

Cena zł 12,00  
(VAT 5%)

Indeks 381306  
PL ISSN 0043-518X

# WIADOMOŚCI STATYSTYCZNE

GŁÓWNY  
URZĄD  
STATYSTYCZNY

POLSKIE  
TOWARZYSTWO  
STATYSTYCZNE

MIESIĘCZNIK  
ROK LIX  
WARSZAWA  
WRZESIEŃ 2014

9

w numerze m.in.:

**TOMASZ PIASECKI**

Metody imputacji w badaniach gospodarstw domowych

**JAN KUBACKI**

Zastosowanie hierarchicznej estymacji bayesowskiej  
w szacowaniu wartości dochodów ludności w powiatach

**ŁUKASZ WAWROWSKI**

Wykorzystanie metod statystyki małych obszarów do tworzenia map ubóstwa  
w Polsce

**MAGDALENA URLICHS, MIROSŁAW BŁAŻEJ**

Zastosowanie metod statystycznych i ekonometrycznych  
do badania koniunktury gospodarczej



---

## KOLEGIUM REDAKCYJNE:

prof. dr hab. Tadeusz Walczak (redaktor naczelny, tel. 22 608-32-89, t.walczak@stat.gov.pl),  
dr Stanisław Paradysz (zastępca red. nacz.), prof. dr hab. Józef Zegar (zastępca red. nacz.,  
tel. 22 826-14-28), inż. Alina Świdarska (sekretarz redakcji, tel. 22 608-32-25, a.swiderska@stat.gov.pl),  
mgr Jan Berger (tel. 22 608-32-63), dr Marek Cierpiał-Wolan (tel. 17 853-26-35), mgr inż. Anatol  
Kula (tel. 668 231 489), mgr Wiesław Łagodziński (tel. 22 608-32-93), dr Grażyna Marciniak  
(tel. 22 608-33-54), dr hab. Andrzej Młodak (tel. 62 502-71-16), prof. dr hab. Bogdan Stefanowicz  
(tel. 691 031 698), dr inż. Agnieszka Zgierska (tel. 22 608-30-15)

---

## REDAKCJA

al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, gmach GUS, pok. 353, tel. 22 608-32-25

[http://www.stat.gov.pl/pts/16\\_PLK\\_HTML.htm](http://www.stat.gov.pl/pts/16_PLK_HTML.htm)

Elżbieta Grabowska (e.grabowska@stat.gov.pl)

Wersja internetowa jest wersją pierwotną czasopisma.

---

## RADA PROGRAMOWA:

dr Halina Dmochowska (przewodnicząca, tel. 22 608-34-25), mgr Ewa Czumaj, prof. dr hab.  
Czesław Domański, dr Jacek Kowalewski, mgr Izabella Zagoździńska, mgr Justyna Wójtowicz  
(sekretarz, tel. 22 608-34-37, j.wojtowicz@stat.gov.pl)

---

## ZAKŁAD WYDAWNICTW STATYSTYCZNYCH



al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, tel. 22 608-31-45.

Informacje w sprawach nabywania czasopism tel. 22 608-32-10, 608-38-10.

Zbigniew Karpiński (redaktor techniczny), Ewa Krawczyńska (skład i łamanie),

Wydział Korekty pod kierunkiem Bożeny Gorczycy, mgr Andrzej Kajkowski (wykresy).

## Indeks 381306

### Prenumerata realizowana przez RUCH S.A.:

Zamówienia na prenumeratę w wersji papierowej i na e-wydania można składać bezpośrednio na stronie  
[www.prenumerata.ruch.com.pl](http://www.prenumerata.ruch.com.pl).

Ewentualne pytania prosimy kierować na adres e-mail: [prenumerata@ruch.com.pl](mailto:prenumerata@ruch.com.pl) lub kontaktując się  
z Centrum Obsługi Klienta „RUCH” pod numerami: 22 693 70 00 lub 801 800 803 — czynne w dni robocze  
w godzinach 7<sup>00</sup>—17<sup>00</sup>.

Koszt połączenia wg taryfy operatora.

---

MIĘDZYNARODOWY ROK STATYSTYKI 2013  
KONFERENCJA NAUKOWA  
*STATYSTYKA — WIEDZA — ROZWÓJ*

**Tomasz PIASECKI**

## Metody imputacji w badaniach gospodarstw domowych

---

Występowanie braków odpowiedzi w badaniach statystycznych jest istotnym problemem związanym z ich realizacją. Radzenie sobie z tym zjawiskiem i ograniczenie jego negatywnych konsekwencji dla uzyskiwanych wyników stanowią ważne wyzwanie metodologiczne.

W stosunku do pozytywnych braków odpowiedzi, tj. takich, gdy jednostka statystyczna biorąca udział w badaniu nie udziela odpowiedzi na niektóre pytania, możliwe jest przyjęcie przez badacza różnych strategii. Przyjęcie restrykcyjnych wymogów co do kompletności zbieranych wywiadów (ograniczenie możliwości nieudzielenia odpowiedzi przez respondenta na poszczególne pytania) pozwala uzyskać spójne i kompletne zbiory danych wynikowych, jednak może powodować wzrost częstości występowania jednostkowych braków odpowiedzi (takich, gdy jednostka statystyczna w ogóle nie bierze udziału w badaniu). Dopuszczenie odmów odpowiedzi na pytania pozwala ograniczyć występowanie odmów udzielenia wywiadu w ogóle, pogarsza jednak kompletność i spójność wewnętrzną oraz może zmniejszać użyteczność uzyskanego zbioru danych. Pojawiają się wtedy w nim pozycyjne braki danych, wymagające przyjęcia określonej procedury postępowania. Rozwiązaniem, które przywraca w dużym stopniu zbiorowi danych niekompletnych użyteczność i funkcjonal-

ność, podobnie jak w przypadku danych kompletnych, może być imputacja (choć z istotnymi zastrzeżeniami dotyczącymi wnioskania na podstawie takiego zbioru).

Autor omawia w artykule przykłady zastosowania procedur imputacyjnych w polskiej statystyce publicznej, dotyczące dwóch badań statystyki społecznej, tj. *Europejskiego badania dochodów i warunków życia* (EU-SILC) oraz *Badania spójności społecznej*.

Są to badania ważne i bardzo obszerne. EU-SILC jest regularnym badaniem statystyki publicznej, realizowanym co roku. Jego zakres tematyczny dotyczy szeroko rozumianych warunków życia oraz dochodów ludności. Badaniu podlega duża liczba cech reprezentujących różne typy dochodu, opisujących w sposób kompleksowy całość dochodów gospodarstwa domowego.

Badanie spójności społecznej ma charakter wieloaspektowy — łączy tematy dotyczące różnych dziedzin życia i zjawisk społecznych. Jego celem jest przedstawienie złożonego obrazu jakości i warunków życia. Badanie to zostało zrealizowane przez polską statystykę po raz pierwszy w 2011 r. Planowane są kolejne edycje w odstępach 4—5 lat.

Obydwa badania są badaniami reprezentacyjnymi, realizowanymi przez ankietów statystycznych na próbie gospodarstw domowych. W badaniach tych imputacja stosowana jest w przypadku braków pozycyjnych dotyczących dochodów gospodarstw domowych oraz ich składowych (w przypadku EU-SILC mamy do czynienia z bardzo dużą liczbą składowych, zarówno dotyczących całego gospodarstwa jak i jego członków). Imputacja pozycyjna w tych badaniach dotyczy przede wszystkim dochodów, gdyż generalnie dla pozostałych zmiennych wymaga się kompletności zapisów już podczas zbierania danych. Jest to kompromis między obydwoma wspomnianymi wyżej podejściami do występowania braków odpowiedzi, który szerzej opisuje dalsza część artykułu.

