $[0, 1]$, przy czym jego większa wartość oznacza województwo o wyższym poziomie rozwoju w roku t . Umożliwia to

⁴ Opisując P_{it}^d , autorzy zamiennie stosują określenia *miernik* i *wskaźnik*.

sporządzenie rankingu obiektów pod względem poziomu rozwoju. Natomiast porównanie wartości tego wskaźnika dla tego samego obiektu w latach t_1 i t_2 pozwala ocenić kierunek i wielkość zmian, jakie zaszły w tym obiekcie w czasie od t_1 do t_2 . Spełnienie warunku $P_{it_1}^d < P_{it_2}^d$ oznacza, że w i -tym obiekcie poziom rozwoju w roku t_2 jest wyższy niż w roku t_1 . Różnica pomiędzy tymi wartościami ($s_{i,t_1t_2}^d$) oznacza wielkość zmiany, jaka zaszła w obiekcie i w czasie od t_1 do t_2 (Bożek i in., 2021b):

$$s_{i,t_1t_2}^d = P_{it_2}^d - P_{it_1}^d. \quad (21)$$

Obie metody normowania zmiennych w ujęciu dynamicznym umożliwiają określenie stopnia wielkości zmian w poziomie rozwoju obiektów, jednak metoda Strahl pozwala na uzyskanie wyników dokładniej obrazujących rzeczywistość. Przykładowo jeżeli dany obiekt osiąga najmniejsze wartości dla wszystkich zmiennych, które stanowią połowę wartości maksymalnych tych zmiennych, to w metodzie unitaryzacji zerowanej poziom jego rozwoju wynosi 0, podczas gdy w metodzie Strahl – 0,5. Metoda Strahl umożliwia więc dokładniejsze opisanie rzeczywistości – zawiera więcej informacji i nie powoduje sztucznego zwiększenia dysproporcji (dystansu) między obiektami⁵. Ponadto wyniki uzyskane metodą Strahl można interpretować bezpośrednio (bez dodatkowych przeliczeń) w ujęciu procentowym, co jest niewątpliwym walorem tej metody. Gdyby przyjąć jako obiekt wzorcowy taki, w którym wartości cech są maksymalne (w okresie objętym analizą), to poziom rozwoju P_i i -tego obiektu oznacza (w przeliczeniu na procenty, czyli po przemnożeniu przez 100), jaki procent poziomu rozwoju obiektu wzorcowego stanowi poziom rozwoju obiektu i -tego. Wskaźnik $s_{i,t_1t_2}^d$ (po przemnożeniu przez 100) określa, o ile punktów procentowych zmienił się poziom badanego zjawiska w okresie objętym analizą. Należy jednak zaznaczyć, że metoda Strahl może być stosowana, gdy wszystkie zmienne

⁵ Załóżmy, że mamy trzy obiekty (O_1 , O_2 , O_3) opisane przez jedną cechę X_1 , której wartości oraz wartości zmiennej unormowanej (równe w tym przypadku zmiennej syntetycznej, ponieważ jest jedna cecha) podane są w poniższej tabeli:

Wyszczególnienie	O_1	O_2	O_3
X_1	5	8	10
Po unormowaniu MUZ	0	0,6	1
Po unormowaniu Strahl	0,5	0,8	1

Wówczas dystans między obiektami przedstawia się następująco:

Metody	$O_3 - O_1$	$O_3 - O_2$	$O_2 - O_1$
MUZ	1	0,4	0,6
Strahl	0,5	0,2	0,3

Według MUZ dystans między obiektami jest dużo większy. Jest to jednak kwestia interpretacji. W MUZ dystans między obiektami można interpretować graficznie jako odległość punktów w przedziale $[0, 1]$, natomiast metoda Strahl umożliwia interpretację w punktach procentowych (O_3 przewyższa O_1 o 50 p.proc.).

przyjmują wartości dodatnie oraz gdy maksimum (dla stymulanty) lub minimum (dla destymulanty) jest różne od 0. MUZ nie ma takich ograniczeń.

Na podstawie wartości dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju P_{it}^d dokonano podziału województw na grupy w następujący sposób⁶:

- grupa I – wysoki poziom zjawiska: $P_{it}^d > \bar{P} + s_P$,
- grupa II – średni poziom zjawiska: $\bar{P} < P_{it}^d \leq \bar{P} + s_P$,
- grupa III – niski poziom zjawiska: $\bar{P} - s_P < P_{it}^d \leq \bar{P}$,
- grupa IV – bardzo niski poziom zjawiska: $P_{it}^d \leq \bar{P} - s_P$,

gdzie:

P_{it}^d – wartość dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju w i -tym obiekcie (województwie) w roku t ,

$\bar{P}$ – średnia arytmetyczna dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju, obliczona z wszystkich badanych obiektów i lat: $\bar{P} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m P_{it}^d}{m \cdot T}$,

s_P – odchylenie standardowe dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju, obliczone z wszystkich badanych obiektów i lat: $s_P = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m (P_{it}^d - \bar{P})^2}{m \cdot T}}$.

3. Poziom rozwoju gospodarczego województw – wyniki badań

W pracy przedstawiono analizę zmian poziomu rozwoju gospodarczego województw w okresie 2010–2020 oraz w podokresach: 2010–2015 i 2015–2020. Tablica 1 zawiera podstawowe charakterystyki zmiennych diagnostycznych dla wszystkich województw w latach 2010, 2015 i 2020. Dodatkowo zamieszczono w niej dane za 2019 r., aby pokazać zmiany, jakie nastąpiły w 2020 r., który był specyficzny ze względu na pandemię wywołaną wirusem SARS-CoV-2 (Fezzi i Fanghella, 2020; Verschuur i in., 2021).

Prawie wszystkie zmienne przyjęte do analizy (z wyjątkiem X_8) charakteryzują się dostateczną zdolnością dyskryminacyjną (wartość współczynnika zmienności V przekracza 10%). Jedynie w przypadku zmiennej X_8 , oznaczającej procentowy udział mieszkańców korzystających z wodociągu, wartość bezwzględna współczynnika zmienności jest mniejsza od 10%. Zmienna ta stanowi ważny wskaźnik rozwoju, dlatego została uwzględniona w dalszej analizie.

⁶ Podział na grupy przy użyciu średniej i odchylenia standardowego jest często stosowany w metodzie porządkowania liniowego w ujęciu statycznym (Józefowicz i Smolińska, 2019; Milek, 2018; Zeliaś, 2000).

Tabl. 1. Podstawowe charakterystyki zmiennych diagnostycznych opisujących poziom rozwoju gospodarczego

Lata	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
Średnia												
2010	34 222,7	3 181,4	151,1	22,6	2 644,6	22 273,6	1 827,7	87,7	61,6	49,9	91,2	1,7
2015	42 413,1	3 857,7	165,8	22,3	3 962,6	28 725,5	2 432,5	92,1	69,4	49,5	96,4	1,9
2019	53 727,7	4 833,9	185,2	26,0	4 557,6	37 336,1	3 237,3	92,5	70,7	50,2	101,4	2,1
2020	54 680,2	5 174,0	193,6	18,4	4 224,4	36 643,4	3 517,7	92,6	71,1	51,6	103,4	2,3
Maksimum												
2010	59 672,0	4 279,6	203,5	36,8	5 376,0	39 353,0	2 879,8	94,5	75,4	71,9	172,4	2,3
2015	74 568,0	5 098,6	233,4	37,7	7 195,0	46 246,0	3 767,3	96,7	82,7	72,3	175,5	2,5
2019	96 725,0	6 248,5	167,1	42,3	8 957,0	59 796,0	4 759,6	97,0	83,7	72,7	178,7	3,0
2020	98 237,0	6 581,8	279,3	30,8	8 110,0	59 717,0	4 939,7	97,0	83,9	74,1	181,9	3,1
Minimum												
2010	25 993,0	2 877,4	112,3	16,4	1 581,0	11 247,0	1 243,3	75,4	47,2	26,9	52,3	1,1
2015	32 230,0	3 495,0	122,8	15,2	2 078,0	15 946,0	1 723,0	80,4	52,1	28,1	55,2	1,3
2019	40 771,0	4 319,5	138,6	15,3	2 389,0	20 223,0	2 437,3	81,2	53,6	29,2	57,9	1,3
2020	41 315,0	4 707,8	145,4	11,3	2 498,0	19 855,0	2 775,0	81,1	53,9	29,9	59,3	1,6
Rozstęp												
2010	33 679,0	1 402,1	91,2	20,4	3 795,0	28 106,0	1 636,6	19,1	28,2	45,0	120,1	1,2
2015	42 338,0	1 603,5	110,6	22,5	5 117,0	30 300,0	2 044,3	16,3	30,6	44,2	120,3	1,2
2019	55 954,0	1 929,0	128,5	27,0	6 568,0	39 573,0	2 322,4	15,8	30,1	43,5	120,8	1,7
2020	56 922,0	1 874,0	133,9	19,6	5 612,0	39 862,0	2 164,7	15,9	30,0	44,2	122,6	1,5
Współczynnik zmienności w %												
2010	24,6	11,0	17,8	24,3	36,1	38,8	22,9	7,0	13,4	24,2	36,6	21,3
2015	25,3	10,5	18,9	27,8	35,5	35,2	21,4	5,8	11,8	23,7	35,3	18,9
2019	26,4	10,0	19,4	32,0	41,4	33,1	18,1	5,5	11,3	23,1	34,9	21,8
2020	26,2	9,4	19,3	29,2	38,6	32,7	16,2	5,5	11,1	22,9	33,7	19,5
Współczynnik asymetrii												
2010	0,2	-0,1	0,1	-0,2	0,1	0,3	0,3	-0,3	0,3	0,2	-0,5	0,3
2015	0,1	0,1	0,2	0,5	0,0	0,3	0,3	-0,5	-0,2	0,3	-0,4	0,2
2019	0,2	0,4	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	-0,6	-0,3	0,1	-0,3	0,0
2020	0,2	0,4	0,3	0,1	0,2	0,3	0,4	-0,6	-0,4	0,1	-0,3	-0,2

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL.

W okresie objętym analizą województwa są najbardziej zróżnicowane pod względem zmiennej X_5 – nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach per capita ($V = 41,38\%$ w 2019 r.), a także pod względem X_{11} – drogi o twardej nawierzchni na 100 km² ($V = 36,62\%$ w 2010 r.).

Wszystkie zmienne charakteryzują się jednakowym kierunkiem zmian w czasie. Wzrasta zarówno średnia, jak i minimalna oraz maksymalna wielkość każdej zmiennej diagnostycznej. Jako że wszystkie zmienne są stymulantami, kierunek zmian jest korzystny zarówno w województwach najsłabszych (o czym świadczy systematyczny wzrost minimalnej wielkości zmiennych), w województwach przeciętnych (gdzie obserwuje się wzrost średniej wielkości zmiennych), jak i w tych najlepszych (w któ-

rych następuje wzrost maksymalnej wielkości zmiennych diagnostycznych). Natomiast zmiana wielkości rozstępu i współczynnika zmienności nie w każdym przypadku następuje w oczekiwanym kierunku. Zmniejszanie się wielkości rozstępu zmiennej oznacza upodabnianie się województw pod względem wartości tej zmiennej, co w zestawieniu z faktem, że wszystkie zmienne są stymulantami oraz że wzrastają ich średnie wartości, powinno generować sytuację korzystną z punktu widzenia rozwoju gospodarczego województw. Można byłoby to uznać za wyrównywanie dysproporcji w rozwoju. Jednak – zwłaszcza w przypadku zmiennych X_1 i X_5 – daje się zaobserwować raczej pogłębianie się różnic między obiektami niż ich niwelowanie.

Rozkłady większości zmiennych charakteryzowały się umiarkowaną asymetrią. Szczególny wzrost w poziomie wskaźnika w kierunku od wartości ujemnej do dodatnich (rosnących w kolejnych latach) zanotowano w przypadku zmiennej X_2 . Oznacza to, że w 2010 r. większość obserwacji była skupiona przy wartościach większych od średniej, a w kolejnych latach większość z nich skupiała się poniżej średniej. Wskazuje to na pogłębianie się dysproporcji w wielkości przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto wśród województw. Wyraźną ujemną asymetrią charakteryzuje się rozkład wartości zmiennej X_8 .

Zamieszczone w tabl. 1 charakterystyki przyjętych zmiennych diagnostycznych za 2019 r., w zestawieniu z 2020 r., obrazują wpływ pandemii COVID-19 na poziom rozwoju gospodarczego. W latach 2010–2019 obserwowany był wzrost wartości wszystkich zmiennych diagnostycznych, co w tabl. 1 odzwierciedla wzrost wartości charakterystyk, natomiast po 2019 r. nastąpiło załamanie tego trendu w przypadku trzech zmiennych (w ujęciu ogólnokrajowym): zmniejszyły się liczba nowo utworzonych miejsc pracy na 1000 ludności w wieku produkcyjnym, nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach per capita oraz produkcja sprzedana przemysłu per capita. Zmiany te są bardziej widoczne na poziomie poszczególnych województw. Przykładowo w woj. pomorskim produkcja sprzedana przemysłu per capita spadła z 46,8 tys. zł w 2019 r. do 40,7 tys. zł w 2020 r., a w woj. śląskim – z 55,1 tys. zł do 50,5 tys. zł. Drastycznie zmniejszyła się liczba nowo utworzonych miejsc pracy na 1000 ludności w wieku produkcyjnym w województwach (odpowiednio w latach 2019 i 2020): łódzkim – z 37,9 do 20,6, zachodniopomorskim – z 26,7 do 15,8, lubelskim – z 21,4 do 14,3.

Według wzorów podanych w rozdziale poświęconym metodzie badania obliczono DWPR dla poszczególnych województw w latach 2010, 2015 i 2020. Wartości tego miernika wyliczone z zastosowaniem normowania metodą Strahl przedstawione są w tabl. 2. Województwa uporządkowano malejąco względem wartości DWPR obliczonego dla 2010 r. Lokaty województw w rankingach utworzonych na bazie danych z lat 2015 i 2020 wraz z wartościami DWPR zaprezentowano w kolejnych kolum-

nach. Przedstawiono również podział województw na grupy pod względem poziomu rozwoju.

Tabl. 2. Lokaty województw w rankingach, przynależność do grup^a
i wartości DWPR wyznaczone metodą Strahl

Województwa	2010			2015			2020		
	lokata	$P_{i,2010}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2015}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2020}^d$	grupa
Mazowieckie	1	0,647	II	1	0,734	I	1	0,853	I
Śląskie	2	0,600	II	2	0,666	II	3	0,745	I
Dolnośląskie	3	0,569	III	3	0,656	II	2	0,786	I
Pomorskie	4	0,553	III	5	0,622	II	5	0,707	I
Wielkopolskie	5	0,548	III	4	0,633	II	4	0,732	I
Małopolskie	6	0,527	III	6	0,606	II	6	0,691	I
Zachodniopomorskie	7	0,510	III	7	0,570	III	7	0,651	II
Łódzkie	8	0,489	III	8	0,568	III	8	0,637	II
Kujawsko-pomorskie	9	0,485	III	11	0,538	III	10	0,613	II
Lubuskie	10	0,481	III	9	0,548	III	9	0,633	II
Opolskie	11	0,465	IV	10	0,546	III	12	0,605	II
Podkarpackie	12	0,454	IV	12	0,534	III	11	0,609	II
Warmińsko-mazurskie	13	0,429	IV	14	0,486	III	15	0,540	III
Świętokrzyskie	14	0,426	IV	13	0,492	III	14	0,556	III
Podlaskie	15	0,414	IV	15	0,467	IV	13	0,557	III
Lubelskie	16	0,402	IV	16	0,454	IV	16	0,532	III

a Przedstawionych w rozdz. 2 *Metoda badania*.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL.

W tabl. 3 przedstawiono wartości DWPR dla poszczególnych województw w latach 2010, 2015 i 2020 według metody unitaryzacji zerowanej. W celu ułatwienia porównań zachowano kolejność województw jak w tabl. 2. Podano również przynależność województw do grup.

Tabl. 3. Lokaty województw w rankingach, przynależność do grup
i wartości DWPR wyznaczone za pomocą MUZ

Województwa	2010			2015			2020		
	lokata	$P_{i,2010}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2015}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2020}^d$	grupa
Mazowieckie	1	0,456	II	1	0,598	I	1	0,815	I
Śląskie	2	0,422	II	2	0,529	II	5	0,586	I
Dolnośląskie	3	0,378	III	3	0,514	II	2	0,668	I
Pomorskie	4	0,365	III	5	0,476	II	3	0,601	I
Wielkopolskie	5	0,342	III	4	0,478	II	4	0,600	I
Małopolskie	7	0,266	III	7	0,400	II	8	0,499	II
Zachodniopomorskie	6	0,312	III	6	0,408	II	6	0,551	I
Łódzkie	9	0,246	III	8	0,372	III	11	0,450	II
Kujawsko-pomorskie	8	0,250	III	11	0,342	III	10	0,457	II

Tabl. 3. Lokaty województw w rankingach, przynależność do grup i wartości DWPR wyznaczone za pomocą MUZ (dok.)

Województwa	2010			2015			2020		
	lokata	$P_{i,2010}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2015}^d$	grupa	lokata	$P_{i,2020}^d$	grupa
Lubuskie	10	0,243	III	9	0,359	III	7	0,509	II
Opolskie	11	0,228	IV	10	0,356	III	9	0,465	II
Podkarpackie	13	0,167	IV	12	0,307	III	12	0,418	II
Warmińsko-mazurskie	12	0,171	IV	13	0,272	III	13	0,398	II
Świętokrzyskie	15	0,134	IV	14	0,261	III	14	0,393	II
Podlaskie	14	0,138	IV	15	0,227	IV	15	0,379	III
Lubelskie	16	0,097	IV	16	0,193	IV	16	0,318	III

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL.

Pierwsze miejsce w rankingach sporządzonych metodą Strahl zajmuje woj. mazowieckie, a następnie, w różnej kolejności w badanych latach, województwa: śląskie, dolnośląskie, pomorskie i wielkopolskie. Najniższy poziom rozwoju odnotowano w województwach: lubelskim, podlaskim, warmińsko-mazurskim i świętokrzyskim. Podobne układy można zaobserwować w rankingach uzyskanych po normowaniu MUZ (tabl. 3). Aby porównać uporządkowanie obiektów dokonane z wykorzystaniem obu metod normowania, obliczono współczynnik korelacji rang Spearmana. Dla 2010 r. otrzymano wartość $r_s = 0,988$, dla 2015 r. – $r_s = 0,994$, a dla 2020 r. – $r_s = 0,935$. Pokazuje to bardzo wysokie podobieństwo rankingów, zatem uporządkowanie obiektów na podstawie DWPR obliczonego metodą Strahl i MUZ prowadzi do podobnych rezultatów.

Różnice dotyczą natomiast wartości i interpretacji DWPR. Jak wynika z obliczeń zamieszczonych w tabl. 2 i 3, wartości DWPR obliczone przy zastosowaniu normowania metodą unitaryzacji zerowanej są niższe niż obliczone z wykorzystaniem metody Strahl, co wprawdzie wynika z natury wzorów, ale ma istotne znaczenie przy interpretacji. Przykładowo dla 2010 r. DWPR obliczony przy użyciu metody Strahl przyjmuje wartości od 0,402 do 0,647, co oznacza, że w badanym okresie wartości zmiennych opisujących woj. lubelskie (ostatnie w rankingu) stanowią średnio 40,2%, a woj. mazowieckie (pierwsze w rankingu) – 64,7% zaobserwowanych maksymalnych wartości zmiennych. Wskaźnik poziomu rozwoju dla woj. lubelskiego obliczony za pomocą metody unitaryzacji zerowanej był dużo niższy i wynosił 0,097 w 2010 r., a dla woj. mazowieckiego – 0,456, co można zinterpretować graficznie, wskazując miejsce obiektów w przedziale [0, 1].

Dla wymienionych województw wartość DWPR wzrosła w badanym okresie do 0,532 w woj. lubelskim i do 0,853 w woj. mazowieckim według metody Strahl, a według MUZ – odpowiednio do 0,388 i 0,815, co oznacza wzrost poziomu rozwoju

w woj. lubelskim o 13 p.proc., a w woj. mazowieckim – o 20,6 p.proc. (zgodnie z interpretacją według metody Strahl).

We wszystkich województwach nastąpił rozwój gospodarczy, co znalazło odzwierciedlenie we wzroście wartości dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju gospodarczego (P_i). Przyrost wartości DWPR w całym badanym okresie (2010–2020) oraz w okresach pośrednich (2010–2015 i 2015–2020) uwidacznia się w danych zawartych w tabl. 4. Tempo wzrostu było nierównomierne, o czym świadczą zróżnicowane wartości $s_{t,t_1t_2}^d$. Wskaźnik $s_{t,2010,2020}^d$ przyjmuje wartości od 0,110 do 0,217, ze średnią 0,153, po normowaniu metodą Strahl, a po normowaniu MUZ – od 0,164 do 0,359, ze średnią 0,243. Jego największy wzrost nastąpił w województwach: dolnośląskim (odpowiednio przy poszczególnych metodach: 0,217 i 0,290), mazowieckim (0,206 i 0,359), wielkopolskim (0,183 i 0,258) i małopolskim (0,164 i 0,239), a więc w województwach o wysokim poziomie rozwoju. Najmniejszy przyrost wartości wskaźnika poziomu rozwoju odnotowano w województwach: warmińsko-mazurskim (0,110 i 0,251), kujawsko-pomorskim (0,128 i 0,205), świętokrzyskim (0,130 i 0,241) i lubelskim (0,130 i 0,220), a więc w województwach o niskim poziomie rozwoju. Wynika z tego, że województwa bardziej rozwinięte rozwijają się dużo szybciej niż te o niższym poziomie rozwoju.

Tabl. 4. Przyrost wartości DWPR w województwach w badanych okresach według metody Strahl i MUZ

Województwa	$s_{t,2010,2020}^d$	$s_{t,2015,2020}^d$	$s_{t,2010,2015}^d$	$s_{t,2010,2020}^d$	$s_{t,2015,2020}^d$	$s_{t,2010,2015}^d$
	metoda Strahl			MUZ		
Mazowieckie	0,206	0,119	0,087	0,359	0,217	0,142
Śląskie	0,144	0,078	0,066	0,164	0,057	0,107
Dolnośląskie	0,217	0,130	0,087	0,290	0,154	0,136
Pomorskie	0,154	0,085	0,069	0,236	0,125	0,111
Wielkopolskie	0,183	0,098	0,085	0,258	0,122	0,136
Małopolskie	0,164	0,085	0,079	0,239	0,144	0,095
Zachodniopomorskie	0,141	0,081	0,061	0,232	0,099	0,133
Łódzkie	0,148	0,069	0,079	0,207	0,115	0,092
Kujawsko-pomorskie	0,128	0,075	0,053	0,205	0,078	0,127
Lubuskie	0,153	0,086	0,067	0,265	0,150	0,115
Opolskie	0,140	0,060	0,080	0,236	0,109	0,127
Podkarpackie	0,156	0,075	0,080	0,227	0,126	0,101
Warmińsko-mazurskie	0,110	0,054	0,056	0,251	0,111	0,139
Świętokrzyskie	0,130	0,063	0,067	0,241	0,152	0,089
Podlaskie	0,143	0,089	0,054	0,259	0,132	0,127
Lubelskie	0,130	0,078	0,052	0,220	0,125	0,095
Średnia	0,153	0,083	0,070	0,243	0,126	0,117

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabl. 2 i 3.

Przyrost DWPR ($s_{i,t_1t_2}^d$) obliczony z wykorzystaniem metody Strahl wskazuje, o ile punktów procentowych zmienił się (wzrósł/spadł) średnio poziom wartości cech charakteryzujących dany obiekt. Wartości przyrostu DWPR obliczone z zastosowaniem podejścia MUZ są wyższe niż te obliczone z zastosowaniem metody Strahl. Ponadto jeżeli $s_{k,t_1t_2}^d < s_{l,t_1t_2}^d$ według metody Strahl, to nie zawsze jest tak według MUZ. Przykładowo w woj. małopolskim w okresie 2010–2020 wskaźnik poziomu rozwoju obliczony z zastosowaniem metody Strahl wzrósł o 0,164, a w woj. zachodniopomorskim – o 0,141, co pokazuje, że woj. małopolskie rozwinęło się bardziej w tym okresie. Natomiast wzrost DWPR obliczony z wykorzystaniem MUZ wynosi w woj. małopolskim 0,232, a w woj. zachodniopomorskim – 0,239, więc według MUZ to w woj. zachodniopomorskim nastąpił większy wzrost poziomu rozwoju. Podobnie jest w województwach łódzkim i kujawsko-pomorskim. Wyniki uzyskane z wykorzystaniem metody Strahl są dokładniejsze, co wynika ze specyfiki tej metody (zmienne po unormowaniu dokładnie odzwierciedlają dane wyjściowe – podając je w procentach, natomiast przy zastosowaniu MUZ następuje transformacja danych wyjściowych na przedział $[0, 1]$, stąd różnica w wynikach).

Lokaty województw niewiele zmieniają się w czasie. Rankingi opracowane na podstawie mierników rozwoju budowanych z unormowanych zmiennych diagnostycznych zarówno metodą unitaryzacji zerowanej, jak i metodą Strahl wykazują wysokie podobieństwo w badanych latach. W tabl. 5 zaprezentowano odpowiednie macierze korelacji rang Spearmana.

Tabl. 5. Współczynniki korelacji rang Spearmana dla rankingów województw

Lata	2010	2015	2020
Metoda Strahl			
2010	1,000	0,985	0,976
2015	0,985	1,000	0,979
2020	0,976	0,979	1,000
MUZ			
2010	1,000	0,974	0,944
2015	0,974	1,000	0,956
2020	0,944	0,956	1,000

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabl. 2 i 3.

W 11 województwach wzrost poziomu rozwoju gospodarczego w okresie 2015–2020 był większy niż w okresie 2010–2015, natomiast w województwach: łódzkim, opolskim, podkarpackim, świętokrzyskim i warmińsko-mazurskim odnotowano niewielkie zwolnienie tempa rozwoju w drugim podokresie. Średni przyrost wartości wskaźnika poziomu rozwoju wyznaczonego przy użyciu metody Strahl w latach 2010–2015 wynosił 0,07, a w latach 2015–2020 – 0,083. Natomiast po normowaniu

MUZ było to 0,117 w pierwszym badanym okresie i 0,126 w drugim. Wskazuje to na przyspieszenie tempa rozwoju województw w latach 2015–2020. Zwiększył się również rozstęp wartości wskaźnika $s_{i,t_1t_2}^d$: po normowaniu metodą Strahl wynosił 0,035 w pierwszym okresie i 0,076 w drugim, a po normowaniu MUZ – odpowiednio 0,053 i 0,160. Świadczy to o pogłębieniu się różnic w szybkości zmian między obiektami; tempo zmian jest bardziej zróżnicowane w drugim okresie. Obie metody normowania prowadzą do podobnych wniosków, natomiast różnice dotyczą wartości rozstępu.

Wzrost poziomu rozwoju gospodarczego województw, który nastąpił w badanym okresie, znajduje również odzwierciedlenie w podziale na grupy, przedstawionym w tabl. 2 i 3. W 2010 r. przy normowaniu metodą Strahl dwa województwa należały do II grupy, osiem – do III grupy, gdzie DWPR nie przekraczał 0,574, co oznacza, że w tych województwach średni poziom wartości zmiennych diagnostycznych stanowił niewiele więcej niż 50% wartości maksymalnych tych zmiennych zaobserwowanych w badanym okresie (2010–2020). Pozostałe sześć województw należało do IV grupy, gdzie poziom rozwoju był niższy od 0,474. Żadne województwo nie osiągnęło wysokiego poziomu rozwoju, powyżej 0,675. W 2015 r. nastąpiła poprawa: tylko dwa województwa znalazły się w IV grupie, osiem województw należało do III, pięć województw – do II grupy, a woj. mazowieckie – do I grupy. Z kolei w 2020 r. sześć województw osiągnęło wysoki poziom rozwoju, a sześć innych – średni. W III grupie pozostały cztery województwa.

W rezultacie klasyfikacji wykonanej po normowaniu MUZ (tabl. 3) w 2010 r. dwa województwa znalazły się w grupie o średnim poziomie rozwoju, natomiast pozostałe w grupach o niskim (osiem obiektów) i bardzo niskim (sześć obiektów) poziomie rozwoju, gdzie DWPR nie przekraczał 0,233. W 2015 r. sytuacja uległa poprawie; tylko dwa województwa zostały w IV grupie, sześć należało do II grupy, jedno do I grupy, a grupa III (najliczniejsza) skupiała siedem obiektów. W 2020 r. sześć województw osiągnęło wysoki poziom rozwoju, w ośmiu odnotowano średni poziom, a pozostałe tworzyły grupę o niskim poziomie rozwoju. Żadne województwo nie pozostało w IV grupie.

W okresie objętym analizą zwiększył się dystans między województwami o najwyższym i najniższym poziomie rozwoju gospodarczego, a więc pogłębiły się różnice regionalne. W 2010 r. najniższa wartość wskaźnika poziomu rozwoju według metody Strahl wynosiła 0,402 (w woj. lubelskim), a najwyższa – 0,647 (w woj. mazowieckim), zatem dystans dzielący te województwa wynosił 0,245. W 2015 r. wzrósł do 0,280, a w 2020 r. – do 0,321. Po wyłączeniu z porównań woj. mazowieckiego, które poziomem rozwoju znacznie odbiega od pozostałych, dystans ten jest mniejszy w badanych latach i utrzymuje się na stałym poziomie ok. 0,2. Oznacza to, że mimo prowadzonej polityki wyrównywania regionalnych różnic rozwojowych dysproporcje między województwami nadal nie maleją.

Wartości wskaźników obliczonych po normowaniu MUZ wskazują również na to, że dystans między województwami o najwyższym i najniższym poziomie rozwoju gospodarczego zwiększył się w okresie objętym analizą. Różnice dotyczą oceny wielkości tego rozstępu. Dystans dzielący województwa o najwyższym i najniższym poziomie rozwoju gospodarczego obliczony za pomocą MUZ wynosi 0,359 w 2010 r. i 0,497 w 2020 r., a więc jest dużo większy niż przy zastosowaniu metody Strahl, gdzie wynosi odpowiednio 0,245 i 0,321. Ostatnią wartość można zinterpretować w ten sposób, że w 2020 r. poziom rozwoju woj. lubelskiego (ostatniego w rankingu) jest niższy od poziomu rozwoju woj. mazowieckiego o 32 p.proc. Metoda Strahl umożliwia dokładniejsze odzwierciedlenie rzeczywistości – zawiera więcej informacji i nie powoduje sztucznego zwiększenia dysproporcji (dystansu) między obiektami.

Z badań wynika, że analiza zmian poziomu rozwoju gospodarczego przeprowadzona przy zastosowaniu normalizacji zmiennych metodą Strahl w ujęciu dynamicznym daje wyniki dokładniej opisujące stan faktyczny niż normalizacja MUZ w ujęciu dynamicznym. Należy jednak zaznaczyć, że metoda Strahl może być stosowana wtedy, gdy wszystkie zmienne przyjmują wartości dodatnie oraz gdy maksimum (dla stymulanty) lub minimum (dla destymulanty) są różne od 0. MUZ nie ma takich ograniczeń.

Różne zestawy zmiennych diagnostycznych i różne metody porządkowania oraz klasyfikacji obiektów stosowane przez autorów zajmujących się zbliżoną tematyką prowadzą do nieco odmiennych rezultatów, niemniej można zaobserwować pewne zbieżne trendy ujawniające się w wynikach wielu przeprowadzonych analiz. I tak: na podium rankingów zawsze można znaleźć woj. mazowieckie, najczęściej na czołowym miejscu (Kłosa, 2018; Malina, 2020). Czołówka rankingów pozostaje na ogół w stałym lub zbliżonym składzie – do woj. mazowieckiego dołączają: dolnośląskie, wielkopolskie, niekiedy małopolskie. Ostatnie miejsca zajmują często województwa wschodniej Polski: podlaskie, lubelskie, warmińsko-mazurskie i podkarpackie. Metodyka zastosowana w pracy, oprócz rankingu obiektów, umożliwiła określenie wielkości zmian poziomu rozwoju gospodarczego w okresie objętym analizą. Pozwala to na porównanie tempa rozwoju poszczególnych jednostek i identyfikację jednostek, w których zachodzi potrzeba przyspieszenia zmian.

4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono wyniki oceny kierunku i skali zmian poziomu rozwoju gospodarczego województw w latach 2010–2020, przeprowadzonej na podstawie danych GUS z zastosowaniem metody porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych. Na etapie normowania przyjęto dwa podejścia metodyczne, tj. metodę Strahl i MUZ, w obydwu przypadkach w ujęciu dynamicznym. Mierniki synte-

tyczne, obejmujące 12 cech diagnostycznych, obliczono dla wybranych lat badanego okresu.

Przeprowadzona analiza wykazała znaczne dysproporcje w rozwoju województw. Pierwsze miejsce w rankingach w badanych latach stale zajmuje woj. mazowieckie, znacznie odbiegając od pozostałych poziomem rozwoju gospodarczego. W czołówce znajdują się także województwa: śląskie, dolnośląskie, pomorskie, wielkopolskie i małopolskie. Najniższy poziom rozwoju odnotowano w województwach: lubelskim, podlaskim, warmińsko-mazurskim i świętokrzyskim.

Rankingi województw sporządzone na podstawie obu zastosowanych metod normowania wykazują bardzo wysokie podobieństwo i niewielkie zmiany w czasie.

W okresie objętym analizą we wszystkich województwach wzrósł poziom rozwoju gospodarczego, co odzwierciedla przyrost dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju. Skala zmian w tym zakresie była nierównomierna: największy przyrost wartości wskaźnika odnotowano w województwach o najwyższym poziomie rozwoju, a najmniejszy w województwach z końcowych miejsc w rankingu. Oznacza to, że województwa bardziej rozwinięte rozwijają się szybciej niż te o niskim poziomie rozwoju, co powoduje, że mimo prowadzonej polityki wyrównywania różnic regionalnych dystans rozwojowy między województwami nadal nie maleje.

W większości województw wzrost poziomu rozwoju gospodarczego w okresie 2010–2015 był niższy niż w latach 2015–2020. Wskazuje to na przyspieszenie tempa rozwoju województw w drugim okresie.

Analiza poziomu rozwoju gospodarczego przeprowadzona z zastosowaniem obu metod normowania zmiennych (metodą Strahl i MUZ) w ujęciu dynamicznym prowadzi do podobnych wniosków. Różnice dotyczą wartości dynamicznego wskaźnika poziomu rozwoju (DWPR), a co za tym idzie – oceny wielkości i kierunku zmian oraz dystansu między obiektami. Wartości obliczone z wykorzystaniem metody Strahl można wyrazić w procentach i punktach procentowych, co jest istotnym walorem tej metody. Należy jednak zaznaczyć, że metoda ta może być stosowana wtedy, gdy wszystkie zmienne przyjmują wartości dodatnie, podczas gdy MUZ nie ma takich ograniczeń. W badaniach zmian poziomu rozwoju gospodarczego, gdzie wszystkie zmienne diagnostyczne zwykle przyjmują wartości dodatnie, metoda porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym przy normowaniu zmiennych metodą Strahl jest zatem skutecznym sposobem określenia skali i kierunku zmian poziomu rozwoju badanego zjawiska w określonych obiektach w okresie objętym analizą.

Przedstawiona metoda analizy zmian poziomu rozwoju może być stosowana w praktyce gospodarczej do porównywania poziomu i tempa rozwoju gospodarczego jednostek terytorialnych, a zaprezentowane wyniki badań, oprócz wartości poznawczej, mogą służyć do oceny efektów polityki wyrównywania różnic regionalnych.

Bibliografia

- Badach, E., Koziulec, A., Matysik-Pejas, R., Paluch, Ł., Satoła, Ł., Wojewodzic, T. (2021). *Oddziaływanie samorządów gminnych na kształtowanie lokalnych warunków rozwoju. Studium województwa małopolskiego*. Wydawnictwo C.H. Beck.
- Bąk, I., Szczecińska, B. (2015). Zastosowanie metod taksonomicznych w badaniu warunków życia w gminach wiejskich województwa zachodniopomorskiego. *Journal of Agribusiness and Rural Development*, 1(35), 7–15.
- Bąk, I., Wawrzyniak, K. (2016). Diagnoza sytuacji społeczno-gospodarczej Polski na tle krajów Unii Europejskiej. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 61(5), 63–82. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0998>.
- Bożek, J. (2002). O niektórych metodach porządkowania liniowego. *Wiadomości Statystyczne*, 47(9), 10–16.
- Bożek, J., Szweczyk, J. (2021). Ocena poziomu rozwoju społecznego powiatów województwa małopolskiego z zastosowaniem dynamicznego miernika syntetycznego. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 66(4), 45–63. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.8325>.
- Bożek, J., Szweczyk, J., Jaworska, M. (2021a). Poziom rozwoju gospodarczego województw w ujęciu dynamicznym. *Rozwój Regionalny i Polityka Regionalna*, (57), 11–24. <https://doi.org/10.14746/rrpr.2021.57.02>.
- Bożek, J., Szweczyk, J., Jaworska, M. (2021b). Zmiany w poziomie rozwoju społecznego województw w latach 2010 i 2019 z zastosowaniem dynamicznego miernika syntetycznego. *Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy*, 65(1), 109–123. <https://doi.org/10.15584/nsawg.2021.1.6>.
- Chrzanowska, M., Drejerska, N. (2016). Ocena rozwoju społeczno-gospodarczego gmin województwa mazowieckiego z wykorzystaniem metody analizy wielowymiarowej. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 61(6), 59–69. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.1007>.
- Churski, P. (2008). *Czynniki rozwoju regionalnego i polityka regionalna w Polsce w okresie integracji z Unią Europejską*. Wydawnictwo UAM.
- Dębkowska, K., Jarocka, M. (2013). The impact of the methods of the data normalization on the result of linear ordering. *Acta Universitatis Lodzensis. Folia Oeconomica*, (286), 181–188.
- Endovitskaya, E. V., Risin, I. E., Treshchevsky, Y. I. (2019). Strategic Goals of Socio-Economic Development of Regions in the Conditions of Economic and Financial Limitations. W: E. Popkova (red.), *Future of the Global Financial System: Downfall or Harmony* (s. 229–235). Springer.
- Fezzi, C., Fanghella, V. (2020). Real-Time Estimation of the Short-Run Impact of COVID-19 on Economic Activity Using Electricity Market Data. *Environmental and Resource Economics*, 76(4), 885–900. <https://doi.org/10.1007/s10640-020-00467-4>.
- Grabiński, T., Wydymus, S., Zeliaś, A. (1989). *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Jarocka, M. (2015). Wybór procedury normalizacyjnej w analizie porównawczej obiektów wielocechowych. *Economics and Management*, (1), 113–126. <https://doi.org/10.12846/j.em.2015.01.08>.
- Józefowicz, K., Smolińska, K. (2019). Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego w powiatach województwa wielkopolskiego. *Turystyka i Rozwój Regionalny*, (11), 37–49. <https://doi.org/10.22630/TIRR.2019.11.4>.

- Kisielińska, J. (2016). Ranking państw UE ze względu na potencjalne możliwości zaspokojenia zapotrzebowania na produkty rolnicze z wykorzystaniem metod porządkowania liniowego. *Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Problemy Rolnictwa Światowego*, 16(3), 142–152.
- Kisielińska, J. (2017). Ranking województw ze względu na potencjał rolnictwa. *Roczniki Naukowe Ekonomii Rolnictwa i Rozwoju Obszarów Wiejskich*, 104(1), 56–71. <https://doi.org/10.22630/RNR.2017.104.1.4>.
- Kisielińska, J., Borkowski, B., Czech, K., Górka, A., Koszela, G., Krawiec, M., Landmesser-Rusek, J., Ochnio, L., Pietrych, Ł., Pietrzykowski, R., Wasilewska, E., Zielińska-Sitkiewicz, M. (2021). *Wielowymiarowa analiza danych w ekonomice rolnictwa*. Wydawnictwo SGGW.
- Kłosa, S. (2018). Klasyfikacja polskich województw pod względem rozwoju społeczno-gospodarczego za pomocą metod taksonomicznych. *Modern Management Review*, 23(25), 141–157.
- Kłóska, R. (2015). Statystyczna analiza rozwoju regionalnego w Polsce. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Problemy Zarządzania, Finansów i Marketingu*, (40), 9–20. <https://doi.org/10.18276/pzfm.2015.40-01>.
- Kuciński, K. (red.). (2010). *Przedsiębiorczość a rozwój regionalny w Polsce*. Wydawnictwo Difin.
- Kukuła, K. (1999). Metoda unitaryzacji zerowanej na tle wybranych metod normowania cech diagnostycznych. *Acta Scientifica Academiae Ostroviensis*, (4), 5–31.
- Kukuła, K. (2000). *Metoda unitaryzacji zerowanej*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Kukuła, K. (2017). Zanieczyszczenia środowiska a działalność proekologiczna w Polsce w 2015 roku w świetle wielowymiarowej analizy porównawczej. *Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Problemy Rolnictwa Światowego*, 17(3), 226–238. <https://doi.org/10.22630/PRS.2017.17.3.69>.
- Kukuła, K., Luty, L. (2015). Ranking państw UE ze względu na wybrane wskaźniki charakteryzujące rolnictwo ekologiczne. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 16(3), 225–236.
- Lisek, S. (2015). Wielkość a wartość przedsiębiorstwa – studium na podstawie raportów wybranych spółek. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, (73), 469–476.
- Lisek, S., Luty, L. (2019). Propozycja wskaźnika atrakcyjności inwestycyjnej przedsiębiorstwa. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 64(4), 49–67. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0013.8510>.
- Malina, A. (2020). Analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego województw Polski w latach 2005–2017. *Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy*, (1), 138–155. <https://doi.org/10.15584/nsawg.2020.1.10>.
- Michoń, D. (2017). Zróżnicowanie rozwoju społeczno-gospodarczego województw ze względu na realizację celów polityki spójności. *Wiadomości Statystyczne*, 62(12), 80–94. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.1092>.
- Milek, D. (2018). Zróżnicowanie rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa świętokrzyskiego. *Wiadomości Statystyczne*, 63(6), 39–56. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0673>.
- Misztal, A. (2017). Ewaluacja sytuacji finansowo-majątkowej polskich gospodarstw rolnych w latach 2004–2014. *Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, (117), 47–59.

- Parysek, J. (2018). Rozwój społeczno-gospodarczy oraz czynniki i uwarunkowania rozwoju. W: P. Churski (red.), *Teoretyczne i aplikacyjne wyzwania współczesnej geografii społeczno-ekonomicznej* (s. 37–56). Komitet Przestrzennego Zagospodarowania PAN.
- Pawełek, B. (2008). *Metody normalizacji zmiennych w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie.
- Prus, B., Król, K. (2017). Ocena zastosowania wybranych metod taksonomicznych do klasyfikacji zjawisk społeczno-gospodarczych. *Acta Scientiarum Polonorum, Formatio Circumiectus*, 16(2), 179–197.
- Siudek, T., Drabarczyk, K., Jakubiec, A. (2017). Rozwój gospodarczy powiatów i podregionów województwa mazowieckiego. *Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie. Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, (117), 33–46. <https://doi.org/10.22630/EIOGZ.2017.117>.
- Sompolska-Rzechuła, A., Kurdyś-Kujawska, A. (2022). Generation of Young Adults Living with Their Parents in European Union Countries. *Sustainability*, 14(7), 1–27. <https://doi.org/10.3390/su14074272>.
- Stec, M. (2012). Analiza porównawcza rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa podkarpackiego. *Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy*, (25), 180–190.
- Strahl, D. (1978). Propozycja konstrukcji miary syntetycznej. *Przegląd Statystyczny*, 25(2), 205–215.
- Szewczyk, J., Bożek, J., Jaworska, M. (2021). *Poziom rozwoju społeczno-gospodarczego wybranych regionów Polski Południowo-Wschodniej w latach 2010–2019*. Wydawnictwo Benedyktynów Tyniec.
- Verschuur, J., Koks, E. E., Hall, J. W. (2021). Global economic impacts of COVID-19 lockdown measures stand out in high-frequency shipping data. *PLoS ONE*, 16(4). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0248818>.
- Walesiak, M. (2014). Przegląd formuł normalizacji wartości zmiennych oraz ich własności w statystycznej analizie wielowymiarowej. *Przegląd Statystyczny*, 61(4), 363–372. <https://ps.stat.gov.pl/Article/2014/4/363-372>.
- Wojewodzic, T. (2002). Ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego gmin województwa małopolskiego. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Agrobiznes*, (941), 483–487.
- Woźniak, M. G. (2014). Rozwój społeczno-ekonomiczny w III Rzeczypospolitej. Efekty. Defekty. Warunki integracji. *Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy*, (39), 38–54.
- Zeliaś, A. (red.). (2000). *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie.
- Ziemiańczyk, U. (2010). Ocena poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego gmin wiejskich i miejsko-wiejskich w województwie małopolskim. *Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich*, (14), 31–40.
- Zioło, M., Jaworska, M. (2007). Zróżnicowanie banków spółdzielczych woj. lubelskiego pod względem wskaźników efektywności. *Roczniki Naukowe Stowarzyszenia Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu*, 9(3), 247–251.

Dylematy związane z estymacją dominanty wynagrodzeń

Mirosław Błażej^a, Emilia Gosińska^b

Streszczenie. Dominanta wynagrodzeń to ważny wskaźnik opisujący rozkład wynagrodzeń, ale ze względu na silną asymetrię rozkładu tej cechy w Polsce jej wyznaczenie nie należy do standardowych działań w analizie struktury wynagrodzeń. Celem artykułu jest omówienie wybranych metod szacowania dominanty oraz porównanie wyników jej estymacji otrzymanych za pomocą różnych metod. Wykorzystano dane o wynagrodzeniach indywidualnych brutto w październiku 2018 r. pochodzące z badania struktury wynagrodzeń przeprowadzonego przez Główny Urząd Statystyczny.

W przypadku metody standardowej, wykorzystującej wzór interpolacyjny i histogram, wartość oszacowanej dominanty jest wrażliwa na założoną rozpiętość przedziałów w szeregu rozdzielczym i początek pierwszego przedziału. Zmniejszanie rozpiętości przedziałów powoduje dążenie dominanty do wartości równej płacy minimalnej. Zastosowanie zaawansowanych metod statystycznych, m.in. wykorzystujących estymator jądrowy, prowadzi do otrzymania znacząco różnych oszacowań dominanty w zależności od metody (rozzrzut wyników wynosi ok. 800 zł).

Analiza otrzymanych wyników daje ponadto podstawy do rozważenia tezy, że rozkład wynagrodzeń jest mieszanym: ma cechy rozkładu dyskretnego dla wynagrodzeń w wysokości płacy minimalnej i ciągłego – dla wynagrodzeń powyżej płacy minimalnej oraz odznacza się cyklicznością (w Polsce zawiera się więcej umów, w których kwota wynagrodzenia jest wielokrotnością 50 zł lub 100 zł, niż umów na inne kwoty).

Słowa kluczowe: dominanta, estymator jądrowy, estymacja dominanty, histogram

JEL: C46

Dilemmas relating to mode estimation of wages and salaries

Abstract. The mode of wages and salaries is an important indicator describing their distribution; however, due to the strong asymmetry of the distribution of this feature in Poland, mode estimation is not a standard procedure in the analysis of the structure of wages and salaries. The aim of the article is to discuss selected methods of estimating the mode and to compare the mode estimation results obtained by means of various methods. The research is

^a Główny Urząd Statystyczny, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów, Polska / Statistics Poland, Department of Macroeconomic Studies and Finance, Poland.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4482-8996>. E-mail: m.blazej@stat.gov.pl.

^b Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny; Główny Urząd Statystyczny, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów; Polska / University of Lodz, Faculty of Economics and Sociology; Statistics Poland, Department of Macroeconomic Studies and Finance; Poland.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5325-6144>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: emilia.gosinska@uni.lodz.pl.

based on data on individual gross wages and salaries registered in October 2018 in Poland. The data came from a survey of the structure of wages and salaries conducted by Statistics Poland.