## PODSTAWOWE POJĘCIA

Imputacja polega na zastąpieniu braków danych w zbiorze wyników badania tzw. wartościami imputacyjnymi. Są to oszacowania brakujących wartości prawdziwych, tworzone w trakcie imputacji, najbardziej właściwe ze względu na przyjęte kryteria, założenia, zastosowane metody. Imputację można więc określić jako proces szacowania danych brakujących<sup>1</sup>.

Imputacja jest wykonywana dla danych jednostkowych i prowadzi do uzyskania pozornie kompletnego zbioru jednostkowego. Należy jednak pamiętać, że stosowane metody imputacji pozwalają na poprawne wnioskanie na podstawie zbioru imputowanego dopiero dla określonych agregatów. Nie jest natomiast właściwym traktowanie wartości imputacyjnych danych jednostkowych na równi z informacjami pochodzącymi z wywiadu i wnioskanie na ich podsta-

---

<sup>1</sup> Balicki A. (2004).

wie o pojedynczych jednostkach statystycznych. Na imputację należy zatem patrzeć raczej jako na ekwiwalent lub uzupełnienie metod wnioskowania statystycznego i uogólniania wyników niż na ekwiwalent wywiadu.

Z punktu widzenia zakresu przedmiotowego imputacji, tj. tego, jaka część rekordu danych jest imputowana, **wyróżnić można dwa typy imputacji:**

- **pozycyjną** — w sytuacji, gdy imputowane są brakujące informacje o jednostkach statystycznych, które wzięły udział w badaniu, ale nie udzieliły odpowiedzi na pojedyncze pytania (imputacja dotyczy tylko niektórych pól w danym rekordzie);
- **brakujących rekordów** — gdy imputowana jest pełna informacja o jednostkach statystycznych, które w ogóle nie wzięły udziału w badaniu (pewne rekordy danych są imputowane w całości).

Obydwa typy imputacji odpowiadają dwóm podstawowym typom braków danych: imputacja pozycyjna dotyczy pozycyjnych braków danych (*item nonresponse*), zaś imputacja brakujących rekordów — jednostkowych braków danych (*unit nonresponse*).

W badaniach społecznych statystyki publicznej stosowana jest przede wszystkim imputacja pozycyjna. Pewne elementy imputacji brakujących rekordów występują w badaniu EU-SILC, gdzie imputuje się brakujące formularze indywidualne (osobowe). Dotyczy to wyłącznie pojedynczych osób należących do gospodarstw domowych, które (jako gospodarstwo) wzięły udział w badaniu. Nie jest to więc pełny brak jednostkowy — dla danego gospodarstwa domowego, dysponuje się bowiem uzyskanym od respondentów wywiadem zbiorczym gospodarstwa oraz częścią wywiadów indywidualnych.

W przypadku wystąpienia braków jednostkowych w omawianych badaniach (niemożności uzyskania wywiadu od całego gospodarstwa domowego), podstawową metodą niwelowania skutków takich braków jest odpowiednia korekta wag uogólniających (w tym kalibracja), a nie imputacja.

### *WYMOGI W ZAKRESIE KOMPLETNOŚCI DANYCH I JAKOŚĆ WYNIKÓW*

Jak wspomniano na wstępie, możliwe są różne podejścia (strategie) dotyczące wymogów służących zapewnieniu kompletności danych podczas ich zbierania (wywiadów). Wymogi te mogą być stosowane w sposób bardziej lub mniej ostry, co może skutkować brakiem występowania pozycyjnych braków danych (w przypadku ostrych wymogów) lub ich występowaniem w różnym zakresie, zależnie od przyjętej strategii. Wyróżnić można zatem:

- strategię restrykcyjną, czyli wymaganie udzielenia kompletnych odpowiedzi na wszystkie pytania wywiadu (wymóg pełnej kompletności), co stanowi warunek akceptacji wywiadu i przekazania danych do dalszego przetwarzania — podejście takie eliminuje występowanie pozycyjnych braków danych;
- strategię mniej restrykcyjną (łagodną), czyli dopuszczenie odmowy odpowiedzi na niektóre pytania wywiadu, nieskutkującą dyskwalifikacją całego wywiadu — oznacza to dopuszczenie wystąpienia braków pozycyjnych.

Obydwa te podejścia mają zalety i wady (zestawienie). W przypadku podejścia mniej restrykcyjnego negatywne skutki wiążą się głównie z powstaniem pozycyjnych braków danych, w przypadku podejścia restrykcyjnego są przede wszystkim wynikiem utraty części wywiadów (odrzuconych ze względu na niespełnienie kryteriów kompletności) oraz możliwości uzyskania odpowiedzi mniej rzetelnych, gdy zostają one „wymuszone”. Wady podejścia zakładającego wymóg pełnej kompletności danych ujawniają się przede wszystkim w przypadku występowania w badaniu pytań problematycznych, drażliwych, wzbudzających szczególną niechęć do udzielania odpowiedzi wśród respondentów.

#### **ZESTAWIENIE. PORÓWNANIE ROZMAITEGO PODEJŚCIA DO WYMOGU KOMPLETNOŚCI DANYCH**

Wyszczególnienie	Wymóg pełnej kompletności	Dopuszczenie braków pozycyjnych
Zalety	<ul style="list-style-type: none"> <li>• spójny i kompletny zbiór wyników</li> <li>• lepsza jakość danych wyników, jeżeli uda się uzyskać rzetelne odpowiedzi na problematyczne pytania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zmniejszenie częstości występowania braków jednostkowych</li> <li>• większe prawdopodobieństwo, że uzyskane odpowiedzi na pytania problematyczne są rzeczywiście rzetelne</li> </ul>
Wady	<ul style="list-style-type: none"> <li>• możliwy wzrost częstości występowania braków jednostkowych</li> <li>• możliwe pogorszenie jakości danych wyników, jeżeli wymaganie pełnej kompletności skłoni respondentów do nierzetelnych odpowiedzi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• niekompletność zbioru danych wyników</li> <li>• trudności analityczne z przetwarzaniem uzyskanych danych</li> <li>• mniejsza elastyczność wykorzystania uzyskanych danych</li> </ul>
Zastosowanie imputacji	<ul style="list-style-type: none"> <li>• brak imputacji pozycyjnej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazana imputacja pozycyjna</li> </ul>

Źródło: opracowanie własne.

W badaniach statystyki publicznej (w tym dotyczących gospodarstw domowych) zazwyczaj przyjmuje się, co do zasady, założenie kompletności wywiadu, czyli wymaga się udzielenia odpowiedzi na wszystkie pytania. Nie zawsze eliminuje to całkowicie występowanie pozycyjnych braków danych (gdyż czasem przesłanki obiektywne rzeczywiście uniemożliwiają uzyskanie odpowiedzi, a brak nie jest na tyle istotny by dyskwalifikować wywiad), ale marginalizuje problem. Od opisanej reguły czyni się jednak wyjątki w przypadku pytań szczególnie drażliwych, na które respondenci odpowiadają z większą niechęcią lub wręcz trudno byłoby wymagać od nich, by udzielili odpowiedzi. Bezwzględne wymaganie kompletności wywiadu w zakresie dotyczącym takich pytań prowadziło do dyskwalifikacji dużej liczby wywiadów i znaczącego zwiększenia odsetka odmów, dlatego zwykle dopuszcza się odmowę odpowiedzi na dane pytanie bez dyskwalifikacji całego wywiadu. Zasada ta stosowana jest bardzo często do pytań dotyczących dochodów.

Z taką właśnie sytuacją mamy do czynienia w EU-SILC oraz *Badaniu spójności społecznej*. Zasady badania dopuszczają odmowę odpowiedzi przez respon-

denta na pytania dotyczące dochodów, co nie skutkuje dyskwalifikacją wywiadu. Na oznaczenie odmowy odpowiedzi stosowany jest specjalny kod. W przypadku pozostałych pytań ankiety generalnie stosuje się wymóg uzyskania odpowiedzi od respondenta, dlatego projektując algorytm imputacji można założyć kompletność (lub stan bliski kompletności) dla zmiennych niedotyczących dochodów.

Dopuszczenie braków pozycyjnych dla pytań dotyczących dochodów w żadnym wypadku nie oznacza zaniechania starań o uzyskanie odpowiedzi na dane pytanie przez ankiera — oznaczenie braku danych stosowane jest dopiero wtedy, gdy zabiegi te nie przynoszą rezultatu, a odmowa jest ostateczna.

### *METODY IMPUTACJI DANYCH BRAKUJĄCYCH*

Istnieje wiele metod imputacji danych oraz różne kryteria ich klasyfikacji<sup>2</sup>. Z punktu widzenia poruszanej tematyki ważne jest rozróżnienie imputacji statystycznej od imputacji dedukcyjnej, zaś w zakresie imputacji statystycznej podział metod na deterministyczne i stochastyczne.

Omawiane metody są metodami elementarnymi, dotyczą tzw. imputacji pojedynczej (jednokrotnej). Alternatywę dla imputacji jednokrotnej stanowi tzw. imputacja wielokrotna<sup>3</sup>. Metoda ta nie jest stosowana w rozważanych tu badaniach, dlatego nie będzie szczegółowo omawiana. Zastosowano podejście oparte na użyciu elementarnych metod imputacji jednokrotnej, z wykorzystaniem modeli odrębnie dobieranych do poszczególnych zmiennych i weryfikowanych merytorycznie. Wybór taki motywowany jest dążeniem do zachowania jak największej kontroli nad imputacją oraz poprawnością merytoryczną i spójnością logiczną otrzymywanych wyników. Z tego powodu nie zdecydowano się na użycie metod zakładających większą automatyzację doboru modeli imputacyjnych, traktując je jako zbyt ryzykowne. Mimo tego, imputacja wielokrotna stanowi wciąż braną pod uwagę alternatywę w kontekście dalszych prac nad algorytmami imputacji ze względu na możliwość dostarczenia precyzyjnej informacji o wielkości błędu losowego związanego z niepewnością wartości imputacyjnych, a tym samym poprawy jakości uzyskiwanych oszacowań błędów dla uogólnień tworzonych na podstawie zbioru będącego wynikiem imputacji.

---

<sup>2</sup> Opis i klasyfikację metod imputacji znaleźć można m.in. w następujących opracowaniach: Longford N. T. (2005); Kalton G., Kasprzyk D. (1982).

<sup>3</sup> Podejście zaproponowane przez D. Rubiną. W bardzo uproszczony sposób można je przedstawić jako polegające na kilkukrotnym zastosowaniu stochastycznych metod imputacji jednokrotnej (z uwzględnieniem w części stochastycznej wszystkich źródeł niepewności modeli generujących wartości imputacyjne) do całego zbioru (wszystkich zmiennych podlegających imputacji). W efekcie otrzymujemy kilka wariantów zbioru zaimputowanego. Posiadanie kilku wariantów zbioru pozwala oszacować niepewność wartości imputacyjnych, a tym samym nie tylko dokonać uogólnień na podstawie zbioru, ale także prawidłowo oszacować błędy tych uogólnień, uwzględniając niepewność imputacji. Opis metody znaleźć można m.in. w: Rubin D. B. (1987), Longford N. T. (2005).

Generalnie wyróżnić można **dwa podstawowe typy imputacji** — **dedukcyjną i statystyczną**. **Imputacja dedukcyjna** opiera się na zależnościach między zmiennymi i na regułach; można ją taktować jako część procesu redagowania danych. Wartość imputacyjna wyznaczana jest bezpośrednio na podstawie tych zależności. Imputacja dedukcyjna ma charakter deterministyczny, tzn. wykorzystując przyjęte reguły można wartość imputacyjną wyznaczyć w sposób jednoznaczny.

W przypadku **imputacji statystycznej** do imputacji danych brakujących wykorzystywana jest pozostała część zbioru danych, czyli dane uzyskane od innych respondentów („niebrakujące”) dotyczące zmiennej imputowanej. Imputacja statystyczna opiera się na określonym modelu (wyspecyfikowanym jawnie lub określonym niejawnie). Wykorzystuje ona zależności wykryte metodami statystycznymi w dostępnym zbiorze danych. Pozwala to na nieobciążoną estymację parametrów populacji, gdy modele (założenia) są prawidłowe.

**Metody imputacji statystycznej** podzielić można na:

- **deterministyczne** — gdy w tworzeniu wartości imputacyjnej nie występuje element losowy. Wartość imputacyjną określa jednoznacznie metoda i wejściowy zbiór danych. Dla danego zbioru danych, powtarzając imputację, otrzymamy zawsze te same wartości imputacyjne (ten sam zbiór wyjściowy);
- **stochastyczne** — gdy tworzenie wartości imputacyjnej zawiera element losowy. Dla danego wejściowego zbioru danych możemy uzyskać różne zbiory wartości zaimputowanych (zbiory wyjściowe). Zbiór wyjściowy (pozycje w tym zbiorze podlegające imputacji) nie jest więc określony w sposób jednoznaczny.

Metody deterministyczne zapewniają zwykle większą precyzję uogólnień dokonywanych na podstawie zbioru zaimputowanego niż metody stochastyczne, gdyż nie wprowadzają dodatkowego źródła błędu losowego. Z tego punktu widzenia mogą wydawać się optymalne. Ich wadą jest jednak to, że całkowicie pomijają rzeczywistą niepewność związaną z oszacowaniem wartości imputacyjnej, wskutek czego zniekształcają rozkłady imputowanych zmiennych (w tym zaniżają miary rozrzutu i błędu). Rzeczywisty błąd uogólnień jest zwykle nieco mniejszy niż w przypadku imputacji stochastycznej, ale jego oszacowanie staje się obciążone. Obciążone zostają też wartości wszystkich miar, których wartość zależy od kształtu rozkładu.

Metody stochastyczne generują dodatkowy błąd wynikający z imputacji. Jest on związany z elementem losowym w nich zawartym, co w pewnym (zwykle niewielkim) stopniu zwiększa błąd uogólnień. Zaletą metod stochastycznych (wielokrotnie przesądzającą o przewadze nad metodami deterministycznymi) jest jednak to, że lepiej zachowują rozkłady zmiennych, nie zniekształcając ich znacząco. W mniejszym stopniu niż metody deterministyczne zniekształcają one zależności między zmiennymi, natomiast nie zniekształcają kształtu rozkładów jednowymiarowych, nie powodują obciążenia miar rozrzutu, od których z kolei zależą miary błędu.



Ponadto wyróżnić można metody tworzące sztuczne wartości zmiennych (np. średnie wartości teoretyczne z modelu) oraz tzw. metody „oparte na dawcach”, czyli takie, w których wartość imputacyjna przenoszona jest z innego rekordu, a nie generowana sztucznie.