In the case of the standard method based on the interpolation formula and histogram, the mode estimate is sensitive to the assumed span of intervals in the frequency table and the beginning of the first interval. Reducing the span of the intervals causes the mode to reach the value of the minimum wage. The application of advanced methods, including those using a kernel estimator, leads to significantly different estimates of the mode depending on the method used (the dispersion reaches the value of approximately PLN 800).

Additionally, the analysis of the obtained results gives grounds to considering a thesis that wage and salary distribution is a mixture of the following distributions: discrete (for the minimum wage) and continuous (for wages and salaries above the minimum wage), and is characterised by cyclicity (in Poland, more contracts offer remunerations which are a multiple of PLN 50 or PLN 100 than remunerations for other amounts).

Keywords: mode, kernel estimator, mode estimation, histogram

1. Wprowadzenie

Dominanta (moda, modalna, wartość najczęstsza, wartość najbardziej prawdopodobna) jest jedną z miar tendencji centralnej, należącą do grupy miar pozycyjnych. Sposób jej obliczania oraz definicja zależą od typu rozpatrywanych zmiennych. Wyznaczenie dominanty w szeregach szczegółowych i rozdzielczych punktowych polega na wskazaniu wartości cechy, której odpowiada największa liczebność (Parlińska i Parliński, 2011). W szeregach rozdzielczych z przedziałami klasowymi można określić przedział, w którym występuje modalna, a jej przybliżoną wartość wyznacza się za pomocą interpolacji.

Obliczenie dominanty dla zmiennych ciągłych oraz quasi-ciągłych jest zagadnieniem nietrywialnym, ponieważ wymaga przybliżenia rozkładu badanej zmiennej (w przypadku zmiennej ciągłej dwie wartości pobrane z tego samego rozkładu nie są sobie równe, a to uniemożliwia znalezienie wartości występującej najczęściej). Najprostszym i najpopularniejszym sposobem przybliżenia rozkładu zmiennej jest histogram. Bardziej zaawansowane metody polegają na estymacji rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa z wykorzystaniem np. estymatorów jądrowych (Parzen, 1962). Wówczas modalna jest wartością, która odpowiada maksimum krzywej najlepiej dopasowanej do rozkładu rzeczywistego (maksimum oszacowanej funkcji gęstości).

W artykule rozważane są dwa rodzaje metod estymacji dominanty. Pierwszy z nich to najprostsza dwukrokowa procedura (dalej zwana *metodą standardową*), w której najpierw należy skonstruować szereg rozdzielczy i znaleźć przedział z największą liczbą przypadków, a następnie zastosować wzór interpolacyjny (Ostasiewicz i in., 1995; Stanisławek, 2010). Drugi rodzaj metod estymacji dominanty to zaawansowane metody nieparametryczne (dalej zwane także *zaawansowanymi metodami statystycznymi*), wykorzystujące np. algorytmy iteracyjne, numeryczną optymalizację funkcji gęstości, a także estymatory jądrowe.

Zaawansowane metody szacowania dominanty obejmują zarówno nieparametryczne (m.in. Fukunaga i Hostetler, 1975; Tsybakov, 1990), jak i parametryczne metody estymacji funkcji gęstości (Bickel, 2002, 2003), a także wykorzystują złożone podejścia numeryczne (Bickel i Frühwirth, 2006; Grenander, 1965; Lientz, 1972; Venter, 1967). Jurkiewicz i Kozłowski (2009) oraz Sokołowski (2013) porównali efektywność wybranych estymatorów dominanty, wykorzystując metody symulacyjne.

W badaniu omawianym w niniejszym artykule porównano wyniki estymacji dominanty metodą standardową i zaawansowanymi metodami statystycznymi. Posłużono się danymi o wynagrodzeniach brutto w Polsce pochodzącymi z reprezentacyjnego badania struktury wynagrodzeń według zawodów za październik 2018 r., przeprowadzonego przez Główny Urząd Statystyczny (GUS) w przedsiębiorstwach o liczbie pracujących powyżej dziesięciu osób¹. Przy założeniu, że rozkład wynagrodzeń jest dyskretny, największa liczba wystąpień przypada dla wartości wynagrodzenia minimalnego. Wartość ta reprezentuje jednak małą frakcję przypadków w relacji do liczebności badanej zbiorowości. Z uwagi na to celem artykułu jest eksploracja wybranych metod szacowania dominanty dla danych quasi-ciągłych, porównanie wyników estymacji dominanty różnymi metodami na podstawie danych dotyczących wynagrodzeń indywidualnych brutto w Polsce za październik 2018 r. i sprawdzenie, czy pozwolą one na oszacowanie dominanty wynagrodzeń reprezentującej większą frakcję przypadków, która ma uzasadnienie metodologiczne i społeczno-gospodarcze oraz odzwierciedla sytuację na rynku pracy. W badaniu podjęto próbę wskazania przedziału wartości dominanty, do którego należałyby jej wartości obliczone ze standardowego wzoru interpolacyjnego przy założeniu różnej szerokości przedziałów szeregu rozdzielczego, a także z wykorzystaniem bardziej zaawansowanych estymatorów modalnej jednowymiarowej dostępnych w pakiecie *modeest* w programie R (Poncet, 2019).

2. Metody estymacji dominanty

W artykule opisano dwa rodzaje metod estymacji dominanty: standardową metodę dwukrokową oraz metodę numerycznej optymalizacji funkcji gęstości z wykorzystaniem estymacji jądrowej jako przykład zaawansowanych metod estymacji dominanty.

2.1. Metoda standardowa

Właściwym sposobem prezentacji danych dotyczących wynagrodzeń jest zbudowanie szeregu rozdzielczego z przedziałami. Uzyskuje się podział zbiorowości statystycznej na klasy według wartości określonej cechy, a każdej z wyodrębnionych klas

¹ Szczegółowe informacje dotyczące badania są zawarte w publikacjach: *Struktura wynagrodzeń według zawodów w październiku 2018 r.* (GUS, 2020b) oraz *Zeszyt metodologiczny. Struktura wynagrodzeń według zawodów* (GUS, 2020c).

przyporządkowana zostaje odpowiednia liczba jednostek (Ostasiewicz i in., 1995). W szeregach rozdzielczych (przedziałowych) można bezpośrednio wyznaczyć przedział, w którym występuje dominanta, i jest to przedział z największą liczbą wartości do niego należących. Powszechnie stosowaną formę graficznej prezentacji takiego typu szeregu stanowi histogram częstości, na podstawie którego można wskazać przedział o największej liczebności. W przypadku danych pogrupowanych w szereg rozdzielczy z przedziałami nie wystarczy znalezienie przedziału o największej liczebności; należy także wskazać punkt dominantowy – konkretny punkt w tym przedziale (Stanisławek, 2010). Przybliżoną wartość dominanty dla szeregu rozdzielczego wyznacza się graficznie z histogramu liczebności lub ze wzoru interpolacyjnego (Ostasiewicz i in., 1995; Sokołowski, 2013; Stanisławek, 2010):

$$D_0 = x_0 + \frac{(n_0 - n_{-1}) \cdot h_0}{(n_0 - n_{-1}) + (n_0 - n_{+1})}, \quad (1)$$

gdzie:

- x_0 – dolna granica przedziału klasowego, który zawiera dominantę (przedział charakteryzuje się największą liczebnością/częstością),
- n_0 – liczebność/częstość (absolutna lub względna) przedziału klasowego zawierającego dominantę,
- n_{-1} – liczebność/częstość (absolutna lub względna) przedziału klasowego poprzedzającego przedział zawierający dominantę,
- n_{+1} – liczebność/częstość (absolutna lub względna) przedziału klasowego następującego po przedziale zawierającym dominantę,
- h_0 – rozpiętość przedziału dominanty (przedziały sąsiadujące muszą mieć taką samą rozpiętość).

Wyznaczenie dominanty za pomocą wzoru (1) jest możliwe wtedy, gdy spełnione są następujące warunki (GUS, 2020a; Ostasiewicz i in., 1995):

- występuje wystarczająco dużo obserwacji;
- rozkład empiryczny liczebności jest rozkładem jednomodalnym (występuje jedno wyraźnie zaznaczone maksimum);
- asymetria rozkładu liczebności jest umiarkowana (dominanta nie występuje w skrajnym przedziale);
- wszystkie przedziały są tej samej długości.

W przypadku danych pogrupowanych w szereg rozdzielczy rozpiętość przedziału dominanty ściśle zależy od przyjętej liczby przedziałów. Dla różnych rozpiętości przedziałów w szeregu rozdzielczym dominanta wyznaczona ze wzoru (1) przyjmuje różne wartości i wybranie tej prawidłowej jest arbitralne. Przy założeniu malejącej długości przedziałów pewnym oszacowaniem modalnej mogłaby być wartość, do której zbiegałyby wartości dominanty wyznaczone dla różnych szerokości przedziałów.

Inną metodą prezentacji rozkładu cechy jest rozkład decylowy (GUS, 2020b, tabl. 13, przedstawiająca najwyższe miesięczne wynagrodzenia w grupach decylowych). W przypadku rozkładu decylowego pewnym przybliżeniem dominanty jest przedział o najmniejszej rozpiętości.

2.2. Zaawansowane metody statystyczne

Alternatywą dla histogramu i jednocześnie bardziej zaawansowaną numerycznie nieparametryczną metodą wyznaczenia dominanty dla cech quasi-ciągłych oraz prób charakteryzujących się dużą liczebnością jest metoda estymacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa i dominanty zaproponowana przez Parzena (1962). Oszacowanie funkcji gęstości rozkładu można zdefiniować, wykorzystując estymator jądrowy gęstości (ang. *kernel density estimation*) w następujący sposób:

$$f_n(x) = \frac{1}{nh} \sum_{j=1}^n K\left(\frac{x - X_j}{h}\right), \quad (2)$$

gdzie:

$X_1, X_2, \dots, X_n$ – niezależne zmienne losowe o identycznym rozkładzie,

h – odpowiednio dobrana liczba dodatnia,

$K(y)$ – funkcja zdefiniowana następująco:

$$K(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } |y| \leq 1 \\ 0 & \text{dla } |y| > 1 \end{cases}.$$

Istnieje wiele możliwych oszacowań $f_n(x)$ funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa $f(x)$ w zależności od założonego parametru h i postaci funkcji $K(\cdot)$. Jeśli $K(\cdot)$ spełnia odpowiednie założenia (zob. Parzen, 1962), jest nazywana funkcją ważącą (ang. *weighting function*).

W pracy Parzena (1962) omówione zostały przykłady funkcji $K(\cdot)$ oraz założenia, jakie należy spełnić, aby oszacowana funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f_n(x)$ była jednostajnie zbieżna do prawdziwej funkcji gęstości. Jeśli są one spełnione, rozważany estymator jest jednostajnie zgodny i istnieje zgodne oszacowanie dominanty z próby mo_n :

$$f_n(mo_n) = \max_{-\infty < x < \infty} f_n(x), \quad (3)$$

gdzie n oznacza liczebność próby.

W tej samej pracy udowodniono także asymptotyczną normalność estymatora dominanty z próby przy założeniu, że są spełnione określone warunki. Estymator jądrowy umożliwia oszacowanie gęstości dowolnego rozkładu (w tym rozkładów nietypowych, wielomodalnych²). Jeżeli rozkład badanej zmiennej jest wielomodalny, to wyznaczenie lokalnych maksimów pozwala wskazać dominanty lokalne. Właściwe oszacowanie dominanty za pomocą estymatorów jądrowych jest wrażliwe na zastosowanie funkcji $K(\cdot)$, które odwzorują rozkład teoretyczny badanej zmiennej.

Oprócz metody Parzena można wskazać inne metody nieparametryczne wykorzystujące estymator jądrowy, m.in. estymator Tsybakova (Tsybakov, 1990) oraz estymator Meanshift (Fukunaga i Hostetler, 1975). Do metod nieparametrycznych, które wykorzystują zaawansowane metody numeryczne, ale nie uwzględniają estymacji funkcji gęstości, można zaliczyć: estymator Grenandera (Grenander, 1965), estymator Lientza (minimalizacja funkcji Lientza; Lientz, 1972), estymator Ventera (Venter, 1967), metodę półprób HSM (ang. *half-sample mode*; Bickel i Fröhlich, 2006) czy metodę półrozstępów HRM (ang. *half-range mode*; Bickel, 2002). Natomiast parametryczne metody estymacji to m.in. standardowa metoda parametryczna (ang. *standard parametric mode*) oraz odporna metoda parametryczna (ang. *robust parametric mode*; Bickel, 2003).

2.3. Porównanie metod

Dobór metody estymacji dominanty zależy od specyfiki danych statystycznych. Zalecą dominanty jest jej odporność na skrajne wartości rozkładu, jednak w przypadku rozkładów skrajnie asymetrycznych efektywność metody standardowej wykorzystującej wzór interpolacyjny maleje. Na podstawie wyników symulacji Jurkiewicz i Kozłowski (2009) zauważają, że im większa skośność, tym więcej przedziałów jest wymaganych do efektywnego szacunku.

Metody parametryczne dostarczają efektywniejszych ocen rzeczywistej dominanty (zob. symulacje w pracy Jurkiewicza i Kozłowskiego, 2009). Wadą tych metod jest jednak ich złożoność obliczeniowa – konieczne staje się iteracyjne ustalenie parametru najlepiej dopasowanej funkcji potęgowej. Zaawansowane nieparametryczne metody estymacji dominanty są wrażliwe na zastosowanie odpowiedniej postaci funkcji (zob. wzór (2)) oraz innych parametrów specyficznych dla danej metody.

W zestawieniu estymatorów modalnej jednowymiarowej sporządzonym na podstawie wyników symulacji w pracy Sokołowskiego (2013) najwyższe pozycje zajęły estymatory: Chernoffa (metoda naiwna; Poncet, 2019), HSM oraz HRM. Należy jednak wziąć pod uwagę to, że modele generowane w omawianych symulacjach nie

² W praktyce można wyróżnić rozkłady jednomodalne (w których jest tylko jedna moda), wielomodalne (występuje więcej niż jedna moda) oraz takie, w których moda nie istnieje.

miały cech rozkładów skrajnie asymetrycznych, do których należy rozkład wynagrodzeń analizowany w badaniu omawianym w niniejszym artykule.

3. Wyniki badania

Analiza empiryczna polegała na estymacji dominanty za pomocą metody standardowej wykorzystującej wzór interpolacyjny (1) i wybranych zaawansowanych metod statystycznych. Wykorzystano dane o wynagrodzeniach brutto pochodzące z reprezentacyjnego badania struktury wynagrodzeń według zawodów za październik 2018 r. przeprowadzonego przez GUS w przedsiębiorstwach o liczbie pracujących powyżej dziewięciu osób (GUS, 2020b). Dane te są cechami quasi-ciągłymi charakteryzującymi się dużą liczebnością.

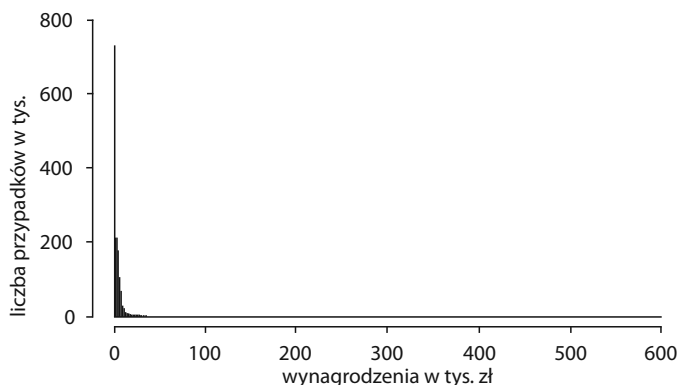
W tabl. 1 przedstawiono wybrane charakterystyki analizowanej populacji pracowników. Histogram dla tej populacji (wykr. 1), liczącej 8425,2 tys. zatrudnionych, świadczy o silnej asymetrii rozkładu wynagrodzeń.

Tabl. 1. Wybrane miary tendencji centralnej charakteryzujące populację zatrudnionych

Miary tendencji centralnej	Wynagrodzenia indywidualne brutto w zł
Wartość minimalna	1763
Kwartył pierwszy	2913
Mediana	4095
Średnia	5004
Kwartył trzeci	5718
Wartość maksymalna	598606

Źródło: obliczenia własne wykonane w programie R na podstawie: GUS (2020b).

Wykr. 1. Histogram dla całej populacji zatrudnionych



Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R na podstawie: GUS (2020b).

3.1. Estymacja dominanty metodą standardową

Na pierwszym etapie badania oszacowano wartość dominanty metodą standardową wykorzystującą wzór (1). W tym celu pogrupowano obserwacje w szereg rozdzielczy o zadanej rozpiętości przedziałów. Najpierw przyjęto rozpiętość przedziałów na poziomie 10% średniej wartości wynagrodzenia w populacji, czyli 500,37 zł; dodatkowo założono, że początek pierwszego przedziału w szeregu rozdzielczym wynosi 0. Na podstawie tych założeń obliczono liczebność w przedziale dominanty i przedziałach sąsiednich (tabl. 2, wiersze 1–3). W celu zbadania, czy wartość dominanty wyznaczonej ze wzoru (1) jest wrażliwa na początek pierwszego przedziału, analogicznie obliczono liczebność przy założeniu, że dolna granica pierwszego przedziału jest równa minimalnej wartości cechy, czyli 1763 zł.

Tabl. 2. Liczebność przedziału dominanty i przedziałów sąsiednich przy rozpiętości przedziałów równej 500,37 zł

Przedziały	Granica przedziału		Rozpiętość przedziału	Liczba przypadków	Oszacowana dominanta
	dolna (od)	górna (do)			
	w zł				
Początek pierwszego przedziału równy 0					
Poprzedzający	1501,15	2001,52	500,37	3810	.
Dominanty	2001,53	2501,90	500,37	1 361 267	2379,67
Następujący	2501,91	3002,28	500,37	922481	.
Początek pierwszego przedziału równy 1763					
Pierwszy	1763,01	2263,38	500,37	913 427	.
Poprzedzający	2263,39	2763,76	500,37	900 956	.
Dominanty	2763,77	3264,14	500,37	935 996	3013,79
Następujący	3264,15	3764,52	500,37	900 911	.

Uwaga. Przedział dominanty oznaczono pogrubieniem.

Źródło: obliczenia własne wykonane w programie R na podstawie: GUS (2020b).

Na podstawie danych z tabl. 2 można sformułować następujące wnioski:

- w przypadku przyjęcia 0 jako początku pierwszego przedziału (podczas gdy minimalna wartość cechy wynosi 1763,20 zł), pierwszy przedział ma w rzeczywistości mniejszą rozpiętość niż pozostałe, ponieważ $2001,52 \text{ zł} - 1763,20 \text{ zł} = 238,32 \text{ zł}$, a z uwagi na minimalną wartość wynagrodzenia w badanej zbiorowości (1763,20 zł) w przedziale od 1501,15 zł do 1763,20 zł nie ma żadnych przypadków badanej cechy;
- jeśli rzeczywista rozpiętość pierwszego przedziału różni się od pozostałych, wówczas przedziały sąsiadujące z przedziałem dominanty mają różną rozpiętość i nie jest spełniony warunek konieczny do zastosowania wzoru (1);
- w przypadku rozpiętości przedziałów wynoszącej 500,37 zł założenie dotyczące dolnej granicy pierwszego przedziału ma istotny wpływ na oszacowaną wartość

dominanty (różnica pomiędzy oszacowaniami dominanty w obu przypadkach wynosi ponad 600 zł).

Następnie zbadano wrażliwość wyników oszacowanej dominanty metodą standardową dla różnych rozpiętości przedziałów w szeregu rozdzielczym (w zł): 10, 20, 35, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 37 i 800. Podobnie jak wcześniej dla zadanych rozpiętości przedziałów rozważono dwa warianty początku pierwszego przedziału: równy 0 i równy zaobserwowanej minimalnej wartości cechy, czyli 1763,00 zł (tabl. 3).

Tabl. 3. Wyniki estymacji dominanty na podstawie wzoru interpolacyjnego

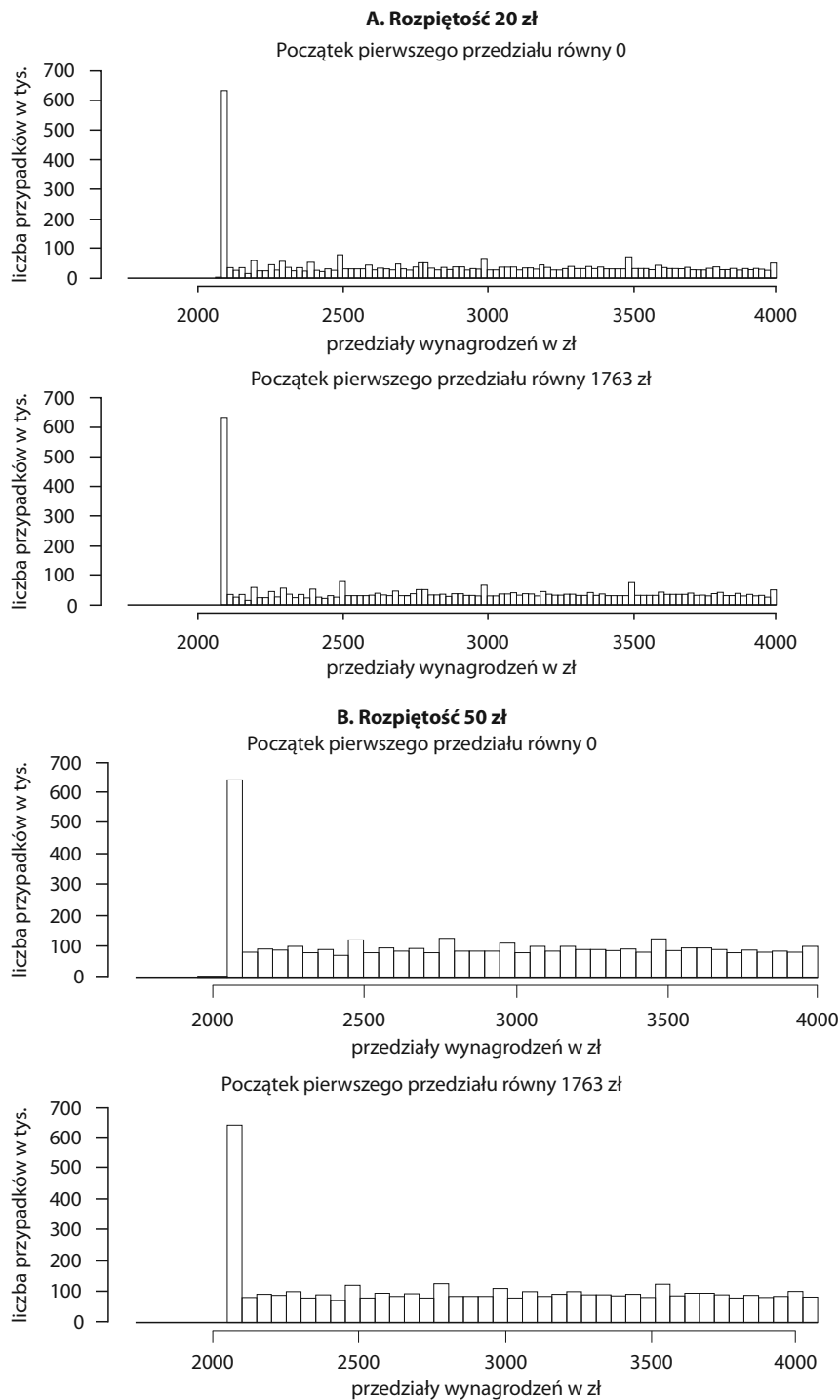
Rozpiętość przedziałów	Przedział dominanty		Oszacowanie dominanty
	od	do	
	w zł		
Początek pierwszego przedziału równy 0			
10	2093,01	2103,00	2095,09
20	2080,01	2100,00	2090,28
35	2065,01	2100,00	2083,24
50	2050,01	2100,00	2076,66
100	2000,01	2100,00	2057,64
200	2000,01	2200,00	2127,92
300	1800,01	2100,00	2054,47
400	2000,01	2400,00	2294,10
500,37	2001,53	2501,90	2379,67
800	2400,01	3200,00	3089,62
Początek pierwszego przedziału równy 1763			
10	2093,01	2103,00	2098,07
20	2083,01	2103,00	2093,23
35	2078,01	2113,00	2096,05
50	2063,01	2113,00	2089,35
100	2063,01	2163,00	2119,72
200	1963,01	2163,00	2094,98
300	2063,01	2363,00	2262,62
400 ^a			
500,37	2763,77	3264,14	3013,79
800	2563,01	3363,00	2623,21

a Nie można wyznaczyć dominanty (największa liczba przypadków występuje w pierwszym przedziale).