W omawianych badaniach<sup>4</sup> stosowane są następujące metody imputacji: spośród metod **deterministycznych**:

- **imputacja średnia** — za wartość imputacyjną przyjmowana jest średnia z obserwacji prawidłowych („niebrakujących”). Zwykle stosowana jest imputacja średnia w klasach (grupach) imputacyjnych, utworzonych ze względu na określone kryteria. Mamy więc wtedy do czynienia z imputacją średnią warunkową. Dobór zmiennych grupujących stanowi określenie „modelu” takiej imputacji. Kryteria grupowania mogą mieć postać hierarchiczną;
- **deterministyczna imputacja regresyjna** — realizowana na podstawie modelu regresyjnego objaśniającego zmienną imputowaną za pomocą zmiennych kompletnych (lub kompletnych w takim zakresie, jaki jest wystarczający do dopasowania modelu i dokonania imputacji dla konkretnego rekordu). Za wartość imputacyjną przyjmowana jest wartość teoretyczna z modelu;

spośród metod **stochastycznych**:

- **hot-deck**<sup>5</sup> — imputacja danymi innego rekordu (tzw. dawcy), wylosowanego spośród rekordów kompletnych (przynajmniej w zakresie imputowanej zmiennej). Zwykle wybór dawcy ograniczany jest do rekordów należących do tej samej klasy (grupy) imputacyjnej, a więc rekordów spełniających określone kryteria podobieństwa. Ich dobór stanowi określenie „modelu” takiej imputacji. Podobnie jak w przypadku imputacji średnią, kryteria mogą mieć charakter hierarchiczny, co jest stosowane w EU-SILC;
- **stochastyczna imputacja regresyjna** — podobnie jak w wariancie deterministycznym, opiera się na modelu regresyjnym objaśniającym zmienną imputowaną. Oprócz części deterministycznej modelu uwzględnia składnik losowy, którego „realizacje” (reszty losowe) tworzone są (pseudo) losowo przy użyciu odpowiedniego generatora. Wartość imputacyjną stanowi wartość teoretyczna z modelu uzupełniona o resztę losową. Możliwe są różne generatory, jak również dodatkowe warunki i reguły stosowane przy generowaniu reszt. Specyficzne elementy z tym związane występują w obydwu omawianych badaniach i wymagają odrębnego opisu.

Wybór procedury imputacji w przypadku każdej imputowanej zmiennej wymaga określenia metody, modelu, doboru zmiennych grupujących, a także innych specyficznych elementów związanych z poszczególnymi metodami. Zagadnienia te ze względu na ich specyfikę przedstawiono odrębnie dla każdego z omawianych badań.

---

<sup>4</sup> Wszystkie wymienione metody używane są w EU-SILC. W *Badaniu spójności społecznej* zastosowana została stochastyczna imputacja regresyjna.

<sup>5</sup> Metoda ta bywa też określana w literaturze jako imputacja losowa (w klasach). Z kolei określenie *hot-deck* bywa również rozumiane nieco inaczej niż tu opisano (Kalton G., Kasprzyk D., 1982). W artykule jest ono stosowane zgodnie z przedstawionym opisem.

Istotny element zakresu tematycznego badania EU-SILC stanowią dochody ludności. Informacje zbierane są przez ankierów statystyki publicznej w wywiadzie osobistym, na wylosowanej próbie gospodarstw domowych (adresów), przy użyciu kwestionariusza gospodarstwa domowego oraz kwestionariusza indywidualnego. Uzyskiwane dane obejmują kilkaset zmiennych dotyczących osoby i gospodarstwa domowego. Informacja o dochodach występuje na obydwu poziomach pomiaru. Ma bardzo rozbudowany charakter, obejmuje dużą liczbę zmiennych reprezentujących różne kategorie (typy) dochodów, np. z pracy najemnej i na rachunek własny (z rozbiorem na pracę w rolnictwie i poza rolnictwem) czy wiele różnych typów świadczeń. Wszystkie te typy dochodów stanowią odrębne zmienne podlegające imputacji<sup>6</sup>.

Badanie służy nie tylko publikacji uogólnionych wyników na użytek krajowy. Jego efektem jest także zbiór danych jednostkowych przekazywany do Eurostatu spełniający specjalne wymogi, co do użyteczności analitycznej oraz musi mieć ściśle określoną strukturę. Wymogi te są istotne z punktu widzenia imputacji i rzutują na postać zaprojektowanego algorytmu. Ważne jest na przykład, że ostateczny zbiór danych jednostkowych otrzymany w wyniku badania musi m.in. umożliwiać wyznaczanie nieliniowych wskaźników nierównomierności dochodów. Skutkuje to zaleceniem, by przy imputacji stosować metody, które nie deformują rozkładów zmiennych.

Projektując badanie przyjęto za dopuszczalne nieudzielenie przez respondentów podczas wywiadu odpowiedzi na pytania dotyczące wszystkich składowych dochodu gospodarstwa domowego (zarówno dotyczące osoby, jak i gospodarstwa). Powstałe pozycyjne braki danych są odpowiednio oznaczane i poddawane imputacji. Podlegają jej także dochody osób, które w ogóle nie udzieliły wywiadu indywidualnego, ale należą do gospodarstw, w których wywiadu udzielono (imputacja brakujących formularzy indywidualnych w części dotyczącej dochodów).

Ważnym argumentem za przyjęciem takiego podejścia w przypadku EU-SILC jest jego panelowy charakter. Każde gospodarstwo biorące udział w badaniu obserwowane jest czterokrotnie w kolejnych latach. Obserwacje te tworzą panel. Z tego powodu konsekwencje odmowy odpowiedzi dotyczącej całego wywiadu bądź dyskwalifikacji wywiadu ze względu na braki odpowiedzi byłyby poważniejsze niż gdybyśmy mieli do czynienia z jednorazową obserwacją. Utrata wywiadu rzutowałaby na jakość danych panelowych — tracilibyśmy nie tylko bieżący wywiad, ale także informacje dotyczące danego gospodarstwa z wywiadów wcześniejszych (które traciłyby przez to na wartości) oraz przyszłych (bo nie zostałyby w ogóle przeprowadzone).

---

<sup>6</sup> Opis badania i jego metodologii, w tym podstawowe informacje na temat imputacji (*Docho-  
dy...*, 2013).

Przed imputacją danych w badaniu stawia się następujące cele:

- uzyskanie kompletnego (pozbawionego braków) zbioru danych, zawierającego tzw. zmienne obowiązkowe (porównywalne dla całej Unii Europejskiej);
- zapewnienie, na potrzeby statystyki krajowej, możliwości uogólnień bardziej szczegółowych niż poziom zmiennych obowiązkowych, których wartości będą spójne z wartościami uogólnień dokonywanych na podstawie zbioru zmiennych obowiązkowych;
- zachowanie rozkładu zmiennych imputowanych, czyli uniknięcie deformacji rozkładu tych zmiennych w imputacji;
- zapewnienie możliwości obliczania wskaźników (w tym wskaźników zmienności i nierównomierności dochodów) na podstawie zbioru po imputacji.

Algorytm imputacji danych dla badania został opracowany w Ośrodku Statystyki Matematycznej Urzędu Statystycznego w Łodzi<sup>7</sup>. Placówka ta odpowiada też za realizację imputacji oraz rozwijanie i aktualizowanie algorytmu.