Źródło: obliczenia własne na podstawie: GUS (2020b).

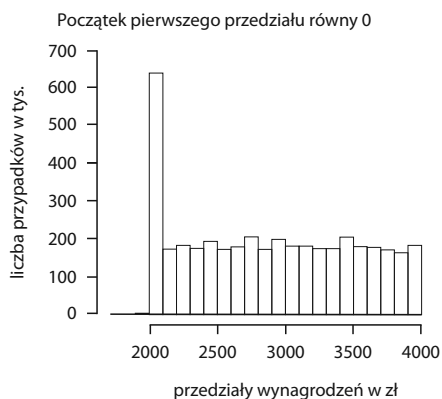
Przybliżony rozkład wynagrodzeń dla wybranych rozpiętości przedziałów uwzględnionych w tabl. 3 przedstawiono za pomocą histogramów (wykr. 2). Z tabl. 3 wynika, że oszacowana dominanta wyznaczona ze wzoru interpolacyjnego oscyluje wokół niskich wynagrodzeń³, w związku z czym wykr. 2 przedstawia tylko fragmenty histogramów zawierające najliczniejsze przedziały (do wynagrodzenia ok. 4000 zł, a dla rozpiętości 800 zł – do ok. 6000 zł). Histogram przedstawiający całą populację nie byłby czytelny (zob. wykr. 1).

³ Należy oczekiwać dążenia do wartości ustawowego wynagrodzenia minimalnego.

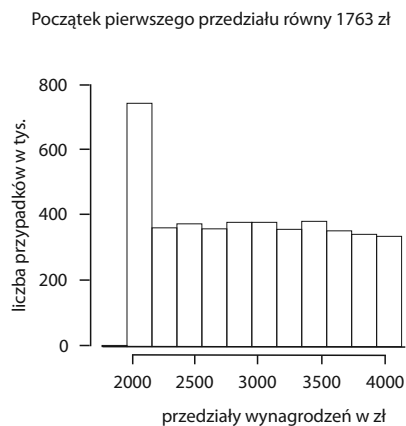
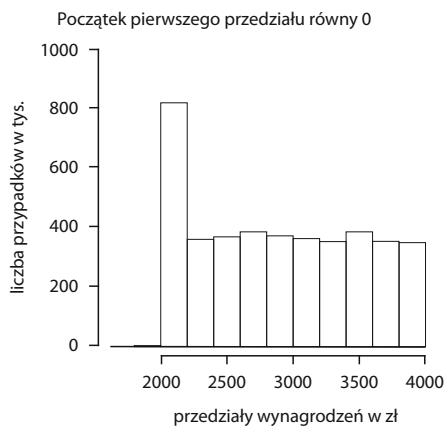
Wykr. 2. Fragmenty histogramu liczby przypadków dla różnych rozpiętości przedziałów

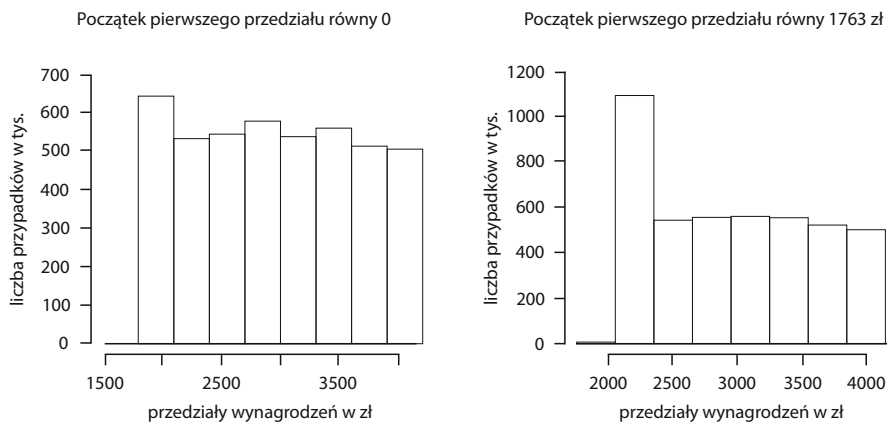
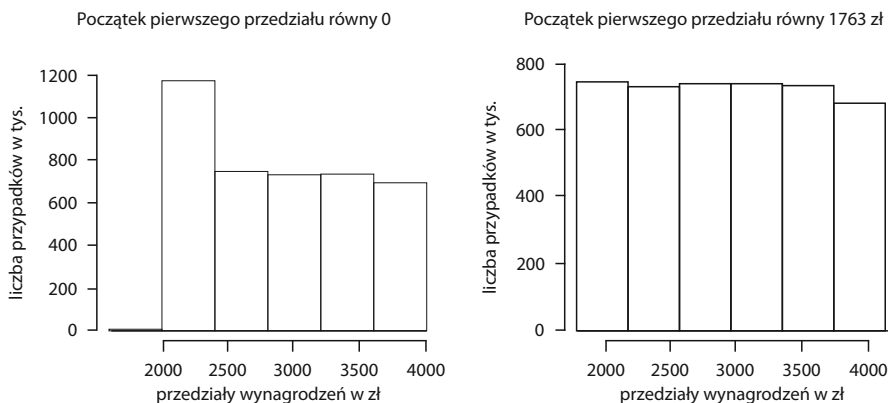
Wykr. 2. Fragmenty histogramu liczby przypadków dla różnych rozpiętości przedziałów (cd.)

C. Rozpiętość 100 zł



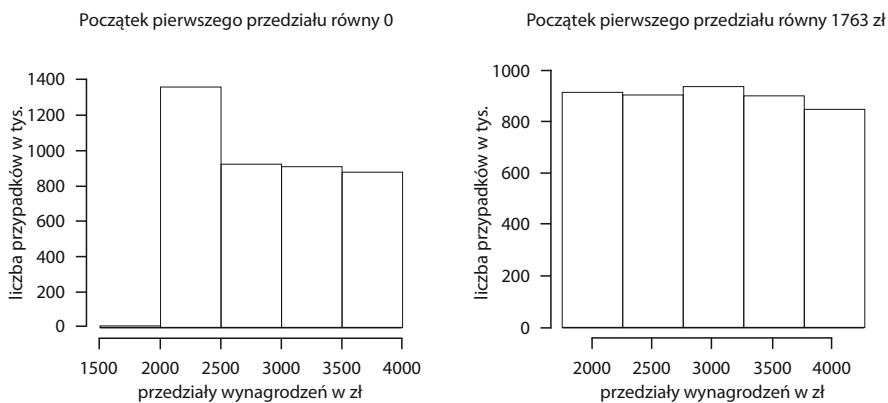
D. Rozpiętość 200 zł



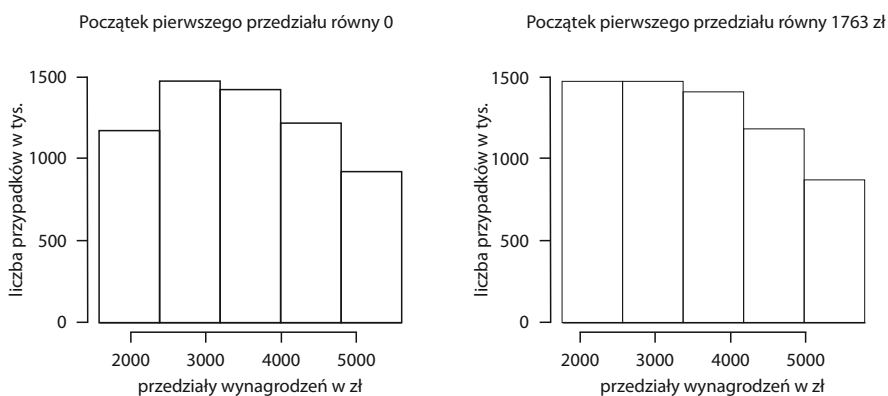
Wykr. 2. Fragmenty histogramu liczby przypadków dla różnych rozpiętości przedziałów (cd.)**E. Rozpiętość 300 zł****F. Rozpiętość 400 zł**

Wykr. 2. Fragmenty histogramu liczby przypadków dla różnych rozpiętości przedziałów (dok.)

G. Rozpiętość 500,37 zł



H. Rozpiętość 800 zł



Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R na podstawie: GUS (2020b).

Histogram prezentuje dodatkowe cechy populacji, które mają wpływ na oszacowanie dominanty. Zmniejszenie rozpiętości przedziału w szeregu rozdzielczym powoduje, że wartość oszacowanej dominanty dąży do ustawowej płacy minimalnej, która w 2018 r. wynosiła 2100,00 zł. Przeprowadzono zatem dodatkową analizę liczby przypadków wynagrodzenia równego płacy minimalnej oraz z przedziałów sąsiednich (tabl. 4).

Z analizy wynika, że płacę minimalną otrzymuje 7,44% populacji. Można uznać, że jest to wartość oszacowanej dominanty wynikająca z definicji, przy założeniu, że rozkład wynagrodzeń jest dyskretny. Jednak oszacowana dominanta równa płacy minimalnej reprezentuje bardzo małą frakcję przypadków (osób pobierających wynagrodzenie), więc nie jest w pełni satysfakcjonującym, reprezentatywnym wynikiem. Najlepszym rozwiązaniem byłoby zastosowanie metody pozwalającej na zidentyfikowanie wartości oszacowanej dominanty reprezentującej większą grupę przypadków – o ile takie zjawisko występuje.

W przypadku szeregu rozdzielczego z przedziałami o małej rozpiętości (np. 10, 20, 50 zł) przedziałem oszacowanej dominanty jest zawsze przedział zawierający płacę minimalną.

Tabl. 4. Liczebność w przedziale z płacą minimalną i w przedziałach z nią sąsiadujących

Przedziały	Przedział w zł		Liczba przypadków	Odsetek populacji
	od	do		
Płaca minimalna	2100,00		626 457	7,44
Rozpiętość przedziału 1 zł				
(PM – 1 zł; PM>	2099,01	2100,00	631 917	7,50
(PM; PM + 1 zł>	2100,01	2101,00	5088	0,06
Rozpiętość przedziału 10 zł				
(PM – 10 zł; PM>	2090,01	2100,00	632 339	7,51
(PM; PM + 10 zł>	2100,01	2110,00	21 454	0,25
Rozpiętość przedziału 11 zł				
(PM – 11 zł; PM>	2089,01	2100,00	632 387	7,51
(PM; PM + 11 zł>	2100,01	2111,00	22 347	0,27

Uwaga. PM – płaca minimalna.

Źródło: obliczenia własne na podstawie: GUS (2020b).

Wnioski z zastosowania metody standardowej, wykorzystującej wzór interpolacyjny, są następujące:

- dominanta wyznaczona dla badanej cechy jest wrażliwa na przyjętą rozpiętość przedziałów w szeregu rozdzielczym oraz na początek pierwszego przedziału (różnica pomiędzy skrajnymi wynikami obliczeń mody wynosi ok. 1000 zł);
- zmniejszanie rozpiętości przedziałów powoduje, że oszacowana dominanta dąży do ustawowej płacy minimalnej (2100,00 zł), która jest wartością „definitywną” przybliżonej dominanty, ale reprezentuje małą frakcję przypadków;

- na wyk. 2 dla przedziałów zawierających okrągłe wartości wynagrodzeń będące wielokrotnością 100 zł lub 500 zł można zauważyć pewną powtarzalność (cykl), np. co ok. 100 zł czy 500 zł, co oznacza, że zawiera się więcej umów na takie okrągłe kwoty wynagrodzeń niż umów na inne kwoty;
- dolna granica pierwszego przedziału równa minimum badanej cechy wydaje się właściwa, biorąc pod uwagę warunki, jakie należy spełnić, aby zastosować wzór interpolacyjny (1), a także uwzględniając zasady grupowania obserwacji w szereg rozdzielczy;
- w przypadku większych rozpiętości przedziałów oszacowany rozkład w sąsiedztwie dominanty jest bardziej spłaszczony (wykr. 2G i 2H), ale precyzja oszacowań maleje. Przedziały sąsiadujące z przedziałem dominanty mają zbliżoną liczebność, więc wiarygodność wyników jest wątpliwa;
- metoda standardowa nie pozwala na znalezienie takiej wartości dominanty, która reprezentuje znaczną frakcję przypadków.

3.2. Estymacja dominanty za pomocą zaawansowanych metod statystycznych

Na drugim etapie badania zastosowano zaawansowane nieparametryczne metody estymacji dominanty, dostępne w dodatku modeest w pakiecie R⁴ (tabl. 5). Zgodnie z klasyfikacją zastosowaną w części 2.2 można wśród nich wyróżnić takie, które wykorzystują numeryczną optymalizację funkcji gęstości i estymację jądrową. Są to metody: Parzena, Tsybakova i Meanshift. Pozostałe są metodami iteracyjnymi, które nie wykorzystują estymacji jądrowej.

Tabl. 5. Zaawansowane metody estymacji dominanty wynagrodzeń i jej oszacowana wartość

Metoda	Oszacowana wartość dominanty w zł
Naiwna	3560,12
Lientza: beta = 0,2 ^a	2948,62
beta = 0,3 ^a	3002,46
Ventera (bw = 1/3) ^b	2571,74
Ventera	2946,46
Grenandera	3805,38
HSM	2100,00 ^c
Parzena (kernel = „uniform”) ^d	3560,12
Asselina	2745,83
Tsybakova (kernel = „gaussian”) ^d	2946,46
Meanshift	3015,52

a Parametr beta w funkcji F (Lientz, 1970). b bw (bandwidth) – parametr opisujący szerokość pasma w metodzie Ventera (Poncet, 2019). c „The distribution could be multimodal” (rozkład może być wielomodalny) – uwaga wygenerowana przez program R. d Kernel oznacza rodzaj jądra użytego w danej metodzie (Poncet, 2019).

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem dodatku modeest w programie R na podstawie: GUS (2020b).

⁴ Szczegółowy opis metod oraz przywołania literatury znajdują się w opracowaniu Ponceta (2019).

Wnioski z zastosowania zaawansowanych metod estymacji dominanty są następujące:

- dominanta z próby oszacowana za pomocą metod przedstawionych w tabl. 5 przyjmuje wartości od ok. 2100 zł do ok. 3800 zł;
- metoda HSM szacuje dominantę na poziomie płacy minimalnej, a więc wskazuje wartość, która wynika z definicji modalnej jako wartości najczęstszej;
- za pomocą metody Grenandera uzyskuje się najwyższy szacunek dominanty;
- większość zastosowanych metod szacuje dominantę na poziomie od ok. 2700 zł do ok. 3500 zł, a zatem rozrzut jest znaczny (800 zł);
- oszacowania dominanty otrzymane za pomocą analizowanych zaawansowanych metod statystycznych nie dążą do jednej, zbliżonej wartości dominanty wynagrodzeń, która ma uzasadnienie społeczno-gospodarcze;
- ze względu na duży rozrzut otrzymanych wyników można przypuszczać, że metody wymienione w tabl. 5 nie są odpowiednie w przypadku rozkładów skrajnie asymetrycznych, charakteryzujących się dodatkowo pewną cyklicznością (których przykładem jest rozkład wynagrodzeń w Polsce).

4. Podsumowanie

Dominanta wynagrodzeń jest ważną miarą opisującą ich strukturę, ale ze względu na silną asymetrię rozkładu (skupienie blisko płacy minimalnej) jej estymacji nie wykonuje się standardowo w analizie wynagrodzeń. W niniejszym artykule dokonano przeglądu metod estymacji dominanty i podjęto próbę oszacowania dominanty wynagrodzeń brutto w Polsce, których wartości zaczerpnięto z reprezentacyjnego badania struktury wynagrodzeń według zawodów za październik 2018 r. przeprowadzonego przez GUS w przedsiębiorstwach o liczbie pracujących powyżej dziewięciu osób (GUS, 2020b). Najpierw zastosowano najprostszą metodę (obliczanie ze wzoru interpolacyjnego) przy różnych założeniach dotyczących rozpiętości przedziałów oraz początku pierwszego przedziału. Następnie oszacowano dominantę wynagrodzeń za pomocą zaawansowanych metod statystycznych.

Na podstawie otrzymanych wyników można zauważyć, że różne metody warunkują różne oszacowania dominanty. W przypadku metody standardowej jej wartość jest wrażliwa na założoną rozpiętość przedziałów w szeregu rozdzielczym i początek pierwszego przedziału. Zmniejszanie rozpiętości przedziałów powoduje, że wartość dominanty dąży do wartości równej płacy minimalnej, a zatem wskazuje przybliżenie dominanty wynikające bezpośrednio z definicji, ale reprezentujące bardzo małą frakcję przypadków (osób pobierających wynagrodzenie). Zaawansowane metody statystyczne również mają ograniczone zastosowanie do analizowanych danych, ponieważ wyniki różnią się znacznie w zależności od zastosowanej metody.

Analiza otrzymanych wyników daje podstawy do rozważenia tezy, że rozkład wynagrodzeń jest mieszany: ma charakter rozkładu dyskretnego dla wynagrodzeń w wysokości płacy minimalnej i rozkładu ciągłego dla wynagrodzeń powyżej płacy minimalnej. Dodatkowo można zauważyć pewną powtarzalność (cykl), np. co ok. 100 zł czy 500 zł, co oznacza, że w Polsce zawiera się więcej umów, w których kwota wynagrodzenia jest okrągła, niż umów na inne kwoty.

Posługiwanie się dominantą do opisywania struktury wynagrodzeń nie ma zatem zastosowania w przypadku zbioru o bardzo dużej liczbie obserwacji (danych quasi-ciągłych), którego rozkład jest skrajnie asymetryczny oraz w którym występują zaburzenia (wynikające np. z popularności okrągłych wartości wynagrodzeń lub innych fluktuacji). Zarówno standardowa metoda interpolacji, jak i bardziej zaawansowane numerycznie metody estymacji rozkładu nie pozwalają wyznaczyć wartości dominanty, która opisuje rozkład wynagrodzeń w oczekiwany sposób, tzn. tak, aby reprezentowała odpowiednio wysoką frakcję przypadków oraz dawała zbliżone wyniki (arbitralnie np. ± 50 zł czy ± 100 zł) dla różnych metod i założeń.

Wydaje się, że rozkład wynagrodzeń w Polsce jest dwumodalny⁵. Jedna moda występuje w pobliżu wynagrodzenia minimalnego i jest wskazywana zarówno przy bezpośrednim zastosowaniu definicji, jak i przy wykorzystaniu histogramów o wąskich przedziałach. Druga moda (dużo bardziej wypłaszczona) jest widoczna na histogramach dla przedziałów o większych rozpiętościach i wyznaczana numerycznie za pomocą większości zaawansowanych metod statystycznych. Analiza pomija szczegóły drobniejszych wahań cyklicznych spowodowanych popularnością okrągłych kwot wynagrodzeń.

W przypadku zmiennych o rozkładach mieszanych wyznaczanie dominanty jest skomplikowane i wymaga niestandardowego podejścia. Będzie to przedmiotem dalszych prac badawczych autorów.

Bibliografia

- Bickel, D. R. (2002). Robust estimators of the mode and skewness of continuous data. *Computational Statistics and Data Analysis*, 39(2), 153–163. [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00057-3](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00057-3).
- Bickel, D. R. (2003). Robust and efficient estimation of the mode of continuous data: The mode as a viable measure of central tendency. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 73(12), 899–912. <https://doi.org/10.1080/0094965031000097809>.
- Bickel, D. R., Frühwirth, R. (2006). On a Fast, Robust Estimator of the Mode: Comparisons to Other Robust Estimators with Applications. *Computational Statistics and Data Analysis*, 50(12), 3500–3530. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2005.07.011>.

⁵ W danych można jeszcze spodziewać się pewnego rodzaju anomalii związanych z tendencją do wyższej liczebności w przypadku okrągłych wartości wynagrodzeń (wielokrotności 100 zł czy 500 zł). Można jednak założyć, że nie zaburza to ogólnego obrazu i wniosków.

- Fukunaga, K., Hostetler, L. (1975). The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition. *IEEE Transactions on Information Theory*, 21(1), 32–40. <https://doi.org/10.1109/TIT.1975.1055330>.
- Grenander, U. (1965). Some direct estimates of the mode. *Annals of Mathematical Statistics*, 36(1), 131–138.
- Główny Urząd Statystyczny. (2020a). *Podstawowe miary statystyczne. Miary położenia*. https://eks.stat.gov.pl/materialy/scenariusze/miary_statystyczne/materialy_dla_nauczyciela.pdf.
- Główny Urząd Statystyczny. (2020b). *Struktura wynagrodzeń według zawodów w październiku 2018 r.* <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rynek-pracy/pracujacy-zatrudnieni-wynagrodzenia-koszty-pracy/struktura-wynagrodzen-wedlug-zawodow-w-pazdzierniku-2018-roku,4,9.html>.
- Główny Urząd Statystyczny. (2020c). *Zeszyt metodologiczny. Struktura wynagrodzeń według zawodów*. <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rynek-pracy/zasady-metodyczne-rocznik-pracy/zeszyt-metodologiczny-struktura-wynagrodzen-wedlug-zawodow,8,1.html>.
- Główny Urząd Statystyczny. (2021). *Struktura wynagrodzeń według zawodów w październiku 2020 r.* <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rynek-pracy/pracujacy-zatrudnieni-wynagrodzenia-koszty-pracy/struktura-wynagrodzen-wedlug-zawodow-w-pazdzierniku-2020-roku,5,7.html>.
- Jurkiewicz, T., Kozłowski, A. (2009). O wyznaczaniu dominanty rozkładu cechy ciągłej w szeregach szczegółowych. *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica*, 227, 107–120.
- Lientz, B. P. (1970). Results on nonparametric modal intervals. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 19(2), 356–366. <https://doi.org/10.1137/0119034>.
- Lientz, B. P. (1972). Properties of modal intervals. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 23(1), 1–5. <https://doi.org/10.1137/0123001>.
- Ostasiewicz, S., Rusnak, Z., Siedlecka, U. (1995). *Statystyka. Elementy teorii i zadania*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.
- Parlińska, M., Parliński, J. (2011). *Statystyczna analiza danych z Excelem*. Wydawnictwo SGGW.
- Parzen, E. (1962). On Estimation of a Probability Density Function and Mode. *The Annals of Mathematical Statistics*, 33(3), 1065–1076.
- Poncet, P. (2019, 18 stycznia). *Mode Estimation*. <https://github.com/paulponcet/modeest>.
- Sokołowski, A. (2013). *Bezpośrednie estymatory modalnej*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie.
- Stanisławek, J. (2010). *Podstawy statystyki. Opis statystyczny. Korelacja i regresja. Rozkłady zmiennej losowej. Wnioskowanie statystyczne*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Tsybakov, A. B. (1990). Recursive estimation of the mode of a multivariate distribution. *Problems of Information Transmission*, 26(1), 31–37.
- Venter, J. H. (1967). On estimation of the mode. *The Annals of Mathematical Statistics*, 38(5), 1446–1455.

XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii”

The 11th Professor Zbigniew Czerwiński National Scientific Conference ‘Mathematics and IT at the services of economics’

16 września 2022 r. odbyła się XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego poświęcona zastosowaniom metod matematycznych i statystycznych oraz informatyki w ekonomii. Konferencja została zorganizowana przez Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej (IIEI) Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu (UEP), a honorowy patronat nad nią objęli dr Dominik Rozkrut, prezes GUS, oraz prof. dr hab. Maciej Żukowski, rektor UEP. Spotkanie odbyło się w formie zdalnych sesji naukowych i prelekcji online.

Komitetowi organizacyjnemu konferencji przewodniczyli dr hab. Helena Gaspars-Wieloch, prof. UEP, oraz dr hab. inż. Jarogniew Rykowski, prof. UEP. W pracach komitetu uczestniczyli: dr Marcin Bartkowiak, dr hab. Agata Filipowska, dr hab. Paweł Kliber, mgr Natalia Lewandowska (sekretarz konferencji) oraz dr hab. Marcin Szymkowiak. W skład komitetu naukowego konferencji, który pracował pod kierunkiem prof. dr. hab. Krzysztofa Malagi, dyrektora IIEI, weszli: prof. dr hab. Witold Abramowicz, dr hab. Dorota Appenzeller, prof. UEP, prof. dr hab. Barbara Będowska-Sójka, prof. dr hab. inż. Wojciech Cellary, dr hab. Grażyna Dehnel, prof. UEP, dr hab. Krzysztof Echaust, prof. UEP, prof. dr hab. Elżbieta Gołata, prof. dr hab. Witold Jurek, prof. dr hab. Marian Matłoka, prof. dr hab. Emil Panek, dr hab. Elżbieta Rychłowska-Musiał, prof. UEP, i prof. dr hab. inż. Krzysztof Walczak.

Celem konferencji była integracja środowiska polskich ekonomistów zajmujących się metodami ilościowymi (badaniami operacyjnymi, ekonometrią, informatyką, makroekonomią, statystyką i technologiami informacyjnymi) oraz praktyków stosujących te metody w statystyce publicznej lub przemyśle. Spotkanie miało posłużyć jako forum dyskusji i wymiany doświadczeń naukowców, pracowników urzędów statystycznych oraz przedsiębiorstw, którzy zajmują się zastosowaniami metod ilościowych i informatyki.

Tematem przewodnim konferencji była Gospodarka 4.0 (czwarta rewolucja przemysłowa), więc wielu prelegentów przedstawiło zastosowania zaawansowanych metod ilościowych i informatycznych w przemyśle oraz administracji.

Referaty przedstawione na konferencji dotyczyły takich zagadnień, jak: ekonometria finansowa, modelowanie ilościowe w makroekonomii, badania operacyjne, estymacja w statystyce publicznej, zastosowanie narzędzi informatycznych w analizach danych internetowych, zastosowanie metod ilościowych w przemyśle. W spotkaniu uczestniczyło ponad 100 naukowców z 19 uczelni i instytutów badawczych oraz pracownicy przedsiębiorstw, GUS i Urzędu Statystycznego (US) w Poznaniu.

W sesjach plenarnych wykłady wygłosili Dominik Rozkrut, Wojciech Cellary oraz zespół Katedry Informatyki Ekonomicznej UEP w składzie: Witold Abramowicz, dr hab. Krzysztof Węcel, prof. UEP, dr Włodzimierz Lewoniewski, dr Piotr Stolarski, dr Milena Stróżyńska, mgr Ewelina Księżniak i mgr Marcin Sawiński. Pierwszej sesji plenarnej przewodniczyła Helena Gaspars-Wieloch, a drugiej i trzeciej – Jarogniew Rykowski.

Dominik Rozkrut wygłosił referat *TranStat – inteligentny system produkcji statystyk transportu drogowego i morskiego z wykorzystaniem wielkich wolumenów danych*. Celem wystąpienia było zaprezentowanie funkcjonalności systemu TranStat oraz zapoznanie słuchaczy z licznymi możliwościami jego zastosowania.

Referat Wojciecha Cellarego *Edukacja wobec Przemysłu i Gospodarki 4.0* dotyczył czwartej rewolucji przemysłowej opartej na zintegrowanym obiegu danych i robotyzacji. Prelegent przedstawił zasadę uczenia maszynowego – kluczowej techniki analizy gigadanych, a także poruszył wątek rynku pracy w Gospodarce 4.0 oraz wyzwania, jakim stawiają czoła uczelnie pragnące przygotować absolwentów do pracy w dynamicznie zmieniających się warunkach gospodarczych.

W wystąpieniu przygotowanym przez zespół pod kierunkiem Witolda Abramowicza i Krzysztofa Węcla *Czy media społecznościowe mogą obronić się przed fake news?* zwrócono uwagę na profesjonalizację procedury tworzenia fałszywych wiadomości, sięgając również wywiadów niektórych krajów, i tym samym konieczność wypracowania mechanizmów obronnych. Przedstawiono również SocialScan, czyli narzędzie służące do identyfikacji fałszywych wiadomości w sieci, które pozwala na skuteczne typowanie do weryfikacji wiadomości w mediach społecznościowych.

Następnie odbyło się sześć równoległych sesji tematycznych, w trakcie których wygłoszono 32 referaty przygotowane przez prelegentów z: Akademii Białskiej Nauk Stosowanych im. Jana Pawła II (dalej: Akademia Bialska), Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie (AGH), Akademii Kaliskiej im. Prezydenta Stanisława Wojciechowskiego (dalej: Akademia Kaliska), Akademii Pomorskiej w Słupsku (APSL), Analyx sp. z o.o., Florida Atlantic University, GRAPE, Institute of Labor Economics (IZA), Politechniki Poznańskiej (PP), NHH Norwegian School of Economics, GUS, Politechniki Warszawskiej (PW), Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie (SGH), Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach (UE Katowice), Uniwersytetu Ekono-

micznego w Krakowie (UEK), Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu (UEW), UEP, Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu (UAM), Uniwersytetu Łódzkiego (UŁ), Uniwersytetu Warszawskiego (UW), US w Poznaniu, Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu (WSB) oraz Wyższej Szkoły Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie (WSliZ).

W pierwszej sesji, której przewodniczyła dr hab. Agata Kliber, prof. UEP, wygłoszono sześć referatów. Jako pierwsi głos zabrali Marcin Szymkowiak i Kamil Wilak (UEP). W referacie *Estymacja wybranych charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów w świetle podejścia kalibracyjnego* przywołali badanie, w którym wykorzystano dane jednostkowe pochodzące z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) za lata 2017–2019. Estymacji podlegały wartości globalne pracujących, bezrobotnych i biernych zawodowo, a także współczynnik aktywności ekonomicznej, wskaźnik zatrudnienia i stopa bezrobocia. Wspomniane charakterystyki wyznaczane na podstawie BAEL nie są obecnie publikowane przez GUS na poziomie podregionów.

Magdalena Kawecka (UE Katowice) wygłosiła referat *Analiza czynników wpływających na bezrobocie młodych ludzi w Polsce – zastosowanie modelu regresji logistycznej*. Omawiane przez prelegentkę badanie opierało się na danych jednostkowych z zakresu monitoringu zapotrzebowania na kompetencje na rynku pracy, które pochodziły z badań Bilansu Kapitału Ludzkiego przeprowadzonych w 2019 r. przez Polską Agencję Rozwoju Przedsiębiorczości i Uniwersytet Jagielloński. Autorka skupiła się na osobach do 30. roku życia i przeanalizowała odpowiedzi z 552 kwestionariuszy. Sformułowane wnioski mogą posłużyć jako wskazówki do kierunków zmian w zakresie społeczno-demograficznym, które z kolei mogą przyczynić się do wzrostu zatrudnienia wśród młodych ludzi.

Wystąpienie Tomasza Klimanka (UEP), Sylwii Filas-Przybył (US w Poznaniu) i Jacka Kowalewskiego (UEP, US w Poznaniu) *Kilka uwag na temat geoprzestrzennych dylematów jakości badania dojazdów do pracy* dotyczyło różnych sposobów definiowania punktów charakterystycznych gminy. Według referentów za najlepsze rozwiązanie należy uznać stosowanie medoidów odrębnie dla miejsc zamieszkania i miejsc pracy. Prelegenci podjęli także próbę zaimplementowania metody wyznaczania medoidów miejsc zamieszkania nie na podstawie odległości euklidesowej, ale algorytmu Dijkstry, minimalizującego odległość drogową.

The accuracy of forecasting neural networks and the impact of using fuzzy sets for the currency market to temat wystąpienia Jakuba Morkowskiego (UEP). Prognozy dotyczące decyzji inwestycyjnych zostały sporządzone przy użyciu sieci neuronowych w środowisku R. W badaniu zbiory rozmyte posłużyły do wyboru alternatywy spośród wielu prognoz. Autor porównał różne funkcje przynależności i sposoby ich

tworzenia w celu podjęcia właściwej decyzji inwestycyjnej. Zaproponowane podejście pozwala osiągnąć dokładniejsze wyniki niż inne metody, również w warunkach niepewności i dynamicznych zmian zachodzących na rynku.

W referacie *Zastosowanie SEM do analizy kapitału intelektualnego województw w Polsce* wygłoszonym przez Monikę Osińską (UEP) zidentyfikowano elementy kapitału intelektualnego polskich województw istotne z punktu widzenia ich pozycji konkurencyjnej. W tym celu wykorzystano modelowanie ścieżek PM (ang. *path modelling*), służące do analizy zależności przyczynowo-skutkowych zachodzących pomiędzy bezpośrednio nieobserwowalnymi zmiennymi. Model ścieżek PM został zbudowany na podstawie danych przekrojowych z 2019 r. pochodzących z Banku Danych Lokalnych GUS.

Wystąpienie *Hierarchiczna klasyfikacja ofert pracy na potrzeby statystyki wolnych miejsc pracy* zostało przygotowane przez Marka Wydmucha (PP), Macieja Beręsewicza (UEP) oraz Hermana Cherniaieva i Roberta Patera (WSliZ). Autorzy przedstawili wyniki automatycznego dopasowania internetowych ofert pracy do kodów zawodów określonych w polskiej klasyfikacji zawodów i specjalności. Ponadto opisali procedurę uzyskania próby uczącej składającej się z 3 tys. ręcznie oznaczonych ofert pracy oraz ponad miliona ogłoszeń skategoryzowanych na potrzeby urzędów pracy w Polsce.

Drugiej sesji przewodniczył Paweł Kliber. Jako pierwszy głos zabrał Jakub Growiec (SGH). W referacie *Industry 4.0? Framing the digital revolution and its long-run growth consequences* wyjaśnił m.in. główne różnice pomiędzy technologiami rewolucji przemysłowej i rewolucji cyfrowej na podstawie modelu wzrostu gospodarczego *hardware-software*. Zauważył również, że z jednej strony pełna automatyzacja może doprowadzić do znacznego bezrobocia, a z drugiej przyczynić się do istotnego przyspieszenia wzrostu gospodarczego. Autor omówił też skutki wykorzystywania obecnych technologii cyfrowych i ewentualnego wdrożenia nowych.

Mirosława Kaczmarek (UEP) wygłosiła referat *Podobieństwa i różnice pomiędzy konsumentami z generacji X, Y i Z w korzystaniu z systemu płatności BLIK*. Dwuetapową analizę przeprowadzono na podstawie danych z badania metodą CAWI wykonanego w styczniu 2022 r. na próbie 1180 osób. Na pierwszym etapie na podstawie wyników testu niezależności chi-kwadrat wykazano, że generacje konsumentów znacznie różnią się pod względem częstości dokonywania przelewów internetowych, przelewów na telefon i płatności z wpisaniem kodu, natomiast nie występują pomiędzy nimi istotne statystycznie różnice w realizacji płatności zbliżeniowych i wypłat z bankomatu. Na drugim etapie zastosowano metodę analizy korespondencji, której wyniki pozwoliły dokonać podziału użytkowników BLIK-a ze względu na przynależność do generacji oraz częstość dokonywania przelewów i płatności.

Agnieszka Lipieta i Artur Lipieta (UEK) przygotowali wystąpienie *Rola twórczej destrukcji i konkurencyjności w procesach innowacyjnych*. Dzięki analizie matematycznych modeli mechanizmów ekonomicznych, skonstruowanych na podstawie przesłanek Schumpetera dotyczących procesów charakteryzujących rozwój gospodarczy, autorzy zdefiniowali dwa indeksy: twórczej destrukcji i konkurencyjności. Indeksy te wykorzystano do przeprowadzenia analizy własności procesów innowacyjnych w Polsce.

Radosław Murkowski (UEP) wygłosił referat *Poziom wyszczepienia szczepionką na COVID-19 a nadmierna umieralność w Polsce i w Europie*. Celem wystąpienia było określenie terytorialnego zróżnicowania poziomu nadmiarowych zgonów w Polsce i Europie. Przedstawiono także terytorialne zróżnicowanie poziomu wyszczepienia populacji szczepionką przeciwko COVID-19 oraz stopień zależności pomiędzy poziomem wyszczepienia a liczbą nadmiernych zgonów w przeliczeniu na 100 tys. osób. W badaniu wykazano występowanie ujemnej zależności pomiędzy stopniem wyszczepienia przeciwko COVID-19 a liczbą nadmiarowych zgonów na 100 tys. osób w drugiej połowie 2021 r. w Polsce według regionów.

Modelowanie cen oraz względnych cen skanerowych to tytuł wystąpienia przygotowanego przez Piotra Sulewskiego (APSL) i Jacka Białka (UŁ). Prelegenci poruszyli problem właściwego dopasowania teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa do empirycznego rozkładu cen oraz względnych cen skanerowych. W badaniu empirycznym wykorzystano miesięczne dane dotyczące jogurtu naturalnego, jogurtu pitnego, ryżu długoziarnistego i kawy w proszku sprzedawanych w Polsce w 212 punktach w styczniu i lutym 2022 r. Ceny oraz względne ceny modelowano za pomocą dziesięciu rozkładów prawdopodobieństwa z nośnikiem nieujemnym.

Ostatni referat w tej sesji *Wpływ zmian podatku akcyzowego na popyt na wyroby alkoholowe w Polsce* został wygłoszony przez Jacka Wolaka (AGH). Narzędziem służącym do modelowania zachowań konsumentów był kwadratowy, prawie idealny system funkcji popytu (model QUAIDS), a zestaw danych użyty w badaniu powstał na podstawie nieidentyfikowalnych danych jednostkowych o wydatkach gospodarstw domowych pochodzących z badania budżetów gospodarstw domowych przeprowadzonego w 2020 r. przez GUS.

Trzecią sesję, której przewodniczyła Barbara Będowska-Sójka, rozpoczęli Katarzyna Budny i Stanisław Wanat (UEK) referatem *Wykorzystanie potęgowego uogólnienia jednostronnej nierówności Vysochanskii-Petunina w szacowaniu value-at-risk*. Tytułowe uogólnienie stanowi ulepszenie potęgowego uogólnienia nierówności Cantellego dla zmiennych losowych o rozkładach jednomodalnych. Autorzy wykorzystali uzyskane wyniki m.in. do oszacowania ograniczeń kapitałowego wymogu wypłacalności dla ryzyka składki i rezerw w ubezpieczeniach innych niż na życie.

Tomasz Józefowski (US w Poznaniu), Andrzej Młodak (Akademia Kaliska, US w Poznaniu) i Tomasz Klimanek (UEP, US w Poznaniu) przygotowali wystąpienie *Poufność a użyteczność informacji statystycznych – aspekty metodologiczne*. Autorzy przedstawili najważniejsze cele i problemy kontroli ujawniania danych (ang. *statistical disclosure control* – SDC) oraz metody ochrony tajemnicy statystycznej. Wskazali także kluczowe narzędzia informatyczne służące do przeprowadzania SDC oraz najważniejsze kierunki ich bieżącego udoskonalania w ramach przedsięwzięć międzynarodowych.

Ocena możliwości lokalizacji stacji ładowania samochodów elektrycznych wykorzystująca rozmytą metodę AHP oraz GIS – przypadek Łodzi to tytuł referatu Adama Kucharskiego i Pauliny Sztterlik (UŁ). Autorzy wskazali miejsca najlepsze do budowy stacji ładowania samochodów elektrycznych z punktu widzenia założonego zestawu kryteriów. Zagadnienie jest istotne, ponieważ w ostatnich latach wzrasta zainteresowanie wykorzystywaniem alternatywnych źródeł napędu pojazdów mechanicznych. Mają na to wpływ m.in. przepisy wprowadzane przez Komisję Europejską oraz wyższe koszty utrzymania samochodów napędzanych paliwami wytwarzanymi z ropy naftowej.

Jan Jacek Sztudynger (UŁ) wygłosił referat *Rodzina, jakość życia, wzrost i rozwój gospodarczy*. Stwierdził, że człowiek funkcjonuje według spirali: jakość życia – wydajność pracy – dochody – jakość życia, która działa w obie strony. Zauważył również, że zrównoważony rozwój gospodarczy to rozwój, który chroni środowisko rodzinne, społeczne i naturalne. Rodzina jest zaś swoistym kołem zamachowym lub kołem hamulcowym gospodarki. Prelegent podkreślił, że między życiem zawodowym i rodzinnym występuje konflikt, ale jednocześnie mamy do czynienia ze wzmacnianiem pełnionych ról. Z tych powodów należy chronić małżeństwa oraz dążyć do zwiększenia dzietności i do ograniczenia liczby rozwodów, co pozytywnie wpłynie na jakość życia i wzrost gospodarczy.

Metody oparte na wzmocnieniu gradientowym w ocenie wybranych rodzajów ryzyka w działalności spółek akcyjnych to tytuł wystąpienia Aleksandry Szymury (UEW). Wymienione przez autorkę metody uchodzą w ostatnich latach za jedno z najsukceszniejszych algorytmów uczenia maszynowego. Ich celem jest doskonalenie modelu dzięki poprawianiu błędów wcześniejszych – z założenia słabszych – modeli (tzw. *weak learners*). W badaniu wykorzystano dane pochodzące ze sprawozdań finansowych spółek rynku głównego oraz NewConnect Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Podmioty analizowane były pod kątem ryzyka wystąpienia negatywnych zdarzeń, takich jak nałożenie kary czy zanotowanie straty z działalności.

Ostatni referat *Wykorzystanie metod data mining do identyfikacji wskaźników kwalifikacji pracowników* zaprezentowała Małgorzata Wrzosek (SGH). Autorka

zajęła się tym tematem ze względu na to, że zróżnicowanie kwalifikacji wskazuje się jako istotny czynnik wpływający na poziom bezrobocia i zatrudnienia oraz główną przyczynę pogłębiających się nierówności płacowych. Omówione podczas wystąpienia badanie przeprowadzono z wykorzystaniem technik data mining, ze szczególnym uwzględnieniem analizy skupień.

Czwartą sesję poprowadziła Aleksandra Rutkowska. Pierwszy referat *Gender diversity spillovers and token women on boards* wygłosili Hubert Drązkowski (GRAPE, PW), Joanna Tyrowicz (GRAPE, UW, IZA) i Siri Terjesen (Florida Atlantic University, NHH Norwegian School of Economics). Podczas wystąpienia przedstawiono wstępne wyniki badania zależności między obecnością kobiet w radzie nadzorczej a przyszłym zróżnicowaniem rady zarządczej w danej firmie pod względem płci. Dzięki stworzeniu nowego zbioru danych udało się poddać analizie 3 mln europejskich firm. Zbadano przedsiębiorstwa o różnym profilu działalności z sektorów państwowego i prywatnego funkcjonujące w latach 90. ubiegłego wieku oraz w pierwszej i drugiej dekadzie XXI w. Na podstawie zastosowanej regresji panelowej zaobserwowano m.in. dodatnią zależność w grupie firm giełdowych, a ujemną lub neutralną w grupie firm nienotowanych na giełdzie, które pozostają w cieniu raportowania i publicznego ostracyzmu. Dodatnia zależność występuje również w przypadku obecności w radzie nadzorczej więcej niż jednej kobiety. Przyjmuje się, że obecność kobiet na stanowiskach drugorzędnych przekłada się m.in. na większe zróżnicowanie płci w kierownictwie najwyższego szczebla.

Alicja Jajko-Siwek (UEP) przygotowała wystąpienie *Determinants of the pensioners' digital capability in European countries during the COVID-19 pandemic*. Celem referatu było przedstawienie stopnia cyfryzacji europejskich emerytów w czasie pandemii COVID-19. Analizę przeprowadzono z użyciem drzew klasyfikacyjnych. Prelegentka zauważyła, że w grupie osób między 50. a 70. rokiem życia wzrosła częstotliwość korzystania z internetu, w tym przede wszystkim robienia zakupów online.

Agnieszka Przybył-Mazur (UE Katowice) przedstawiła referat *Znaczenie reguły celowania fiskalnego w osiągnięciu stabilności finansów sektora instytucji rządowych i samorządowych*. Zaprezentowała model matematyczny, który stanowi podstawę wyprowadzenia warunków umożliwiających osiągnięcie stabilności finansów sektora instytucji rządowych i samorządowych oraz produkcji. Uzyskane wyniki teoretyczne są pomocne przy sprawdzaniu, czy w danym kraju w konkretnym momencie możliwe jest osiągnięcie stabilności produkcji i instrumentów fiskalnych, takich jak dług, dług/PKB, deficyt i deficyt/PKB. Analizę empiryczną przeprowadzono dla Polski.

W czwartym referacie *Hedonic house price index for Poland in 1996–2022* Radosław Trojanek (UEP) zaprezentował hedoniczny indeks opracowany na podstawie danych ofertowych dotyczących największych miast w Polsce. Dane pochodziły nie

tylko z archiwalnych ogłoszeń, zdjęć i czasopism, lecz także z portali poświęconych nieruchomościom. Pomimo pewnych ograniczeń indeks dostarcza wielu nowych informacji o rynku nieruchomości.

Wystąpienie *The evolution of labour share in Poland. New evidence from firm-level data* zostało przygotowane przez Sebastiana Zalasa i Huberta Drązkowskiego (GRAPE, UW). Oszacowania udziału siły roboczej za lata 1995–2019 uzyskane przez autorów od Orbisu są niereprezentatywnymi danymi rejestrowymi. Dla nakładającego się okresu i prób porównano wspomniane oszacowania z wynikami otrzymanymi przez Growca w 2009 r. Autorzy odwołali się również do danych OECD. Wykazali, że poziomy udział siły roboczej otrzymane na podstawie różnych źródeł istotnie się różnią, choć w obu przypadkach trend był taki sam.

Ostatni referat w tej sesji *Ecological preferences of households – model with the scale effect in energy production* wygłosiła Marta Kornafel (UEK). Prelegentka przedstawiła model ekonomiczny uwzględniający wydajność inwestycyjną oraz komplementarność energii i kapitału rzeczowego. W modelu ujęto także czynnik behawioralny oraz preferencje gospodarstw domowych.

Piątą sesję poprowadziła Elżbieta Rychłowska-Musiał. Pierwsze wystąpienie *Polskie doświadczenia z pierwszej w historii aukcji częstotliwości radiowych* przygotowała Agnieszka Kuś (Akademia Bialska). Jego celem była analiza reguł i przebiegu pierwszej w historii aukcji częstotliwości radiowych w Polsce. Przystudiowano zachowania licytacyjne i dynamikę w kluczowych etapach aukcji. Podjęto także próbę zidentyfikowania przyczyn niepowodzenia aukcji oraz przedstawiono kilka wniosków i rekomendacji, które mogą pomóc decydentom w projektowaniu aukcji widma. Przypadek polskiej aukcji pokazuje, że nawet pozornie niewielka modyfikacja reguł aukcyjnych może prowadzić do wielu zakłóceń i zwiększyć ryzyko uzyskania nieefektywnego wyniku m.in. w zakresie alokacji widma oraz w procesie odkrywania cen rynkowych licytowanych bloków częstotliwości. Wspomniane zmiany doprowadziły również do wystąpienia nierównych szans w zamkniętej rundzie finałowej.

Referat *O przechodzeniu gospodarek centralnie planowanych krajów Europy Środkowo-Wschodniej i Południowo-Wschodniej do gospodarki rynkowej w świetle wskaźników transformacji EBOR w latach 1990–2014* wygłosili Bartłomiej Lach (Analyx sp. z o.o.) i Krzysztof Malaga (UEP). Autorzy wykorzystali wybrane metody wielowymiarowej analizy porównawczej i σ -konwergencji/dywergencji w celu przeprowadzenia analizy i dokonania oceny transformacji gospodarczych w 11 krajach, które po 2003 r. przystąpiły do Unii Europejskiej.