Szczegółowa postać algorytmu oraz główne jego założenia i zasady są pochodną celów, jakie postawiono przed imputacją. Zasady te tworzą jednocześnie schemat procedury imputacyjnej. Można je przedstawić następująco:

- preferowane są metody stochastyczne. Imputacja najważniejszej składowej każdej zmiennej dochodowej (zwykle dochód netto) wykonywana jest zawsze metodą stochastyczną. Imputacja deterministyczna może dotyczyć podatków, składek obciążających dochód itp., które mają stosunkowo niewielki udział w wartości globalnej poszczególnych komponentów dochodu (zmiennych finalnych). Preferencja dla metod stochastycznych wynika z potrzeby zachowania (uniknięcia znaczących zniekształceń) rozkładów i charakterystyk i zmiennych finalnych;
- poszczególne zmienne imputowane są oddzielnie, z wyjątkiem zmiennych ściśle powiązanych ze sobą zależnościami merytorycznymi oraz imputacji brakujących wywiadów indywidualnych. To, że ten proces realizowany jest oddzielnie dla każdej ze zmiennych, nie wyklucza istnienia statystycznych zależności między wartościami imputacyjnymi, wynikających albo z zastosowania wspólnych zmiennych objaśniających, albo z faktu, że zmienna zaimputowana wcześniej może być zmienną objaśniającą w modelu imputacyjnym;
- z zasady imputowane są dochody miesięczne;
- dopuszcza się i stosuje imputację jednej zmiennej za pomocą kilku alternatywnych metod (modeli) dla różnych podzbiorów rekordów ze względu na:
  - różną dostępność informacji o zmiennych pomocniczych (objaśniających) dla poszczególnych rekordów,
  - dostępność informacji o dochodzie tego samego typu z poprzedniego roku lub jej brak dla danego rekordu (możliwość wykorzystania danych panelowych).

---

<sup>7</sup> Informacje o algorytmie można znaleźć w publikacji GUS *Dochody...* (2013), s. 31—36, także w raportach z wcześniejszych edycji badania. Głównymi autorami algorytmu są T. Piasecki i D. Cybart.

Zasady te nie określają szczegółowo konkretnych metod imputacji. Są one dobierane na każdym kroku algorytmu (odpowiadającym zmiennej lub zmiennej i podzbiorowi rekordów), zgodnie z przedstawionymi zasadami, spośród zestawu metod. Stosowane są:

- metoda *hot-deck* (zwykle w klasach imputacyjnych),
- stochastyczna imputacja regresyjna,
- deterministyczna imputacja regresyjna,
- imputacja dedukcyjna.

Podstawowe znaczenie mają metoda *hot-deck* oraz stochastyczna imputacja regresyjna stosowane do imputacji najważniejszych zmiennych. Wybór pomiędzy nimi jest uzależniony od możliwości dopasowania modelu regresyjnego dobrze objaśniającego zmienną imputowaną, liczby obserwacji, na podstawie których taki model można dopasować, dostępności potencjalnych zmiennych objaśniających i ich liczby.

W przypadku metody *hot-deck* stosowane są hierarchiczne kryteria wyodrębniania klas (grup) imputacyjnych. Zmienne pomocnicze (zmienne grupujące, stanowiące kryterium wyodrębnienia klas) dla poszczególnych zmiennych imputowanych uporządkowano od najważniejszych do najmniej ważnych. W przypadku, gdy nie można znaleźć dawcy o odpowiadających wartościach wszystkich zmiennych pomocniczych lub gdy powstająca w ten sposób klasa imputacyjna nie jest wystarczająco liczna, sekwencyjnie pomija się kolejne kryteria, poczynając od najmniej ważnych. Taki hierarchiczny model grupowania ustalany jest dla każdego kroku algorytmu imputacji, w którym stosowana jest metoda *hot-deck*.

Podstawową metodą grupowania jest grupowanie według zmiennych jakościowych, których poszczególne kategorie służą bezpośrednio do wyznaczania klas. Jednak stosuje się również grupowanie według zmiennych ilościowych — w takim przypadku klasy imputacyjne tworzone są na podstawie grup kwantylowych.

W przypadku stochastycznej imputacji regresyjnej możliwe są różne sposoby generowania reszt losowych. W EU-SILC zastosowano podejście, w którym reszta dla danej pozycji imputowanej otrzymywana jest poprzez losowy wybór ze zbioru rzeczywistych reszt modelu. Resztę losuje się nie ze zbioru wszystkich reszt, lecz z ograniczonego, odpowiednio wyodrębnionego podzbioru. Stanowią go reszty dotyczące rekordów, dla których wartość teoretyczna z modelu jest względnie bliska wartości teoretycznej dla rekordu, którego dotyczy imputacja. Takie postępowanie ma na celu dodatkowe zabezpieczenie przed skutkami ewentualnego niedopasowania modelu lub heteroskedastyczności reszt. Pozwala przez to poszerzyć zakres stosowania stochastycznej imputacji regresyjnej.

Omówienie konkretnych modeli stosowanych przy imputacji poszczególnych zmiennych, a więc zestawu zmiennych grupujących w przypadku imputacji metodą *hot-deck* oraz zmiennych objaśniających modelu w przypadku imputacji regresyjnej, wykraczałoby poza zakres artykułu. Przedstawione zostaną jedynie ogólne zasady doboru tych zmiennych (określanych wspólnie mianem zmiennych pomocniczych).

Zmienne pomocnicze dobrano tak, by odzwierciedlały zależności, jakie zgodnie z logiką i wiedzą merytoryczną o badanych zjawiskach powinny występować w zbiorze danych, uwzględniając dostępność potencjalnych zmiennych objaśniających na formularzu. Zależności te przetestowano na zbiorze danych zarejestrowanych (uzyskanych od respondentów, nieimputowanych) i w większości przypadków okazały się istotne.

Badanie powtarzane jest przez 4 lata w tych samych gospodarstwach domowych z wymianą jednej czwartej próby co roku. Wskutek tego dla części obserwacji dokonywanych w danym roku dostępne są dane z lat poprzednich (panelowe). Dla części badanych jednostek (gospodarstw i osób) takich danych nie posiadamy — dotyczy to wymienianej w danym roku części próby, osób nowych w gospodarstwie oraz tych, których w poprzednim roku nie udało się zbadać. Rozróżnienie na osoby badane pierwszy raz i badane po raz kolejny jest ważne z punktu widzenia stosowanego modelu, a więc zestawu zmiennych pomocniczych.

W przypadku jednostek, dla których dostępna jest informacja z poprzedniego roku i dotyczy ona tego samego typu dochodu, ta właśnie informacja (wartość dochodu) traktowana jest jako najważniejsza zmienna pomocnicza; informacje bieżące (dotyczące danego roku) mogą mieć charakter uzupełniający (dodatkowe zmienne pomocnicze). Natomiast w sytuacji gdy nie dysponujemy taką informacją z poprzedniego roku, stosowany jest model wykorzystujący informacje bieżące, w możliwie najlepszy sposób, mogące wyjaśnić tworzenie danego typu dochodu lub mające wpływ na jego wartość (np. w przypadku dochodu z pracy najemnej: staż pracy, zawód, rodzaj działalności miejsca pracy, także lokalizacja terytorialna — województwo czy klasa miejscowości).

Dla zobrazowania skali imputacji pozycyjnej w badaniu i jej znaczenia dla otrzymywanych wyników na wyk. 1 pokazano statystykę imputacji dotyczącą kilku kluczowych zmiennych otrzymywanych z badania (w 2012 r.). Dochód całkowity oraz do dyspozycji i wartość świadczeń rodziny wyznaczone były dla gospodarstwa domowego, pozostałe uwzględnione zmienne dotyczyły osób.