Karolina Siemaszkiewicz (UEP), autorka prezentacji *Alternative investments during turbulent times – a comparison of dynamic relationship*, dokonała porównania występowania różnych instrumentów bezpiecznej przystani podczas globalnego kry-

zysu finansowego, kryzysu kredytowego strefy euro, pandemii COVID-19 i militarnej agresji Rosji na Ukrainę. W literaturze przedmiotu brakuje badań dotyczących instrumentów *bezpiecznej przystani* dla takich krajów, jak Polska, Czechy, Słowacja czy Włochy i dlatego właśnie je ujęto w badaniu. Wyniki pokazują, że głównie dolar amerykański i frank szwajcarski mogą uchronić inwestorów przed stratami finansowymi podczas spadków na giełdach.

Referat *Wpływ wąskich gardeł środków trwałych, infrastruktury transportowej oraz niedoborów popytu na wzrost PKB w Polsce* wygłosił Jan Marek Sztaudynger (UŁ). W omawianym badaniu prelegent zweryfikował hipotezę o niecyklicznych wahanach koniunkturalnych z zastosowaniem zmodyfikowanej funkcji Cobba-Douglasa dla Polski w latach 1994–2019. Wyniki badania potwierdziły hipotezę, że nasilone występowanie wąskich gardeł po trzech–pięciu latach powoduje zwiększenie efektywności inwestycji, a spowolnienie wzrostu PKB po roku–dwóch latach jest przyczyną wyrównującego przyspieszenia wzrostu gospodarczego. Z przeprowadzonego badania wynika też m.in., że inwestycje w mosty i tunele są ujemnie skorelowane z bieżącym wzrostem PKB.

Ostatni referat w tej sesji *Analiza wrażliwości rozwiązania zagadnienia gazeciarza. Zmiana rozkładu prawdopodobieństwa popytu* wygłosił Tomasz Brzęczek (PP). Optymalna wielkość podaży produktu nietrwałego zależy od rozkładu prawdopodobieństwa popytu, kosztu zakupu, ceny i ceny wyprzedażowej. Przeanalizowano, jak różnią się rozwiązania otrzymane przy zastosowaniu tych samych parametrów, ale dla rozkładów różnych typów. Okazuje się, że nie zawsze działania na rzecz stabilizacji popytu i normalnego rozkładu popytu skutkują wyższym zyskiem.

Szóstej sesji – studenckiej – przewodniczył Marcin Szymkowiak. Pierwszy referat *Comparison of multiple imputation methods ability to recover population fractions for nominal data* wygłosił Hubert Drązkowski (GRAPE, UW). Wystąpienie dotyczyło algorytmów uzupełniania braków danych dla danych nominalnych. W przeprowadzonej symulacji przebadano 11 algorytmów wielokrotnej imputacji pod kątem odtworzenia frakcji wielowymiarowych. Wygenerowano również ranking uwzględniający różne miary i cechy szczególne algorytmów. Najlepiej radziły sobie drzewa decyzyjne.

Drugie wystąpienie *Wykorzystanie nowoczesnych technologii w projektowaniu aplikacji multimedialnych – SKN GameDev* przygotowało Koło Naukowe GameDev (UEP) w składzie: Julia Głowaczewska, Stanisław Kumor, Cyryl Leszczyński, Jeremi Ransoz, Natalia Marszał i Patryk Gawrol. Celem prezentacji było pokazanie, jak nowoczesne technologie multimedialne pozwalające na tworzenie trójwymiarowych wirtualnych środowisk są w stanie wspomagać rozwój biznesu. Autorzy przedstawili projekty zrealizowane w ramach koła naukowego, m.in. AR Tank (projekt, w którym

zostały zastosowane technologie mobilne oraz poszerzona rzeczywistość), EduGame (aplikacja do nauki matematyki na poziomie szkoły podstawowej) i Her Crimson Hair (aplikacja, której celem jest podniesienie świadomości użytkowników na temat choroby Alzheimera).

Ostatni referat *Estimation of the over coverage error in Central Job Offers Database* wygłosiły Alicja Smaruj i Paulina Reus (UEP). Autorki przeanalizowały dane administracyjne służące do pomiaru zapotrzebowania na pracę pochodzące z Centralnej Bazy Ofert Pracy. Zauważono znaczący wpływ błędu nadmiernego pokrycia na szacowany popyt na pracę.

W trakcie konferencji przeprowadzono konkurs na najlepszy referat w sesji studenckiej. Do głosowania online uprawnieni byli wszyscy uczestnicy konferencji. Za najlepszy uznano referat Koła Naukowego GameDev *Wykorzystanie nowoczesnych technologii w projektowaniu aplikacji multimedialnych – SKN GameDev*.

Helena Gaspars-Wieloch

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej, Polska
Poznań University of Economics and Business, Institute of Informatics
and Quantitative Economics, Poland
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0033-3836>

Krzysztof Malaga

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej, Polska
Poznań University of Economics and Business, Institute of Informatics
and Quantitative Economics, Poland
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7079-9880>

Jarogniew Rykowski

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej, Polska
Poznań University of Economics and Business, Institute of Informatics
and Quantitative Economics, Poland
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7944-6061>

XXVI Konferencja Naukowa „Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych”

The 26th Scientific Conference ‘Applications of statistics and data mining in scientific research’

19 października 2022 r. odbyła się XXVI Konferencja Naukowa „Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych” zorganizowana przez firmę StatSoft Polska. Patronat nad konferencją objęło Polskie Towarzystwo Statystyczne, a patronami medialnymi zostały: „Wiedza i Życie”, „Świat Nauki”, „Forum Akademickie” i „Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician”. Spotkanie miało posłużyć jako forum wymiany myśli i doświadczeń, a także przyczynić się do integracji środowiska polskich naukowców zajmujących się analizą danych. Interdyscyplinarny charakter konferencji dał uczestnikom możliwość szerszego spojrzenia na poprawne zaplanowanie badania oraz dobór odpowiednich metod analizy danych empirycznych. Do udziału w wydarzeniu, odbywającym się w formie zdalnej, zgłosiło się ponad tysiąc osób.

Prelegenci – wykładowcy renomowanych polskich ośrodków naukowych – wskazywali, w jaki sposób metody analizy danych wykorzystuje się w następujących obszarach: neuromonitorowanie pacjentów z urazami mózgu; analiza wyników testów, ankiet i kwestionariuszy w badaniach społecznych; wpływ surowca i technologii na kształtowanie jakości produktów (na przykładzie miodów pitnych); odkrycia naukowe z wykorzystaniem zasobów big data i narzędzi sztucznej inteligencji oraz ocena wybranych czynników rokowniczych w rozwoju inwazyjnego nowotworu piersi. Przedstawiciel firmy StatSoft Polska omówił nowości wprowadzane do zestawów Statistica – narzędzi stworzonych w odpowiedzi na konkretne potrzeby badaczy, które ułatwiają i przyspieszają proces analizy danych.

W wystąpieniu *Statystyczna analiza danych w neuromonitorowaniu pacjentów po urazach mózgu* dr hab. inż. Magdalena Kasprowicz (Politechnika Wrocławska) przedstawiła wyniki swoich badań nad urazowym uszkodzeniem mózgu (ang. *traumatic brain injury* – TBI), które jest główną przyczyną zgonów i niepełnosprawności na całym świecie. TBI często prowadzi do wzrostu ciśnienia wewnątrzczaszkowego (ang. *intracranial pressure* – ICP) powstającego w wyniku narastania dodatkowej, patologicznej objętości wewnątrzczaszkowej, co może skutkować wtórnym uszkodzeniem mózgu z powodu niedokrwienia lub wklínowania struktur mózgowych w obrębie sklepienia czaszki. W badaniach zwrócono uwagę na podatność mózgową, która określa zdolność układu czaszkowo-rdzeniowego do kompensowa-

nia wzrostów objętości mózgowej. Pacjenci z obniżoną podatnością są narażeni na nieproporcjonalny wzrost ICP, dlatego monitorowanie nie tylko ICP, ale także podatności systemu może mieć wartość kliniczną w postępowaniu z pacjentami, którzy doznali TBI. Podczas wystąpienia prelegentka omówiła techniki oceny stanu podatności mózgowej bazujące na analizie kształtu pulsacji tętniczopochodnej ICP w dziedzinie częstotliwości i czasu oraz z użyciem technik uczenia maszynowego. Przedstawiła wyniki najnowszych badań dotyczących związku wymienionych parametrów z wynikami leczenia i predykcją śmiertelności pacjentów z TBI.

Dr Justyna Brzezińska (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach), autorka referatu *Modele odpowiedzi na pozycje testowe w badaniach społecznych*, zaprezentowała modele odpowiedzi na pozycje testowe (ang. *item response theory models* – modele IRT) wykorzystywane w badaniach testowych, kwestionariuszach oraz badaniach edukacyjnych, w których sprawdza się stosunek respondenta do różnych kategorii lub pojęć albo bada się jego poziom umiejętności. Prelegentka przybliżyła słuchaczom pojęcie zmiennej ukrytej – pozycji testowej (pytania, zadania, stwierdzenia), względem której respondent wyraża swoje nastawienie. Kluczową rolę w metodzie odgrywa model probabilistyczny, który przedstawia prawdopodobieństwo udzielenia odpowiedzi w zależności od badanej cechy ukrytej (umiejętności). Szczególnie istotną funkcję w modelach IRT pełni krzywa charakterystyczna pozycji testowej (ang. *item characteristic curve* – ICC), która przedstawia związek między poziomem umiejętności a prawdopodobieństwem udzielenia poprawnej odpowiedzi. Obliczenia oparte na rzeczywistych zbiorach danych zostały wykonane w środowisku R.

Przedmiotem referatu dr Marty Bednarek (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) *Uwarunkowania surowcowe i technologiczne w kształtowaniu jakości miodów pitnych* był wpływ surowca i kluczowych etapów procesu technologicznego na wydajność fermentacji oraz wyróżniki jakościowe miodów pitnych typu trójniak. Do zaplanowania niektórych doświadczeń w swoim badaniu wykorzystwała takie metody statystyczne, jak plan dwuwartościowy kompletny i plan centralny kompozycyjny z wyznaczeniem płaszczyzny odpowiedzi. Zastosowaną metodą badawczą była analiza skupień. Przeprowadzono grupowanie metodą k -średnich z wykorzystaniem algorytmu maksymalizacji wartości oczekiwanej z v -krotnym sprawdzaniem krzyżowym w celu uzyskania grup jednorodnych i oceny mocy dyskryminacyjnej zmiennych zależnych. Aby wykazać korelację pomiędzy kilkoma zmiennymi i przypadkami, zastosowano analizę głównych składowych (PCA), regresję przeprowadzoną metodą cząstkowych najmniejszych kwadratów (PLS) oraz analizę regresji wielorakiej w układach z jedną zmienną zależną.

Dr Marcin Braun (Uniwersytet Medyczny w Łodzi) w wystąpieniu *Znaczenie kliniczne osi FGFR2-PR w inwazyjnym raku piersi* przybliżył słuchaczom wyniki

badania przeprowadzonego wśród pacjentek z inwazyjnym luminalnym rakiem piersi. Niezależny od hormonów steroidowych wzrost guza i wykształcenie oporności na terapię hormonalną to jedne z głównych przyczyn progresji nowotworu i niepowodzeń terapeutycznych wśród tych pacjentek. Badania przedkliniczne wykazały, że interakcja pomiędzy sygnalizacjami od receptora czynnika wzrostu dla fibroblastów 2 (ang. *fibroblast growth factor receptor 2* – FGFR2) i od receptorów hormonów steroidowych (ang. *estrogen and progesterone receptors* – ER i PR) może warunkować oporność na hormonoterapię. Głównym celem omówionego badania było określenie znaczenia prognostycznego ekspresji białka i mRNA genu FGFR2 w guzach pacjentek z inwazyjnym rakiem piersi w kontekście standardowo ocenianych czynników prognostycznych i predykcyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem statusu receptorów steroidowych i sygnatury molekularnej związanej z hiperaktywacją PR. Celem pobocznym było dokonanie oceny – na przykładzie immunohistochemicznego oznaczenia białka FGFR2 za pomocą sztucznej inteligencji (ang. *artificial intelligence* – AI) – przydatności AI i uczenia maszynowego w procesie zrewolucjonizowania patomorfologii. Wyniki badania nie potwierdziły przyjętej hipotezy (opartej na badaniach przedklinicznych sugerujących związek pomiędzy podwyższonym poziomem ekspresji FGFR2 i złym rokowaniem u pacjentek z inwazyjnym luminalnym rakiem piersi), przeciwnie – wykazały, że istnieje związek niskich poziomów białka FGFR2 ze słabym zróżnicowaniem i większą agresywnością guzów, a więc gorszym rokowaniem w tej grupie pacjentek. Opisane efekty odnotowano jedynie wśród pacjentek ER+PR+, a wszystkie obserwacje zostały potwierdzone na poziomie mRNA w niezależnych zewnętrznych bazach danych. Uzyskane wyniki świadczą o złożoności roli FGFR2 w patogenezie inwazyjnego raka piersi i zależności znaczenia prognostycznego FGFR2 od kontekstu biologicznego. Mogą też tłumaczyć uzyskiwane dotychczas wątpliwe efekty terapeutyczne celowanego hamowania szlaku FGFR2 w badaniach klinicznych. Zanik złego efektu niskiego poziomu FGFR2 w grupie pacjentek ER+PR– pokazuje jednocześnie, że jest grupa pacjentek, które potencjalnie mogą odnieść korzyść terapeutyczną w wyniku hamowania sygnalizacji FGFR2-zależnej. Przeprowadzone badanie wykazało ponadto, że pomimo niewątpliwiej użyteczności w pewnej grupie przypadków wykorzystanie AI jako narzędzia w patologii wymaga nadzoru specjalisty patologa.

Prof. Ryszard Tadeusiewicz (Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie) wprowadził słuchaczy w zagadnienie *Big data i data mining w badaniach naukowych*. Prelegent zwrócił uwagę, że big data to obszar silnie determinujący obraz współczesnej informatyki, i krótko omówił jego najważniejsze cechy. Następnie skupił się na możliwościach dokonywania nowych odkryć naukowych po zastosowaniu do zasobów big data nowoczesnych narzędzi sztucznej inteligencji składających się na me-

todykę określaną jako data mining. Podał dwa konkretne przykłady uzyskania bardzo wartościowych i oryginalnych wyników dzięki eksplorowaniu technikami data mining danych, które są publicznie dostępne, ale ich ogromna ilość, zmienność w czasie i różnorodność utrudniała wnioskowanie. Osoby, które stawiały czoła charakterystycznemu dla big data „problemowi 3 V” (*volume, velocity, variety*), uzyskały oryginalne i wartościowe wyniki. Prelegent zachęcał słuchaczy, aby stosowali metody data mining do analizy wyników naukowych zgromadzonych przez różnych badaczy podczas prowadzenia badań zmierzających do określonych – z góry zdefiniowanych – celów naukowych, które w kontekście tych celów całkowicie wyeksploatowano. Jest bardzo prawdopodobne, że „hałdy naukowych odpadów” zawierają cenne informacje prowadzące do zupełnie nowych odkryć naukowych, nieprzewidzianych i nieanalizowanych przez naukowców. Ilość pobocznych informacji w rozważanych wynikach badań empirycznych jest oczywiście znacznie mniejsza niż ilość informacji, dla uzyskania których eksperymenty te planowano i przeprowadzano. Dzięki dużej ilości takich danych (big data) i potężnemu narzędziu analitycznemu (data mining) można jednak dokonywać odkryć naukowych bez przeprowadzania kosztownych i pracochłonnych eksperymentów.

Konferencja stała się także okazją do przedstawienia nowości, które wkrótce pojawią się wśród narzędzi analizy danych oferowanych przez StatSoft Polska. Mgr Paweł Januszewski, analityk reprezentujący organizatora, na konkretnych przykładach zaprezentował m.in.: testy post hoc w jednoczynnikowej analizie wariancji przy założeniu braku jednorodności wariancji, obliczanie ilorazu szans wraz z przedziałem ufności metodą Garta oraz Fagerlanda-Newcombe’a, nieparametryczny przedział ufności dla mediany i ogólnie kwantyla dowolnego rzędu, analizę post hoc dla serii doświadczeń przyrodniczych, test jednorodności macierzy kowariancji w analizie dyskryminacyjnej oraz kilka innych użytecznych metod analizy sporządzania wykresów.

Prezentacje wygłoszone podczas konferencji i nagrania wystąpień są dostępne na stronie www.statsoft.pl.

Agnieszka Jabłońska
StatSoft Polska

WYDAWNICTWA GUS. LISTOPAD 2022 PUBLICATIONS OF STATISTICS POLAND. NOVEMBER 2022

W ofercie wydawniczej Głównego Urzędu Statystycznego z ubiegłego miesiąca warto zwrócić uwagę na następujące publikacje:

Among Statistics Poland's last month's publications, we would like to recommend:



Tytuł: *Ochrona środowiska 2022*

Title: *Environment 2022*

Język: polski, angielski

Language: Polish, English

Dodatkowe informacje: opracowanie dostępne w wersji drukowanej i elektronicznej

Additional information: publication available both in the printed and in the electronic form

Publikacja – kolejna z wydawanych corocznie od 1972 r. – zawiera analizę wybranych aspektów stanu i ochrony środowiska. Układ treści oraz sposoby prezentowania informacji zostały podporządkowane dążeniu do możliwie pełnego naświetlenia złożonych i wielostronnych przejawów działalności człowieka w środowisku, a także przedstawienia skali, tendencji oraz dynamiki ilościowych i jakościowych zmian w środowisku, w tym ich przyczyn i konsekwencji.

Podstawowym źródłem danych były materiały opracowane na podstawie badań i sprawozdań składanych do GUS. Ponadto wykorzystano dane administracyjne oraz pochodzące ze sprawozdawczości ministerstw i ich wewnętrznych systemów informacyjnych, a także wyniki pomiarów, kontroli, ocen i analiz laboratoryjnych (monitoring) wykonanych w ramach działalności Inspekcji Ochrony Środowiska, Państwowej Inspekcji Sanitarnej, służb pomiarów skażeń promieniotwórczych i służb specjalistycznych: hydrologiczno-meteorologicznych, geologicznych, geodezyjnych, leśnych i ochrony przyrody. Autorzy opracowania sięgnęli także po specjalne źródła danych ekologicznych, takie jak: ekspertyzy, raporty, czerwone księgi i listy, atlasy, inwentaryzacje i opracowania autorskie. Porównań międzynarodowych dokonano na podstawie informacji z baz danych Eurostatu, OECD i FAO.



Tytuł: *Sytuacja demograficzna Polski do 2021 r.*

Title: *Demographic situation in Poland up to 2021*

Język: polski, angielski

Language: Polish, English

Dodatkowe informacje: opracowanie dostępne w wersji drukowanej i elektronicznej

Additional information: publication available both in the printed and in the electronic form

W publikacji dokonano analizy zmian rozwoju demograficznego Polski w retrospekcji wieloletniej. Podano m.in. informacje o ludności, w tym o trendach w zakresie czynników kształtujących jej liczbę i strukturę, o zmianach w dzietności, umieralności, trwaniu życia, małżeństwach i rozwodach oraz migracjach. Dane o ludności oraz współczynniki z zakresu ruchu naturalnego za lata 2020–2021 zostały opracowane na podstawie wyników Narodowego Powszechnego Spisu Ludności i Mieszkań 2021.

Publikacja zawiera aneks, w którym zamieszczono tablice uwzględniające podstawowe dane dotyczące ludności i faktów oraz współczynników demograficznych od 1950 r. oraz wybrane dane i współczynniki dla województw obejmujące 2021 r.

W listopadzie br. ukazały się ponadto:

- „Biuletyn statystyczny” nr 10/2022;
- *Ceny robót budowlano-montażowych i obiektów budowlanych (wrzesień 2022 r.);*
- *Emerytury i renty w 2021 r.;*
- *Gospodarka finansowa jednostek samorządu terytorialnego 2021;*
- *Gospodarka materiałowa w 2021 r.;*
- *Gospodarka mieszkaniowa i infrastruktura komunalna w 2021 r.;*
- *Gospodarka paliwowo-energetyczna w latach 2020 i 2021;*
- *Koniunktura w przetwórstwie przemysłowym, budownictwie, handlu i usługach 2000–2022 (listopad 2022);*
- *Ludność. Stan i struktura ludności oraz ruch naturalny w przekroju terytorialnym w 2022 r. Stan w dniu 30 czerwca;*
- *Obrót nieruchomościami w 2021 r.;*
- *Powszechny Spis Rolny 2020. Charakterystyka gospodarstw rolnych w 2020 r.;*
- *Produkcja ważniejszych wyrobów przemysłowych w październiku 2022 r.;*
- *Produkcja wyrobów przemysłowych w latach 2017–2021;*

- *Rocznik Statystyczny Leśnictwa 2022*;
- *Rolnictwo w 2021 r.*;
- *Sytuacja osób starszych w Polsce w 2021 r.*;
- *Sytuacja społeczno-gospodarcza kraju w październiku 2022 r.*;
- „Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician” nr 11/2022;
- *Wypadki przy pracy w 2021 r.*

Wszystkie publikacje GUS w wersji elektronicznej są dostępne na stronie stat.gov.pl/publikacje/publikacje-a-z. Wersje drukowane (jeśli zostały wydane) można zamawiać pod adresem zws-sprzedaz@stat.gov.pl.

All the publications of Statistics Poland in an electronic form are available at stat.gov.pl/en/publications. The printed versions (if published) may be ordered at zws-sprzedaz@stat.gov.pl.

Joanna Sadowy

Główny Urząd Statystyczny, Departament Opracowań Statystycznych
Statistics Poland, Statistical Products Department

SPIS TREŚCI NUMERÓW 1–12/2022 CONTENTS OF THE ISSUES 1–12, 2022

	nr no	s. p.
STUDIA METODOLOGICZNE METHODOLOGICAL STUDIES		
Bahjat Dimah Fareed, Wali Ahlam Ibrahim Assessment of the brand experience effect on the gender dimension of the brand personality on the example of Dior / Ocena wpływu doświadczenia marki na jej osobowość w aspekcie płci na przykładzie Diora	1	21
Duczkowski Norbert, Słowik Lubomir Wpływ subiektywnej oceny sytuacji materialnej na zadłużenie gospodarstw domowych / Influence of the subjective assessment of households' financial situation on their debt	8	41
Gierańczyk Wiesława, Ziółkowski Dominik Administrative data as a source of information about employed persons / Dane administracyjne jako źródło informacji o pracujących	1	1
Małecka Marta Estimation risk taking into consideration the effect of forecasting scheme: robust inference about VaR / Ryzyko estymacyjne uwzględniające schemat prognozowania – wnioskowanie o VaR za pomocą metod odpornych	10	1
Ręklewski Marek Zastosowanie statystyki przestrzennej do analizy wynagrodzeń na poziomie powiatów / The use of spatial statistics in the analysis of salaries at poviatt level in Poland	1	38
Szreder Mirosław Szanse i iluzje dotyczące korzystania z dużych prób we wnioskowaniu statystycznym / Opportunities and illusions of using large samples in statistical inference	8	1
STATYSTYKA W PRAKTYCE STATISTICS IN PRACTICE		
Adrianowska Joanna Ocena procesu starzenia się ludności krajów Unii Europejskiej za pomocą modelu konwergencji beta / Assessment of the aging process of the populations of EU countries based on the beta convergence model	7	35
Bal-Domańska Beata Inclusiveness of European Union labour markets in relation to young people Inkluzywność unijnych rynków pracy względem osób młodych	3	1
Błazej Mirosław, Gosińska Emilia Dylematy związane z estymacją dominanty wynagrodzeń / Dilemmas relating to mode estimation of wages and salaries	12	62

	nr no	s. p.
Bożek Jadwiga, Szewczyk Janina, Badach Elżbieta, Lisek Sławomir		
Ocena poziomu rozwoju gospodarczego województw z zastosowaniem metod porządkowania liniowego w ujęciu dynamicznym / Assessment of the level of economic development of Polish voivodships by means of linear ordering methods in the dynamic approach	12	39
Filipiak Beata Z., Wyszowska Dorota		
Stabilność fiskalna w krajach UE / Fiscal stability in EU countries	8	17
Halikowska Adriana		
Miernik atrakcyjności inwestycyjnej sektora rolnego – zastosowanie na poziomie kraju i regionu / The measure of investment attractiveness in the agricultural sector and its application at national and regional level	5	24
Hamulczuk Mariusz, Idzik Marcin		
Ocena aktywności ekonomicznej w polskim sektorze bankowym w okresie pandemii COVID-19 na podstawie testów koniunktury / Assessment of the economic activity in the Polish banking sector during the COVID-19 pandemic on the basis of business tendency surveys	9	1
Jaworski Stanisław		
O różnych kryteriach konstrukcji przedziałów ufności na przykładzie rozkładu normalnego / On various criteria for the construction of confidence intervals on the example of normal distribution	2	21
Jędrzejczak Alina, Pekasiewicz Dorota		
Nierównomierność ekwiwalentnych dochodów gospodarstw domowych w województwie łódzkim / Equivalised household income inequality in Łódzkie Voivodship	6	29
Kokot Sebastian		
Realne ceny mieszkań na rynku wtórnym w wybranych miastach w Polsce / Real flat prices on the secondary market in selected cities in Poland	3	46
Kosmański Roman		
Wykorzystanie zagregowanej funkcji produkcji do określenia źródeł konwergencji gospodarczej województw / Using the aggregate production function to determine the sources of economic convergence of voivodships in Poland	7	20
Kraszewska Beata		
Ocena stopnia zagrożenia ubóstwem w ramach podejścia możliwości Sena z zastosowaniem modelu MIMIC / Poverty risk estimation on the basis of Sen's capability approach with the application of the MIMIC model	10	28
Lament Marzanna, Bukowski Sławomir		
Non-financial reporting as a determinant of financial efficiency of insurance companies / Raportowanie niefinansowe jako determinanta efektywności finansowej zakładów ubezpieczeń	7	1
Landmesser-Rusek Joanna		
Relationship between the COVID-19 pandemic and currency exchange rates studied by means of the Dynamic Time Warping method / Ocena zależności między pandemią COVID-19 a kursami walut za pomocą metody Dynamic Time Warping	5	1
Ptak-Chmielewska Aneta, Baszniak Karolina, Kurpanik Jarosław		
Wpływ pandemii COVID-19 na stan zdrowia psychicznego społeczeństwa / Influence of the COVID-19 pandemic on the mental health of society	9	24

	nr no	s. p.
Rocki Marek Relatywna premia płacowa jako efekt zmiany miejsca zamieszkania absolwentów studiów wyższych / Relative wage premium as a result of residence relocation of university graduates	4	1
Rokita Paweł, Pietrzyk Radosław Właściwości statystyczne kursów kryptowalut i ich dynamika na rynku w porównaniu z wybranymi walutami fiducyjnymi / Statistical properties of exchange rates of cryptocurrencies and their market dynamics as compared to selected fiat currencies	12	1
Shubalyi Oleksandr, Miszczuk Andrzej Evaluation of the financial support for the implementation of the 2030 Sustainable Development Goals in the border regions of Poland and Ukraine / Ocena wsparcia finansowego realizacji Celów Zrównoważonego Rozwoju 2030 w regionach przygranicznych Polski i Ukrainy	6	1
Synówka Ewa Klasyfikacja powiatów pod względem stopnia rozwoju funkcji turystycznej / Classification of poviats in terms of the degree of development of their tourist function	4	18
Szymańska Agata Variation of Polish voivodships according to selected indicators referring to people aged 65 and over / Zróżnicowanie województw ze względu na wybrane wskaźniki odnoszące się do osób w wieku 65 lat i więcej	3	28
Warchalska-Troll Agata, Warchalski Tomasz The selection of areas for case study research in socio-economic geography with the application of <i>k</i> -means clustering / Wybór obszarów do studiów przypadku w geografii społeczno-ekonomicznej z zastosowaniem metody grupowania <i>k</i> -średnich	2	1
Zalewska Elżbieta, Trzcińska Kamila Efektywność zajęć zdalnych w czasie pandemii COVID-19 / Effectiveness of distance learning during the COVID-19 pandemic	10	48
STUDIA INTERDYSCYPLINARNE. WYZWANIA BADAWCZE INTERDISCIPLINARY STUDIES. RESEARCH CHALLENGES		
Młeczko Magdalena, Slesiński Przemysław, Milewski Tomasz, Łączyński Artur, Miziołek Dariusz, Woźniak Edyta, Bojanowski Jędrzej Satelitarne rozpoznawanie upraw i szacowanie ich powierzchni w ramach systemu SATMIROL / Satellite-based crop identification and area estimation under the SATMIROL system	9	53
Singh Swapnil, Singh Guru Ashish, Kaur Rajwant Relationship between propensity to social innovation and striving for gender equality: sample study based on the example of India / Związek między tendencjami w zakresie innowacji społecznych i dążeniem do równości płci – badanie reprezentacyjne w Indiach	4	41

	nr no	s. p.
SPISY POWSZECHNE – PROBLEMY I WYZWANIA		
ISSUES AND CHALLENGES IN CENSUS TAKING		
Castano Jairo		
Impact of COVID-19 pandemic on censuses of agriculture. Global review / Wpływ pandemii COVID-19 na spisy rolne. Ocena globalna	11	1
Kubiczek Jakub, Hadasik Bartłomiej		
The 2021 National Census in Poland – addressing the challenges of a digital census / Narodowy Spis Powszechny 2021 – mierzenie się z wyzwaniami spisu cyfrowego	11	12
Zegar Józef S.		
Zrównoważenie rolnictwa w świetle wyników powszechnych spisów rolnych z lat 2010 i 2020 / Sustainability of agriculture in view of the agricultural censuses of 2010 and 2020	6	52
EDUKACJA STATYSTYCZNA		
STATISTICAL EDUCATION		
Kochański Błażej		
Czy kurtoza mierzy spiczastość rozkładu? / Does kurtosis measure the peakedness of a distribution?	11	43
Z DZIEJÓW STATYSTYKI		
FROM THE HISTORY OF STATISTICS		
Chojceki Dariusz K.		
Ewolucja pruskich spisów ludności w latach 1840–1910: metodyka, zakres, znaczenie i problemy / Evolution of Prussian censuses in the years 1840–1910: methodology, scope, importance and problems	5	43
Rachwał Piotr		
The 1897 Census in the Kingdom of Poland / Powszechny spis ludności w Królestwie Polskim w 1897 roku	2	36
IN MEMORIAM		
Anatol Kula (1938–2022)	9	75
Domański Czesław		
Profesor dr hab. Tadeusz Jan Gerstenkorn (1927–2021)	7	54
Szreder Mirosław, Gołata Elżbieta, Paradyś Jan, Panek Tomasz, Domański Czesław, Młodak Andrzej, Raczekiewicz Dorota, Szukiełojć-Bieńkuńska Anna, Cierpień-Wolan Marek		
Wspomnienie o Profesorze Janie Kordosie / Remembering Professor Jan Kordos	3	66
Wywił Janusz L.		
Profesor Krzysztof Zadora (1943–2021)	10	62

	nr no	s. p.
DYSKUSJE. RECENZJE. INFORMACJE DISCUSSIONS. REVIEWS. INFORMATION		
Dehnel Grażyna, Młodak Andrzej, Klimanek Tomasz, Szymkowiak Marcin Joint UNECE/Eurostat Expert Meeting on Statistical Data Confidentiality	2	51
Długosz Anna, Wiatrowska Mariola, Gajowska Joanna Projekt „Wdrożenie Kompleksowego Systemu Zarządzania Bezpieczeństwem Infor- macji – KSZBI dla statystyki publicznej” / Project ‘Implementation of a Com- prehensive Information Security Management System’	6	65
Gaspars-Wieloch Helena, Malaga Krzysztof, Rykowski Jarogniew XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii” / The 11th Professor Zbigniew Czerwiński National Scientific Conference ‘Mathematics and IT at the services of economics’	12	80
Gustyn Justyna Wydawnictwa GUS. Grudzień 2021 / Publications of Statistics Poland. December 2021	1	68
Wydawnictwa GUS. Styczeń 2022 / Publications of Statistics Poland. January 2022	2	62
Wydawnictwa GUS. Luty 2022 / Publications of Statistics Poland. February 2022	3	88
Wydawnictwa GUS. Marzec 2022 / Publications of Statistics Poland. March 2022	4	72
Wydawnictwa GUS. Kwiecień 2022 / Publications of Statistics Poland. April 2022	5	91
Wydawnictwa GUS. Maj 2022 / Publications of Statistics Poland. May 2022	6	69
Wydawnictwa GUS. Czerwiec 2022 / Publications of Statistics Poland. June 2022	7	58
Jabłońska Agnieszka XXVI Konferencja Naukowa „Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych” / The 26th Scientific Conference ‘Applications of statistics and data mining in scientific research’	12	90
Kierska Dorota Nowości wydawnicze w zbiorach Centralnej Biblioteki Statystycznej / New publica- tions in the Central Statistical Library resources	11	62
Kliber Paweł, Filipowska Agata, Malaga Krzysztof X Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego „Matematyka i informatyka na usługach ekonomii” / The 10th Professor Zbigniew Czerwiński National Scientific Conference ‘Mathematics and IT at the services of economics’	1	57
Łazowska Bożena 51. Ogólnopolski Konkurs Statystyczny / 51st Polish Nationwide Statistical Com- petition	8	64
Mikulec Artur, Małecka Marta, Baszczyńska Aleksandra XXXIX Międzynarodowa Konferencja Naukowa Multivariate Statistical Analysis MSA 2021 / The 39th International Scientific Conference Multivariate Statistical Analysis MSA 2021	4	64

	nr no	s. p.
Sadowy Joanna		
Wydawnictwa GUS. Lipiec 2022 / Publications of Statistics Poland. July 2022	8	67
Wydawnictwa GUS. Sierpień 2022 / Publications of Statistics Poland. August 2022	9	77
Wydawnictwa GUS. Wrzesień 2022 / Publications of Statistics Poland. September 2022	10	65
Wydawnictwa GUS. Październik 2022 / Publications of Statistics Poland. October 2022	11	67
Wydawnictwa GUS. Listopad 2022 / Publications of Statistics Poland. November 2022	12	94

DLA AUTORÓW FOR THE AUTHORS

(for the English translation of the information given below, please visit ws.stat.gov.pl/ForAuthors)

W „Wiadomościach Statystycznych. The Polish Statistician” („WS”) zamieszczane są artykuły o charakterze naukowym poświęcone teorii i praktyce statystycznej, które prezentują wyniki oryginalnych badań teoretycznych lub analitycznych wykorzystujących metody statystyki matematycznej, opisowej bądź ekonometrii. Ukazują się również artykuły przeglądowe, recenzje publikacji naukowych oraz inne opracowania informacyjne. W czasopiśmie publikowane są prace w języku polskim i angielskim.

Od 2007 r. „WS” znajdują się na liście polskich punktowanych czasopism naukowych MEiN. Zgodnie z komunikatem Ministra Edukacji i Nauki z dnia 1 grudnia 2021 r. w sprawie wykazu czasopism naukowych i recenzowanych materiałów z konferencji międzynarodowych „WS” otrzymały 70 punktów.

„Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician” są udostępniane w następujących bazach, repozytoriach, katalogach i wyszukiwarkach: Agro, BazEkon, Central and Eastern European Academic Source (CEEAS), Central and Eastern European Online Library (CEEOL), Central European Journal of Social Sciences and Humanities (CEJSH), Directory of Open Access Journals (DOAJ), EBSCO Discovery Service, European Reference Index for the Humanities and Social Sciences (ERIH Plus), Exlibris Primo, Google Scholar, ICI Journals Master List, ICI World of Journals, Norwegian Register for Scientific Journals and Publishers (The Nordic List) oraz Summon.

Za publikację artykułów na łamach „WS” autorzy nie otrzymują honorariów ani nie wnoszą opłat.

1. Zgłaszanie artykułów

Prace należy przysyłać na adres: redakcja.ws@stat.gov.pl. **Uwaga: Od początku 2023 r. zgłaszanie artykułów będzie możliwe tylko przez panel redakcyjny: www.editorialsystem.com/ws.**

Artykuł powinien być utrzymany w formie bezosobowej i zawierać streszczenie, słowa kluczowe, kod/kody JEL oraz ORCID, adres e-mail i afiliację autora. Tytuł, streszczenie, słowa kluczowe i afiliacja powinny być podane w języku polskim i angielskim.

Jeżeli w pracy występują tablice, wykresy lub mapy, powinny być umieszczone w treści artykułu. Ponadto należy je przesłać osobno (najlepiej w formacie Excel); szczegółowe informacje są zawarte w pkt 4.2.14.

Autor jest zobowiązany do podania w artykule wszelkich źródeł finansowania badań będących podstawą pracy. Jeżeli doszło do zaprezentowania podobnych materiałów podczas konferencji lub sympozjum naukowego albo jeżeli artykuł został przez autora umieszczony w repozytorium internetowym lub zgłoszony w innym wydawnictwie do opublikowania w innej wersji językowej, to podczas składania tekstu do publikacji w „WS” należy poinformować o tym redakcję.

Prosimy o niestosowanie stylów i ograniczenie formatowania do wymogów redakcyjnych. Więcej informacji w rozdziale *Wymogi redakcyjne*.

Razem z artykułem należy przesłać skan oświadczenia (do pobrania ze strony internetowej czasopisma) o oryginalności pracy, niezłożeniu jej w innym wydawnictwie i udzieleniu wydawcy „WS” licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – Na tych samych warunkach 4.0 (CC BY-SA 4.0), zawierającego numer ORCID, afiliację lub afiliacje oraz dane kontaktowe autora, wraz ze wskazaniem proponowanego działu czasopisma.

Załączenie skanu oświadczenia jest warunkiem poddania pracy ocenie wstępnej i skierowania do recenzji.

2. Przebieg prac redakcyjnych

Zgłoszony artykuł jest oceniany i opracowywany w czteroetapowym procesie:

1. **Ocena wstępna**, dokonywana przez redakcję. Polega na weryfikacji naukowego charakteru artykułu oraz jego struktury i zawartości pod kątem wymogów redakcyjnych, a także zgodności tematyki z profilem czasopisma. Autor uzupełnia i poprawia artykuł stosownie do uwag redakcji, a w przypadku nieuwzględnienia danej uwagi uzasadnia swoje stanowisko. **Razem z poprawionym artykułem autor przesyła w osobnym pliku zanonimizowaną wersję pracy, przeznaczoną do recenzji.** Anonimizacja polega na utajnieniu nazwiska autora (także we właściwościach pliku), usunięciu podziękowań i informacji o źródłach finansowania, a także innych informacji wskazujących na afiliację lub umożliwiających zidentyfikowanie autora. Warunkiem skierowania pracy do recenzji jest potwierdzenie oryginalności tekstu uzyskane za pomocą systemu antyplagiatowego Similarity Check. W przypadku wykrycia znacznego podobieństwa do innych prac artykuł zostanie odrzucony.
2. **Ocena recenzentów**, dokonywana przez specjalistów w danej dziedzinie. Artykuł oceniają dwaj recenzenci spoza jednostki naukowej, przy której afiliowany jest autor; w przypadku pracy w języku angielskim co najmniej jeden recenzent jest afiliowany przy jednostce zagranicznej. W razie sprzecznych opinii dwóch recenzentów powoływany jest trzeci recenzent. Recenzenci kierują się kryteriami oryginalności i jakości opracowania zarówno w odniesieniu do treści, jak i formy artykułu.

Autorzy artykułów, które otrzymały pozytywne oceny, wprowadzają poprawki zalecane przez recenzentów i przesyłają do redakcji zmodyfikowaną wersję pracy. Jeśli pojawi się różnica zdań dotycząca zasadności proponowanych zmian, autorzy są zobligowani do uzasadnienia swojego stanowiska.

3. **Ocena Kolegium Redakcyjnego (KR)**, decydująca o przyjęciu pracy do publikacji. Jest dokonywana na podstawie recenzji, z uwzględnieniem opinii redaktorów tematycznego i merytorycznego. Polega m.in. na weryfikacji dokonania przez autora zmian w artykule stosownie do uwag recenzentów. KR ocenia artykuł pod względem poprawności i spójności merytorycznej oraz zaleca autorowi wprowadzenie poprawek, jeśli są one konieczne, aby praca spełniała wymogi czasopisma. Autorowi przysługuje prawo do odwołania od decyzji o niepublikowaniu artykułu. W takim przypadku powinien on skontaktować się z redakcją „WS” i przedstawić uzasadnienie. Ostateczna decyzja w tej sprawie należy do redaktora naczelnego.

W „WS” publikowane są wyłącznie te artykuły, które otrzymają pozytywną ocenę na każdym z wymienionych etapów i zostaną poprawione przez autora zgodnie z otrzymanymi uwagami (chyba że autor przedstawi argumenty uzasadniające nieuwzględnienie danej uwagi).

Artykuły przyjęte przez KR do publikacji są zamieszczane na stronie internetowej czasopisma w zakładce Early View, gdzie znajdują się do czasu opublikowania w konkretnym wydaniu „WS”.

4. **Opracowanie redakcyjne, autoryzacja i korekta.** Artykuł zakwalifikowany do druku jest poddawany opracowaniu merytorycznemu i językowemu. Redakcja zastrzega sobie prawo

do zmiany tytułu i śródtytułów, modyfikowania tablic, wykresów i innych elementów graficznych oraz przerezegowania treści bez naruszenia zasadniczej myśli autora.

Po opracowaniu redakcyjnym artykuł jest przesyłany do autoryzacji. Tekst zatwierdzony przez autora, po składzie i łamaniu, jest poddawany korekcie i rewizji (II korekcie). Autor dokonuje korekty autorskiej tekstu na etapie rewizji. Wykresy i inne materiały graficzne są opracowywane na podstawie plików i danych przekazanych przez autora i poddawane korekcie i rewizji. Autor dokonuje ich akceptacji na etapie rewizji.

W przypadku odkrycia błędów w opublikowanym artykule zamieszcza się na łamach „WS” sprostowanie, a artykuł w wersji elektronicznej jest poprawiany i umieszczany na stronie internetowej „WS” ze stosownym wyjaśnieniem.

3. Zasady etyki publikacyjnej COPE

Redakcja „WS” podejmuje wszelkie starania w celu utrzymania najwyższych standardów etycznych zgodnie z wytycznymi Komitetu ds. Etyki Publikacyjnej (COPE), dostępnymi na stronie internetowej www.publicationethics.org, oraz wykorzystuje wszystkie możliwe środki mające na celu zapobieżenie nadużyciom i nierzetelności autorskiej. Przyjęte zasady postępowania obowiązują autorów, Radę Naukową, Kolegium Redakcyjne, redakcję, pracowników Wydziału Czasopism Naukowych GUS, recenzentów i wydawcę.

3.1. Odpowiedzialność autorów

1. Artykuły naukowe kierowane do opublikowania w „WS” powinny zawierać precyzyjny opis badanych zjawisk i stosowanych metod oraz autorskie wnioski i sugestie dotyczące rozwoju badań i analiz statystycznych. Autorzy powinni wyraźnie określić cel artykułu oraz jasno przedstawić wyniki przeprowadzonej analizy. Prezentacja efektów badań statystycznych zaprojektowanych i przeprowadzonych przez autorów wymaga opisanego zastosowania w nich metodologii. W przypadku nowatorskich metod analizy pożądane jest podanie przykładu ilustrującego ich zastosowanie w praktyce statystycznej. Autorzy ponoszą odpowiedzialność za treści prezentowane w artykułach. W razie zgłaszania przez czytelników zastrzeżeń odnoszących się do tych treści autorzy są zobligowani do udzielenia odpowiedzi za pośrednictwem redakcji.
2. Na autorach spoczywa obowiązek zapewnienia pełnej oryginalności przedłożonych prac. Redakcja nie toleruje przejawów nierzetelności naukowej autorów, takich jak:
 - duplikowanie publikacji – ponowne publikowanie własnego utworu lub jego części;
 - plagiat – przywłaszczenie cudzego utworu lub jego fragmentu bez podania informacji o źródle;
 - fabrykowanie danych – oparcie pracy naukowej na nieprawdziwych wynikach badań;
 - autorstwo widmo (*ghost authorship*) – nieujawnianie współautorów, mimo że wnieśli oni istotny wkład w powstanie artykułu;
 - autorstwo gościnne (*guest authorship*) – podawanie jako współautorów osób o znikomym udziale lub niebiorących udziału w opracowywaniu artykułu;
 - autorstwo grzecznościowe (*gift authorship*) – podawanie jako współautorów osób, których wkład jest oparty jedynie na słabym powiązaniu z badaniem.

Autorzy deklarują w stosownym oświadczeniu, że zgłaszany artykuł nie narusza praw autorskich osób trzecich, nie był dotychczas publikowany i nie został złożony w innym wydawnictwie oraz że jest ich oryginalnym dziełem, i określają swój wkład w opracowanie artykułu. Jeżeli doszło do zaprezentowania podobnych materiałów podczas konferencji lub sympozjum naukowego, to podczas składania tekstu do publikacji w „WS” autorzy są zobowiązani poinformować o tym redakcję.

3. Autorzy są zobowiązani do podania w treści artykułu wszelkich źródeł finansowania badań będących podstawą pracy.
4. Główną odpowiedzialność za rzetelność przekazanych informacji, łącznie z informacją na temat wkładu poszczególnych współautorów w powstanie artykułu, ponosi zgłaszający artykuł.
5. Autorzy zgłaszający artykuły do publikacji w „WS” biorą udział w procesie recenzji double-blind peer review, dokonywanej przez co najmniej dwóch niezależnych ekspertów z danej dziedziny. Po otrzymaniu pozytywnych recenzji autorzy wprowadzają zalecane przez recenzentów poprawki i dostarczają redakcji zaktualizowaną wersję opracowania wraz z pisemnym poświadczeniem uwzględnienia poprawek. Jeśli pojawi się różnica zdań co do zasadności proponowanych zmian, należy wyjaśnić, które poprawki zostały uwzględnione, a w przypadku ich nieuwzględnienia – uzasadnić swoje stanowisko.
6. Jeżeli autorzy odkryją w swoim maszynopisie lub tekście już opublikowanym błędy, nieścisłości bądź niewłaściwe dane, powinni niezwłocznie poinformować o tym redakcję w celu dokonania korekty, wycofania tekstu lub zamieszczenia sprostowania. W przypadku korekty artykułu już opublikowanego jego nowa wersja jest zamieszczana na stronie internetowej „WS” wraz ze stosownym wyjaśnieniem.

3.2. Odpowiedzialność Rady Naukowej, Kolegium Redakcyjnego i Wydziału Czasopism Naukowych GUS

1. Rada Naukowa (RN) kształtuje profil programowy czasopisma, określa kierunki jego rozwoju i konsultuje jego zakres merytoryczny.
2. Kolegium Redakcyjne (KR) podejmuje decyzję o publikacji danego artykułu z uwzględnieniem ocen recenzentów oraz opinii zespołu redakcyjnego. W swoich rozstrzygnięciach członkowie KR kierują się kryteriami merytorycznej oceny wartości artykułu, jego oryginalności i jasności przekazu, a także ścisłego związku z celem i zakresem tematycznym „WS”. Oceniają artykuły niezależnie od płci, rasy, pochodzenia etnicznego, narodowości, religii, wyznania, światopoglądu, niepełnosprawności, wieku lub orientacji seksualnej ich autorów.
3. Zespół redakcyjny, wyodrębniony z KR, tworzą redaktor naczelny i jego zastępca, redaktorzy tematyczni i redaktor merytoryczny. Członkowie zespołu redakcyjnego weryfikują nadysłane artykuły pod względem merytorycznym, oceniają ich zgodność z celem i zakresem tematycznym „WS” oraz sprawdzają spełnienie wymogów redakcyjnych i przestrzeganie zasad rzetelności naukowej. Ponadto wybierają recenzentów w taki sposób, aby nie wystąpił konflikt interesów, i dbają o zapewnienie uczciwego, bezstronnego i terminowego procesu recenzowania.
4. Za sprawny przebieg procesu wydawniczego, poinformowanie wszystkich jego uczestników o konieczności przestrzegania obowiązujących zasad i przygotowanie artykułów do

publikacji odpowiadają pracownicy Wydziału Czasopism Naukowych (WCN) GUS. W celu uzyskania obiektywnej oceny oryginalności nadsyłanych artykułów przed skierowaniem ich do recenzji WCN wykorzystuje system antyplagiatowy. Informacje dotyczące artykułu mogą być przekazywane przez WCN wyłącznie autorom, recenzentom, członkom RN i KR oraz wydawcy.