Na wykresie pokazano odsetek rekordów, których dotyczy imputacja dla każdej ze zmiennych, z rozróżnieniem na imputację całkowitą i częściową. Imputacja całkowita ma miejsce, gdy cała wartość danej zmiennej (dla osoby lub gospodarstwa) pochodziła z imputacji. Poszczególne zmienne dochodowe powstają często jako suma wartości uzyskanych w odpowiedzi na kilka pytań. Możliwa jest zatem sytuacja, gdy część wartości zmiennej pochodzi z odpowiedzi respondenta, a część z imputacji — i jest to przypadek imputacji częściowej. Imputacja częściowa występuje bardzo często dla zmiennych „wynikowych”, które składają się z wielu „cząstkowych” komponentów. Przykładem takiej zmiennej są dochód całkowity (będący sumą dochodów w gospodarstwie oraz dochodów wszystkich jego członków) oraz do dyspozycji. Odsetki mają za podstawę liczbę rekordów, których dotyczy dany typ dochodu, a więc np. w przypadku dochodów z pracy najemnej — liczbę pracujących najemnie.

Ze względu na występowanie imputacji częściowych trudne jest określenie skali imputacji tylko na podstawie odsetka rekordów, których dotyczy imputacja. Imputa-

cja częściowa może bowiem oznaczać zarówno to, że z imputacji pochodzi niewielka część wartości danej zmiennej, jak i to, że jest ona imputowana prawie w całości. Dlatego lepszą miarą faktycznej skali imputacji jest udział wartości imputowanych w uogólnieniu<sup>8</sup> dla danej zmiennej, który również został pokazany na wyk. 1.

Wykr. 2 prezentuje dane mogące zobrazować wpływ imputacji na wyniki uogólnień. Wpływ ten pokazano na przykładzie wyliczonej wartości przeciętnego dochodu do dyspozycji w gospodarstwie domowym w przeliczeniu na osobę, w podziale według głównego źródła utrzymania gospodarstwa. Na wyk. 2 pokazano wyniki uogólnienia, które można by uzyskać w trzech wariantach:

- z pominięciem wartości stanowiących braki pozycyjne przy użyciu wag oryginalnych,

---

<sup>8</sup> W przypadku gdy — w rekordzie danych — część komponentów zmiennej „wynikowej” pochodzi z imputacji, część została zarejestrowana (informacje otrzymane od respondenta), możemy policzyć oddzielnie sumę komponentów imputowanych i zarejestrowanych wchodzących w skład zmiennej. Wartość zmiennej jest oczywiście sumą tych sum. Odnosząc sumę komponentów imputowanych do wartości zmiennej otrzymujemy „udział”, który obrazuje skalę imputacji danej zmiennej dla danego rekordu. Jeżeli sumę komponentów imputowanych uogólnimy na całą populację i odniesiemy do uogólnienia wartości globalnej zmiennej „wynikowej”, otrzymamy udział wartości imputowanych w uogólnieniu będący miarą skali imputacji zmiennej „wynikowej” dla całej populacji. Oczywiście miarę tę możemy obliczyć także dla zmiennych złożonych z pojedynczych komponentów. W przypadku takich zmiennych udział dla pojedynczego rekordu przyjmuje zawsze wartość 0 lub 1, natomiast dla populacji — wartość z przedziału od 0 do 1, zależną od odsetka rekordów imputowanych oraz zróżnicowania wag uogólniających przypisanych rekordom imputowanym i nieimputowanym.

- z pominięciem wartości stanowiących braki pozycyjne oraz z korektą wag uogólniających ze względu na te braki,
- na podstawie wszystkich obserwacji w zbiorze, w tym obserwacji stanowiących braki pozycyjne, po zaimputowaniu tych braków.

Oczywiście wyniki w pierwszym wariancie są obciążone, gdyż pominięta zostaje część wartości globalnej zmiennej — ta, która odpowiada uogólnieniu na podstawie obserwacji stanowiących braki. Drugi wariant można natomiast potraktować jako swego rodzaju eksperyment pokazujący podejście alternatywne w stosunku do imputacji — gdyby zastosować korektę wag zamiast imputacji braków pozycyjnych. Wagi zostały skorygowane informacją o brakach odpowiedzi w zakresie rozważanej zmiennej w warstwach według województw i klas miejscowości. Tak skorygowane wagi nie mają zastosowania w przypadku uogólnień dla danych zaimputowanych, tj. w trzecim wariancie, gdyż wtedy uogólnienie odbywa się na podstawie całego zbioru, a „brakująca” część wartości globalnej uzupełniona jest przez imputację — stosowane są zatem wagi oryginalne. Trzeci wariant odpowiada faktycznie przyjętemu sposobowi uogólniania przy przeprowadzeniu imputacji braków pozycyjnych i uogólnieniu na podstawie zbioru zaimputowanego.

Wykr. 1 pokazuje znaczącą skalę imputacji w badaniu. Dotyczy ona dużej części zbioru danych, co pokazują odsetki rekordów imputowanych dla zmiennych będących sumą wielu komponentów, przede wszystkim dochodu całkowitego gospodarstwa. W przypadku ponad 70% gospodarstw imputacji podlegał przynajmniej jeden z komponentów dochodu.

Skala imputacji nie jest jednak tak duża, jakby wskazywał przywołany odsetek, gdyż większość przypadków imputacji dla zmiennych łączących wiele komponentów to imputacje częściowe, będące zwykle skutkiem braków danych dotyczących pojedynczych składników. Potwierdzają to liczby opisujące udział wartości imputowanych w tworzeniu wartości globalnej. Tak mierzona skala występowania imputacji w przypadku zmiennych „wynikowych” nie różni się znacząco w stosunku do zmiennych będących pojedynczymi komponentami.

Spśród pojedynczych komponentów dochodu imputacja odgrywa największą rolę w przypadku dochodu z pracy na rachunek własny, szczególnie poza rolnictwem. Jest to składnik dochodu, o którym uzyskanie informacji od respondentów jest najtrudniejsze. Konsekwencją tego jest fakt, że w przypadku gospodarstw utrzymujących się z tego źródła najsilniejszy jest również wpływ imputacji na wartości uogólnień.

Analiza wpływu zastosowania imputacji na wartości uogólnień (wykr. 2) potwierdza konieczność przeprowadzenia imputacji braków pozycyjnych w przypadku zastosowanej metody uogólnienia (tzn. uogólnienia za pomocą wag wspólnych dla całego zbioru, bez wykluczenia rekordów dotkniętych brakami pozycyjnymi).

Porównanie uogólnień uzyskanych z użyciem imputacji oraz korekty wag nie wskazuje na występowanie znaczących różnic. Nieco bardziej widoczny efekt dotyczy jedynie — jak wcześniej wspomniano — dochodu gospodarstw utrzymujących się z pracy na własny rachunek. Zbieżność uogólnień pozwala traktować obydwie metody jako w dużym stopniu równoważne ze względu na efekty estymacji, stanowiące dla siebie alternatywę. Należy jednak zauważyć, że aby korekta wag była równie skuteczna, musiałaby być wykonywana odrębnie dla każdej zmiennej, a nawet dla konkretnych zestawów zmiennych w zakresie analiz wielowymiarowych. Jednak to znacząco utrudniałoby analizę i zmniejszało praktyczną użyteczność zbioru.

### *BADANIE SPÓJNOŚCI SPOŁECZNEJ*

Badanie to odnosi się do jakości i warunków życia pojmowanych znacznie szerzej niż warunki materialne, a w odniesieniu do warunków materialnych szerzej niż tylko zagadnienia związane z dochodem. Sposób badania dochodu jest znacznie mniej szczegółowy niż w EU-SILC, natomiast bardzo wiele uwagi poświęca się pozadochodowym i pozamaterialnym aspektom jakości życia. Badane są one wielowymiarowo, również z punktu widzenia zależności i powiązań z dochodem i sytuacją materialną. Chociażby z tego powodu informacja o dochodzie gospodarstwa jest także tutaj informacją bardzo ważną<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Informacje na temat badania i jego metodologii znajdują się w publikacji *Jakość...* (2013). Informacje na temat imputacji dochodów tamże, s. 296—298.



W formularzu występuje kilka pytań dotyczących dochodu, jednakże ich celem jest wyprowadzenie jednej zmiennej reprezentującej przeciętny miesięczny dochód ogółem gospodarstwa domowego za rok poprzedzający badanie. Większa liczba pytań służy uzyskaniu informacji pomocniczych, które mogą być wykorzystane do imputacji głównej zmiennej dochodowej w przypadku braku odpowiedzi. Fakt, że wyprowadzana jest jedna główna zmienna dochodowa, nie wyklucza stosowania w dalszych analizach informacji, np. o dochodzie na osobę czy dochodzie ekwiwalentnym, ale wszystkie one wyprowadzane są z tej zmiennej.

Podobnie jak w przypadku EU-SILC, dla pytań dotyczących dochodu dopuszcza się nieudzielenie odpowiedzi przez respondenta, co nie skutkuje dyskwalifikacją wywiadu. Powstałe w ten sposób braki pozycyjne są imputowane.

Celem imputacji jest uzyskanie kompletnej informacji dotyczącej głównej zmiennej dochodowej, czyli średniomiesięcznego dochodu gospodarstwa domowego za rok poprzedzający badanie. Zmienna ta powinna być imputowana w taki sposób, aby umożliwiać:

- elastyczną, wielowymiarową analizę, w której informacja o dochodzie jednostkowym jest łączona z innymi informacjami z badania;
- wyliczenia mierników, których konstrukcja wymaga informacji o różnych parametrach rozkładu dochodów, w tym również miar pozycyjnych i nieliniowych.

W badaniu występują dwa główne pytania dotyczące łącznego dochodu netto gospodarstwa domowego. Są to pytania o:

- dochód za poprzedni rok (jako pytanie o dochód roczny bądź średni dochód miesięczny — do wyboru respondenta) — będący bezpośrednim źródłem zainteresowania;
- aktualny dochód miesięczny — którego nie można przeliczyć na interesującą nas wartość, ale będący bardzo dobrym źródłem informacji pomocniczej dla jej imputacji.

Przy każdym z pytań o dochód respondent dostaje możliwość:

- udzielenia odpowiedzi wprost, podając wartość dochodu;
- wskazania przedziału, w którym mieści się jego dochód, na przygotowanej liście przedziałów dochodowych, jeżeli nie zgadza się podać wartości dochodu.

Tak więc dochód może być określony jednoznacznie przez respondenta co do wartości lub też jedynie co do przedziału, w którym mieści się jego wartość. Istnieje również trzecia ewentualność, kiedy respondent odmawia nawet wskazania przedziału dochodowego. Tylko w takim przypadku możemy mówić bez zastrzeżeń o braku odpowiedzi i mamy do czynienia z informacją tworzoną w całości za pomocą imputacji statystycznej.

Przyjęta metoda badania, dopuszczająca wskazanie przedziału dochodowego, ma istotny wpływ na ostateczny kształt przyjętej procedury i metody imputacji danych. Wobec opisanych uwarunkowań, dokonując imputacji, dla dużej części

rekordów mamy do dyspozycji stosunkowo precyzyjne pomocnicze informacje dotyczące dochodu, które należy w pierwszej kolejności wykorzystać. Są to:

- informacja o przedziale dochodowym — jeśli została podana przez respondentów, imputacja ulega zawężeniu do granic przedziału;
- informacja o dochodzie bieżącym — jest to zmienna pomocnicza silnie skorelowana ze zmienną badaną, którą — jeżeli została podana przez respondenta — należy w pierwszej kolejności wykorzystać do objaśnienia i imputacji głównej zmiennej dochodowej.

Wspomniana zależność między obydwoma zmiennymi dochodowymi stanowi podstawę głównego modelu imputacyjnego. Alternatywny model, opisujący zależność między dochodem a cechami społeczno-ekonomicznymi gospodarstwa i jego głowy, staje się źródłem, na podstawie którego tworzona jest wartość imputacyjna, dopiero wtedy, gdy nie dysponujemy żadną informacją o dochodzie.

Jako metodę imputacji zastosowano stochastyczną imputację regresyjną. Imputowana reszta jest generowana z rozkładu teoretycznego o odpowiednich parametrach. Metoda ma charakter stochastyczny, dzięki czemu imputacja w niewielkim stopniu zaburza rozkład imputowanej zmiennej. Uzyskane rozkłady są „podobne” do naturalnych; nie są tworzone sztucznie zbiory identycznych wartości imputacyjnych. Modele stosowane do imputacji mają postać potęgowo-wykładniczą, co oznacza, że stają się modelami liniowymi po transformacji logarytmicznej.

Zastosowana metoda pozwala objąć jednolitym podejściem metodologicznym sytuacje, gdy respondent podał granice przedziału dochodowego oraz gdy ich nie podał. Jest to ważna własność, która w kontekście rozważanego badania w dużym stopniu przesądziła o wyborze tej metody.

Imputowane reszty tworzone są za pomocą generatora liczb pseudolosowych. Stosowany jest rozkład normalny (dla modelu w postaci zlogarytmowanej) o wariancji odpowiadającej oszacowaniu wariancji składnika losowego modelu.

W sytuacji gdy nie określono przedziału, imputowane reszty generowane są z rozkładu bezwarunkowego. Jeśli natomiast znamy granice przedziału dochodowego, imputowana reszta jest generowana z rozkładu uciętego, tzn. przyjmuje wyłącznie wartości z założonego zakresu. Granica „ucięcia” rozkładu dla reszty losowej (zakres) ustalana jest tak, by zagwarantować, że uzyskana wartość imputacyjna będzie się mieściła w granicach zadeklarowanego przedziału dochodowego.

Ze względu na różną dostępność informacji dotyczącej zmiennych objaśniających (dostępność lub brak informacji o dochodzie bieżącym), dla każdego rekordu wymagającego imputacji stosowany jest jeden z dwóch alternatywnych modeli:

- jeżeli mamy informację na temat dochodu miesięcznego z miesiąca poprzedzającego badanie (dochodu bieżącego), używamy modelu, w którym zmiennymi objaśniającymi są dochód bieżący oraz opisowa informacja o zmianie dochodu w stosunku do poprzedniego roku (wzrost/spadek/w przybliżeniu bez zmian) — model A;

- jeżeli nie mamy informacji na temat dochodu bieżącego (brak danych), stosujemy model objaśniający dochód za pomocą obiektywnych czynników determinujących wysokość dochodu i możliwości gospodarstwa domowego w zakresie jego osiągnięcia, takich jak: źródło utrzymania, rodzaj pracy, zawód i wykształcenie głowy gospodarstwa — model B.

Model A jest modelem o znacznie lepszym objaśnieniu i preferowanym w użyciu. Wykorzystuje przy tym informację o dochodzie przekazaną przez respondenta. Dlatego jest stosowany zawsze, gdy tylko jest to możliwe, biorąc pod uwagę posiadane informacje. Model B stosuje się tylko w przypadku braku możliwości zastosowania modelu A.