5. Zmiany dokonane w tekście na etapie przygotowania artykułu do publikacji nie mogą naruszać zasadniczej myśli autorów. Wszelkie modyfikacje o charakterze merytorycznym są z nimi konsultowane.
6. W przypadku podjęcia decyzji o niepublikowaniu artykułu nie może on zostać w żaden sposób wykorzystany przez wydawcę lub uczestników procesu wydawniczego bez pisemnej zgody autorów. Autorzy mogą się odwołać od decyzji o niepublikowaniu artykułu. W tym celu powinni się skontaktować z redaktorem naczelnym lub sekretarzem redakcji „WS” i przedstawić stosowną argumentację. Odwołania autorów są rozpatrywane przez redaktora naczelnego.
7. Członkowie RN i KR ani pracownicy WCN nie mogą pozostawać w jakimkolwiek konflikcie interesów w odniesieniu do artykułów zgłaszanych do publikacji. Przez konflikt interesów należy rozumieć sytuację, w której jakiekolwiek interesy lub zależności (służbowe, finansowe lub inne) mogą mieć wpływ na ocenę artykułu lub decyzję o jego publikacji.
8. W celu przeciwdziałania nierzetelności naukowej wymagane jest złożenie przez autorów oświadczenia, w którym deklarują, że zgłaszany artykuł nie narusza praw autorskich osób trzecich, nie był dotychczas publikowany i jest ich oryginalnym dziełem, a także określają swój wkład w opracowanie artykułu.
9. W celu zapewnienia wysokiej jakości recenzji wymagane jest złożenie przez recenzentów oświadczenia o przestrzeganiu zasad etyki recenzowania COPE i niewystępowaniu konfliktu interesów.
10. W przypadku uzasadnionego podejrzenia na jakimkolwiek etapie procesu wydawniczego, że autorzy dopuścili się nierzetelności naukowej (zob. pkt 3.1. Odpowiedzialność autorów), zespół redakcyjny skrupulatnie zbada sprawę ewentualnego nadużycia. Jeśli nierzetelność autorów zostanie udowodniona, to zgłoszony przez nich artykuł zostanie odrzucony przez KR, a autorzy otrzymają informację o podjętej decyzji wraz z jej uzasadnieniem.
11. Czytelnicy, którzy mają wobec autorów opublikowanego artykułu uzasadnione podejrzenia o nierzetelność naukową, powinni powiadomić o tym redaktora naczelnego lub sekretarza redakcji. Po zbadaniu sprawy ewentualnego nadużycia czytelnicy zostaną poinformowani o rezultacie przeprowadzonego postępowania. W przypadku potwierdzenia nadużycia, na łamach czasopisma zostanie zamieszczona stosowna informacja.

3.3. Odpowiedzialność recenzentów

1. Recenzenci przyjmują artykuł do recenzji tylko wtedy, gdy uznają, że:
 - posiadają odpowiednią wiedzę w określonej dziedzinie, aby rzetelnie ocenić pracę;
 - zgodnie z ich stanem wiedzy nie istnieje konflikt interesów w odniesieniu do autorów, przedstawionych w artykule badań i instytucji je finansujących, co potwierdzają w oświadczeniu;
 - mogą wywiązać się z terminu ustalonego przez redakcję, aby nie opóźnić publikacji.

2. Recenzenci są zobligowani do zachowania obiektywności i poufności oraz powstrzymania się od osobistej krytyki. Zawsze powinni uzasadnić swoją ocenę, przedstawiając stosowną argumentację.
3. Recenzenci powinni wskazać ważne dla wyników badań opublikowane prace, które w ich ocenie powinny zostać przywołane w ocenianym artykule.
4. W razie stwierdzenia wysokiego poziomu zbieżności treści recenzowanej pracy z innymi opublikowanymi materiałami lub podejrzenia innych przejawów nierzetelności naukowej recenzenci są zobowiązani poinformować o tym redakcję.
5. Po ukończeniu recenzji przechowywanie przesłanych przez redakcję materiałów (w jakiegokolwiek formie) oraz posługiwanie się nimi przez recenzentów jest niedozwolone.

3.4. Odpowiedzialność wydawcy

1. Materiały opublikowane w „WS” są chronione prawem autorskim.
2. Wydawca udostępnia pełną treść wszystkich artykułów w internecie w trybie otwartego dostępu, tj. bezpłatnie i bez technicznych ograniczeń, od 1 stycznia 2022 r. na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – Na tych samych warunkach 4.0 (CC BY-SA 4.0). W przypadku artykułów zgłoszonych do „WS” od 2022 r. dozwolone jest dzielenie się artykułem (kopiowanie i rozpowszechnianie go w dowolnym medium i formie) oraz adaptowanie go (w dowolnym celu, także komercyjnym) na warunkach określonych w tej licencji. Z pozostałych artykułów zamieszczonych w czasopiśmie można korzystać w ramach otwartego dostępu, zgodnie z ustawą o otwartych danych i ponownym wykorzystywaniu informacji sektora publicznego.
3. Wydawca deklaruje gotowość do opublikowania poprawek, wyjaśnień oraz przeprosin.

4. Wymogi redakcyjne

Zgodnie z wymogami czasopisma omawiany w artykule problem badawczy powinien być jednoznacznie zdefiniowany oraz istotny dla oceny zjawisk społecznych lub gospodarczych. Artykuł powinien zawierać wyraźnie określony cel badania, precyzyjny opis badanych zjawisk i stosowanych metod, uzyskane wyniki przeprowadzonej analizy oraz autorskie wnioski.

4.1. Struktura i zawartość artykułu

Wymagane elementy artykułu:

1. Tytuł.
2. Dane autora: imię i nazwisko, afiliacja w języku polskim i angielskim, ORCID, adres e-mail. Wśród autorów artykułu wieloautorskiego należy wskazać autora korespondencyjnego.
3. Streszczenie (zalecana objętość – do 1200 znaków ze spacjami, forma bezosobowa). W przypadku artykułu opisującego badanie empiryczne powinno zawierać: cel, przedmiot, okres i metodę badania, źródła danych i najważniejsze wnioski z badania. W przypadku artykułów o innym charakterze należy podać co najmniej cel pracy, jej przedmiot i najważniejsze wnioski.

Streszczenie to podstawowe źródło informacji o artykule, warunkujące też decyzję czytelnika o zapoznaniu się z całą pracą. Dlatego powinno być przygotowane ze szczególną starannością i dbałością o umieszczenie w nim wszystkich wymaganych elementów.

4. Słowa kluczowe – najistotniejsze pojęcia lub wyrażenia użyte w pracy (nie mniej niż trzy). Powinny być zawarte w streszczeniu i/lub tytule.
5. Kod/kody z klasyfikacji Journal of Economic Literature (JEL).
6. Tłumaczenie tytułu, streszczenia i słów kluczowych (na język angielski w przypadku artykułu napisanego w języku polskim, a na język polski w przypadku artykułu napisanego w języku angielskim).
7. W artykule opisującym badanie empiryczne wymagane są następujące części:
 - wprowadzenie, zawierające syntetyczne przedstawienie zagadnień teoretycznych, uzasadnienie podjęcia danego problemu badawczego, cel badania i krytyczne odniesienie do literatury przedmiotu. W wyjątkowych przypadkach, kiedy istotne dla podjętego tematu jest obszerniejsze przedstawienie dyskusji toczącej się w literaturze, przegląd literatury może stanowić odrębną część artykułu;
 - metoda badania, uwzględniająca przedmiot i okres badania, źródła danych i zastosowane metody badawcze, w tym uzasadnienie ich wyboru;
 - wyniki badania – analiza danych oraz interpretacja wyników i odniesienie ich do rezultatów wcześniejszych badań (dyskusja). W uzasadnionych przypadkach dyskusja może stanowić odrębną część artykułu;
 - podsumowanie, które powinno być zwięzłe i odzwierciedlać istotę problemu badawczego przedstawionego w artykule, bez podawania danych liczbowych; końcowe wnioski powinny odnosić się do treści artykułu, a w szczególności do celu badania.Wszystkie części powinny być opatrzone numerami.
8. Bibliografia, zawierająca pełny wykaz prac i materiałów przywołanych w artykule, przygotowana zgodnie z wymogami czasopisma.

4.2. Przygotowanie artykułu

1. Artykuł powinien być utrzymany w formie bezosobowej.
2. Tekst należy zapisać alfabetem łacińskim. Nazwy własne, tytuły itp. oryginalnie zapisane innym alfabetem powinny być poddane transliteracji.
3. Nie należy stosować stylów; formatowanie należy ograniczyć do wymogów redakcyjnych.
4. Objętość artykułu łącznie ze streszczeniem, słowami kluczowymi, bibliografią, tablicami, wykresami i innymi materiałami graficznymi nie powinna być mniejsza niż 10 stron maszynopisu ani przekraczać 20 stron.
5. Edytor tekstu: Microsoft Word, format *.doc lub *.docx.
6. Krój czcionki:
 - Arial – tytuł, autor, streszczenia, słowa kluczowe, kody JEL, śródtytuły, elementy graficzne (tablice, zestawienia, wykresy, schematy), przypisy;
 - Times New Roman – tekst główny, bibliografia.
7. Wielkość czcionki:
 - 14 pkt – tytuł, autor, tytuły rozdziałów;
 - 12 pkt – tekst główny, tytuły podrozdziałów;
 - 10 pkt – pozostałe elementy.
8. Marginesy – 2,5 cm z każdej strony.

9. Interlinia – 1,5 wiersza; tablice i przypisy – 1 wiersz; przed tytułami rozdziałów i podrozdziałów oraz po nich – pusty wiersz.
10. Wcięcie akapitowe – 0,4 cm; bibliografia – bez wcięcia, wysunięcie 0,4 cm.
11. Przy wycienieniach należy posłużyć się listą punktowaną z punktorami w postaci kropek (wysunięcie 0,4 cm, wcięcie 0 cm); wiersze (oprócz ostatniego) zakończone średnikiem.
12. Strony ponumerowane automatycznie.
13. Tablice i elementy graficzne (wykresy, mapy, schematy) muszą być przywołane w tekście.
14. Wykresy, mapy i schematy należy zamieścić w tekście głównym. Wykresy powinny być edytowalne (optymalnie wykonane w programie Excel; w przypadku wykonania w programie graficznym powinny mieć postać wektorową). Wykresy i inne materiały graficzne należy przekazać osobno w pliku programu Excel lub innym edytowalnym w pakiecie Microsoft Office. W przypadku wykonania ich w innym programie odpowiedni format pliku będzie ustalany indywidualnie.
15. Tablice muszą być edytowalne. Nie należy stosować rastrów, cieniowania, pogrubiania czy też podwójnych linii itp.
16. Wskazówki dotyczące opracowywania map znajdują się w publikacji *Mapy statystyczne. Opracowanie i prezentacja danych*, dostępnej na stronie internetowej GUS.
17. Pod tablicami i każdym elementem graficznym należy podać źródło opracowania, a także objaśnić użyte w nich skróty i symbole.
18. Literowe symbole liczb i innych wielkości niezłożonych należy zapisywać małą lub dużą literą i pismem pochyłym (np. a , A , $y(x)$, a_i); wektorów – pismem pochyłym i pogrubionym (np. $\mathbf{a}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{w}$, $\mathbf{y}(x)$, $\mathbf{w}_i$); macierzy – pismem prostym i pogrubionym (np. $\mathbf{A}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{Y}(x)$, $\mathbf{M}_i$).
19. Objasnienia znaków umownych w tablicach: kreska (–) – zjawisko nie wystąpiło; zero (0) – zjawisko istniało w wielkości mniejszej od 0,5; (0,0) – zjawisko istniało w wielkości mniejszej od 0,05; kropka (.) – brak informacji, konieczność zachowania tajemnicy statystycznej, wypełnienie pozycji jest niemożliwe lub niecelowe; „w tym” – oznacza, że nie podaje się wszystkich składników sumy.
20. Stosowane są następujące skróty: tablica – tabl., wykres – wyk.
21. Wszystkie zawarte w artykule informacje, dane i stwierdzenia wykraczające poza wiedzę powszechną – np. wyniki badań innych autorów, zarówno o charakterze empirycznym, jak i koncepcyjnym – muszą być opatrzone przypisem bibliograficznym. Przez wiedzę powszechną należy rozumieć informacje ogólnie znane i niebudzące wątpliwości ani kontrowersji w danej grupie społecznej, np. utworzenie GUS w 1918 r. lub powstanie UE w 1993 r. na podstawie traktatu z Maastricht. Natomiast dane statystyczne udostępniane lub publikowane np. przez GUS lub Eurostat nie należą do takich informacji. Charakteru wiedzy powszechnej nie mają również stwierdzenia odnoszące się do idei, zjawisk i procesów społecznych, politycznych czy gospodarczych. Nawet pozornie zdroworozsądkowe idee zmieniają bowiem swój sens w zależności od kultury, języka lub dyscypliny naukowej, a także bywają w rozmaity sposób konceptualizowane, jak np. pojęcie poznania w naukach społecznych.

Podanie źródła jest konieczne niezależnie od tego, czy informacje lub stwierdzenia są ujęte w ramy cytatu, czy przedstawione bez dosłownego przytoczenia, np. w formie parafrazy. Jeżeli stwierdzenie może budzić jakiejkolwiek wątpliwości odbiorców, autor powinien wskazać stosowne źródło podawanej informacji.

22. Przypisy rzeczowe, słownikowe lub informacyjne należy umieszczać na dole strony. Przypisy bibliograficzne, zgodnie ze standardem APA (American Psychological Association), należy podawać w tekście głównym.
23. Bibliografię należy przygotować zgodnie ze standardem APA.

4.3. Zasady przywoływania publikacji w treści artykułu

Wyszczególnienie	Przykład przywołania	
	w odsyłaczu	w treści zdania
Autor indywidualny		
Jeden autor	(Iksiński, 2001)	Iksiński (2001)
Dwóch autorów	(Iksiński i Nowak, 1999)	Iksiński i Nowak (1999)
Trzech autorów lub więcej	(Jankiewicz i in., 2003)	Jankiewicz i in. (2003)
Autor instytucjonalny		
Nazwa funkcjonuje jako powszechnie znany skrótowiec: pierwsze przywołanie w tekście	(International Labour Organization [ILO], 2020)	International Labour Organization (ILO, 2020)
kolejne przywołanie	(ILO, 2020)	ILO (2020)
Pełna nazwa	(Stanford University, 1995)	Stanford University (1995)
Typ publikacji		
Publikacja bez ustalonego autorstwa	(<i>Skrócony tytuł</i> ..., 2015)	<i>Pełny tytuł</i> (2015)
Publikacja bez roku wydania	(Iksiński, b.r.)	Iksiński (b.r.)
Akt prawny	(Pełny tytuł)	Pełny tytuł
Strona internetowa / Zbiór danych: znana data publikacji	(Iksiński, 2020) / (Nazwa instytucji, 2020)	Iksiński (2020) / Nazwa instytucji (2020)
nieznana data publikacji	(Iksiński, b.r.) / (Nazwa instytucji, b.r.)	Iksiński (b.r.) / Nazwa instytucji (b.r.)
Rodzaj przywołania		
Przywoływanie kilku prac (porządek prac – chronologiczny, porządek autorów – alfabetyczny)	(Iksiński, 1997, 1999, 2004a, 2004b; Nowak, 2002)	Iksiński (1997, 1999, 2004a, 2004b) i Nowak (2002)
Przywoływanie publikacji za innym autorem (uwaga: w bibliografii należy wymienić tylko pracę czytaną)	(Nowakowski, 1990, za: Zieniecka, 2007)	Nowakowski (1990, za: Zieniecka, 2007)

Źródło: opracowanie na podstawie: American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association* (7th edition). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>.

4.4. Przykłady opisu bibliograficznego

Bibliografia powinna być zamieszczona na końcu opracowania. Prace należy uszeregować alfabetycznie według nazwiska pierwszego autora. W przypadku dwóch lub więcej prac tego samego autora / tych samych autorów trzeba je uporządkować chronologicznie według roku publikacji. Jeśli kilka prac tego samego autora / tych samych autorów zostało opublikowanych w tym samym roku, należy podać je w kolejności alfabetycznej według tytułu i odpowiednio oznaczyć literami a, b, c itd.

Typ publikacji	Przykład opisu bibliograficznego
Artykuł w czasopiśmie	
W wersji drukowanej	Nazwisko, X. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik</i> (zeszyt), strona początku–strona końca.
Dostępny w internecie, z DOI	Nazwisko, X., Nazwisko 2, Y. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik</i> (zeszyt), strona początku–strona końca. https://doi.org/xxx .
Dostępny w internecie, bez DOI	Nazwisko, X., Nazwisko 2, Y., Nazwisko 3, Z. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma, rocznik</i> (zeszyt), strona początku–strona końca. https://xxx .
Maszynopis	
Niepublikowany / przygotowywany przez autora / zgłoszony do publikacji, ale jeszcze niezaakceptowany	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł [maszynopis niepublikowany / w przygotowaniu / zgłoszony do publikacji]</i> .
Zaakceptowany do publikacji	Nazwisko, X. (w druku). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> .
Opublikowany nieformalnie (np. na stronie internetowej autora)	Nazwisko, X., Nazwisko 2, Y. (rok). <i>Tytuł artykułu</i> . https://xxx .
Opublikowany w trybie early view / ahead of print / online first	Nazwisko, X. (rok). Tytuł artykułu. <i>Tytuł czasopisma</i> . Early view / Ahead of print / Online first. https://xxx .
Książka	
W wersji drukowanej	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo.
Dostępna w internecie, z DOI	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo. https://doi.org/xxx .
Dostępna w internecie, bez DOI	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo. https://xxx .
W przekładzie	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (tłum. Y. Nazwisko). Wydawnictwo.
Wydanie wielotomowe: tom zatytułowany	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki: nr tomu. Tytuł tomu</i> . Wydawnictwo.
tom niezatytułowany	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (nr tomu). Wydawnictwo.
Kolejne wydanie	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł książki</i> (nr wydania). Wydawnictwo.
Pod redakcją: w języku polskim	Nazwisko, X. (red.). (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo.
w języku angielskim	Nazwisko, X. (Ed.). (rok). <i>Tytuł książki</i> . Wydawnictwo.
Rozdział w pracy zbiorowej	Nazwisko, X. (rok). Tytuł rozdziału. W: Y. Nazwisko, Z. Nazwisko 2 (red.), <i>Tytuł książki</i> (s. strona początku–strona końca). Wydawnictwo. https://doi.org/xxx lub https://xxx .
Inne prace	
Raport: autor indywidualny	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł raportu</i> . Wydawnictwo.
autor instytucjonalny	Nazwa instytucji. (rok). <i>Tytuł raportu</i> . Wydawnictwo.
Working Papers	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> (nazwa serii i numer). https://doi.org/xxx lub https://xxx .
Sesja konferencyjna / prezentacja / referat	Nazwisko, X. (rok, dzień i miesiąc). <i>Tytuł pracy</i> [typ wystąpienia, np. referat]. Nazwa konferencji, miejsce konferencji.
Rozprawa doktorska: nieopublikowana	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> [nieopublikowana rozprawa doktorska]. Nazwa instytucji nadającej tytuł doktorski.
opublikowana	Nazwisko, X. (rok). <i>Tytuł pracy</i> [rozprawa doktorska, nazwa instytucji nadającej tytuł doktorski]. https://xxx .
Akt prawny	Pełny tytuł aktu prawnego wraz z datą publikacji w dzienniku urzędowym.

Typ publikacji	Przykład opisu bibliograficznego
Strona internetowa	
Znana data publikacji, zawartość strony się nie zmienia	Nazwisko, X. (rok, dzień i miesiąc). <i>Tytuł</i> . https://xxx .
Nieznana data publikacji, zawartość strony się zmienia	Nazwa instytucji. (b.r.). <i>Tytuł</i> . Pobrane dzień, miesiąc i rok pobrania z https://xxx .
Zbiór danych	
Surowe dane nieopublikowane	Nazwisko, X. (rok wydania pracy, w której dane są wykorzystywane) [opis danych, np. surowe dane nieopublikowane dotyczące...]. Źródło danych (np. nazwa uniwersytetu).
Dane opublikowane: znana data publikacji, zawartość zbioru się nie zmienia	Nazwisko, X. (rok). <i>Nazwa zbioru danych</i> [zbiór danych]. Wydawca. https://xxx .
nieznana data publikacji, zawartość zbioru się zmienia	Nazwa instytucji. (b.r.). <i>Nazwa zbioru danych</i> [zbiór danych]. Wydawca. Pobrane dzień, miesiąc i rok pobrania z https://xxx .

Źródło: opracowanie na podstawie: American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association* (7th edition). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>.

Praca przygotowana w sposób niezgodny z powyższymi wskazówkami będzie odesłana do autora z prośbą o dostosowanie formy artykułu do wymogów redakcyjnych.

DZIAŁY „WS” – TEMATYKA ARTYKUŁÓW WS SECTIONS – TOPICS OF THE ARTICLES

Pełny opis zakresu tematycznego działów: ws.stat.gov.pl/AimScope

Description of the topics covered in each section: ws.stat.gov.pl/AimScope

Studia metodologiczne / Methodological studies

- Oryginalne teoretyczne rozwiązania metodologiczne ze wskazaniem ich praktycznej użyteczności
- Prace przeglądowe i porównawcze oraz dotyczące etyki w statystyce, które wnoszą pionierski wkład poznawczy do obecnego stanu wiedzy

Statystyka w praktyce / Statistics in practice

- Nowatorskie zastosowania narzędzi i modeli statystycznych oraz analiza i ocena statystyczna zjawisk społeczno-ekonomicznych i innych, prowadzona w szczególności na danych z zasobów statystyki publicznej
- Wykorzystanie narzędzi informatycznych do uzyskiwania i przetwarzania informacji statystycznych, naliczania danych wynikowych, ich prezentacji i rozpowszechniania
- Projektowanie badań statystycznych, uzyskiwanie, integracja i przetwarzanie danych oraz generowanie wynikowych informacji statystycznych i kontrola ich ujawniania

Studia interdyscyplinarne. Wyzwania badawcze / Interdisciplinary studies. Research challenges

- Wyzwania badawcze wynikające z rosnących potrzeb użytkowników danych statystycznych i wymagające zaangażowania znacznych środków oraz rozwiązań z różnych dziedzin nauki i techniki
- Wykorzystanie technologii informacyjnych i komunikacyjnych, innowacyjność, przetwarzanie i analiza zagadnień związanych z data science i big data
- Wyniki badań prowadzonych przez przedstawicieli dyscyplin innych niż statystyka z wykorzystaniem metod statystycznych

Spisy powszechne – problemy i wyzwania / Issues and challenges in census taking

- Propozycje rozwiązań – zarówno organizacyjnych, jak i metodologicznych – możliwych do zastosowania w spisach oraz rezultaty analiz danych spisowych
- Praktyczne aspekty związane z gromadzeniem i udostępnianiem danych ze spisów, w tym dotyczące obciążenia odpowiedzi i ochrony tajemnicy statystycznej

Edukacja statystyczna / Statistical education

- Metody i efekty nauczania statystyki oraz popularyzacja myślenia statystycznego i rzetelnego posługiwania się informacjami statystycznymi
- Problemy związane z kształceniem w zakresie umiejętności stosowania statystyki na wszystkich poziomach edukacji, a także dotyczące wykorzystywania nowoczesnych koncepcji i metod dydaktycznych oraz pomocy naukowych w nauczaniu statystyki

Z dziejów statystyki / From the history of statistics

- Historia prowadzenia obserwacji statystycznych oraz rozwoju ich metodologii i narzędzi
- Życie i osiągnięcia zawodowe wybitnych statystyków, jak również działalność najważniejszych instytucji i organizacji statystycznych w Polsce i za granicą

In memoriam

- Nekrologi i artykuły wspomnieniowe

Informacje. Recenzje. Dyskusje / Discussions. Reviews. Information

- Teksty nierecenzowane i niemające charakteru artykułów naukowych: sprawozdania z konferencji naukowych i innych wydarzeń dotyczących statystyki, recenzje książek, omówienia nowości wydawniczych GUS, polemiki i dyskusje