Wykr. 3 przedstawia statystykę dotyczącą imputacji w badaniu. Podobnie jak w przypadku EU-SILC, pokazano odsetek rekordów imputowanych oraz udział w uogólnieniu. Nie mamy tu przypadków imputacji częściowej, natomiast istotne jest rozróżnienie poszczególnych sytuacji ze względu na dostępność informacji o przedziale dochodowym. Wzięto pod uwagę nie tylko to, czy przedział został podany przez respondenta, ale również, czy zaznaczony przedział jest przedziałem „wewnętrznym” czy też skrajnym, tzn. pierwszym (najniższe dochody) lub ostatnim (najwyższe dochody). Z najmniejszym potencjalnym błędem imputacji mamy do czynienia w przypadku przedziałów „wewnętrznych”, gdzie określona jest zarówno dolna, jak i górna granica możliwego dochodu. W przypadku przedziałów skrajnych jedna z tych granic pozostaje nieokreślona, natomiast jeśli respondent odmawia wskazania przedziału, nie znamy żadnej z nich, co oznacza największy zakres możliwego błędu.

W tabelicy przedstawiono statystykę rekordów imputowanych, z tym że oprócz dostępności informacji o przedziale dochodowym zestawienie uwzględnia również rozróżnienie ze względu na zastosowany do imputacji model. Przed-

stawione liczby przypadków imputacji należy odnieść do liczby wszystkich gospodarstw zbadanych w badaniu (14884).

**TABLICA. LICZBA IMPUTOWANYCH REKORDÓW WEDŁUG DOSTĘPNOŚCI INFORMACJI O PRZEDZIALE DOCHODOWYM ORAZ ZASTOSOWANEGO MODELU**

Dostępność informacji o przedziale dochodowym	Ogółem	Zastosowany model	
		A — na podstawie informacji o dochodzie bieżącym	B — brak jakiegokolwiek informacji o dochodzie
Przedział „wewnętrzny” .....	2176	368	1808
Przedział skrajny .....	21	5	16
Brak informacji .....	1774	293	1481
Ogółem .....	3971	666	3305

Źródło: opracowanie własne.

Zastosowanie w kwestionariuszu przedziałów dochodowych znacząco podnosi jakość imputacji i otrzymywanych wyników, ponieważ zmniejsza i — co najważniejsze — precyzyjnie ogranicza zakres niepewności wartości imputacyjnej. Fakt, że większość przypadków imputacji jest realizowana w obrębie znanego przedziału dochodowego, minimalizuje negatywne konsekwencje występowania pozycyjnych braków danych. Czyni to uogólnienia dokonywane na podstawie zbioru zaimputowanego bardziej wiarygodnymi.

Udział rekordów imputowanych w tworzeniu wartości globalnej dochodu jest większy niż odsetek rekordów poddanych imputacji. Oznacza to, że wyniki wskazują, iż przeciętne dochody gospodarstw odmawiających odpowiedzi są wyższe niż w przypadku gospodarstw, które odpowiedzi udzieliły. Innymi słowy, przeciętna wartość imputacyjna jest wyższa od przeciętnej wartości dochodu podanej przez respondenta. Wiarygodność tego wniosku podnosi fakt, że zaobserwowana prawidłowość w dużym stopniu wynika z danych uzyskanych dla gospodarstw, które zadeklarowały przedział dochodowy, a więc poznajemy ją nie tylko na podstawie modelowania statystycznego, ale także rzeczywistych deklaracji respondenta. Można zatem stwierdzić, że zastosowana imputacja skutecznie koryguje obciążenie związane z mniejszą skłonnością do udzielania odpowiedzi wśród osób o wyższych dochodach. Rezygnacja z imputacji mogłaby prowadzić do obciążenia wyników (gdyby nie użyto innej, równie skutecznej, metody korekty).

W przypadku imputowanych dochodów należących do przedziałów skrajnych, ich udział w uogólnieniu wartości globalnej jest znacznie wyższy niż w liczbie gospodarstw, co jest zjawiskiem naturalnym ze względu na ostatni przedział obejmujący najwyższe dochody. Imputacja w tym przedziale ze względu na brak górnego ograniczenia wiąże się z nieco większym ryzykiem niż w przypadku pozostałych przedziałów, jednak i tak jest to zawsze sytuacja lepsza, niż gdyby w przypadku osób o najwyższych dochodach nie został podany nawet przedział. Poza tym grupa ta, mimo opisanego efektu, ma stosunkowo niewielki wpływ na całkowitą wartość uogólnienia ze względu na niewielką liczebność.

Formalnie liczba rekordów imputowanych wynosiła 3971 przy próbie liczącej 14884 rekordy. Biorąc jednak pod uwagę, że dla części z nich znany był przedział dochodowy, dla części dochód bieżący, liczba rekordów imputowanych bez żadnej informacji o wartości dochodu wynosiła jedynie 1481 (10% próby). Tylko dla tych 10% gospodarstw należy przyjąć, że przypisana im wartość dochodu w całości pochodzi z imputacji statystycznej.

## Podsumowanie

Stosowanie statystycznej imputacji pozycyjnych braków danych nie jest jak dotąd standardem obowiązującym w większości regularnych badań statystycznych. Jednakże coraz częściej potrzeba takiego postępowania pojawia się w poszczególnych badaniach i stopniowo wymusza rozszerzanie zakresu stosowania opisywanych rozwiązań.

Niezależnie od starań ankietatorów o uzyskanie odpowiedzi od respondenta, problem braku odpowiedzi dotyczący niektórych badań oraz pewnych typów pytań czasem występujących w wielu badaniach pojawia się nieuchronnie, nawet wtedy, gdy taka możliwość nie jest z góry przewidywana przy projektowaniu badania. Przykładem takiego pytania, w przypadku którego obawy o wystąpienie braków odpowiedzi zawsze stają się zasadne, jest właśnie pytanie o dochód.

Opisane procedury imputacji dochodu w omówionych badaniach mają zarówno cechy wspólne, jak i charakterystyczne elementy wynikające ze specyfiki danego badania. Dzięki temu możliwe było z jednej strony spójne omówienie problemu i objęcie tematyki artykułu jednym wstępem teoretycznym, z drugiej zaś przedstawienie na przykładzie tych dwóch badań szerokiego spektrum zagadnień związanych z imputacją.

Niewątpliwie ciekawą i wartą powielania w innych badaniach praktyką związaną z badaniem spójności społecznej jest stosowanie pytania o przedział dochodowy. Patrząc szerzej, można tę praktykę określić jako zadawanie pytań o zjawiska bardzo ściśle powiązane ze zmienną imputowaną, czasami po prostu opisującą ją w sposób mniej precyzyjny lub bardziej jakościowy niż ilościowy. Realizacja badania pokazała, że w bardzo dużej liczbie przypadków respondenci są gotowi odpowiadać na takie pytania, nawet wtedy, gdy precyzyjnej wartości opisującej zjawisko (tu dochodu) nie są skłonni podać. Oczywiście podejście takie ma swoje ograniczenia związane przede wszystkim z obciążeniem respondenta dodatkowymi pytaniami — zastosowanie go np. w przypadku tak obszernego (z punktu widzenia informacji o dochodzie) badania jak EU-SILC byłoby trudne lub wręcz niemożliwe. Stawia to także dodatkowe wyzwania przed autorami badań, dotyczące wyznaczenia właściwych przedziałów (określenie ich liczby i granic), co ma potem istotny wpływ na ostateczne wyniki. Zastosowanie klasyfikacji zbyt szczegółowej czyni odpowiedź trudniejszą dla respondenta i zwiększa ryzyko niepodania przedziału w ogóle. Mniej szczegółowa klasyfikacja oznacza jednak mniejszą wartość informacji uzyskanej z deklaracji przedziału i większy zakres niepewności co do prawdziwej wartości.

Alternatywę dla imputacji w przypadku badań reprezentacyjnych stanowi korekta wag uogólniających ze względu na brak danych. W przypadku braku odpowiedzi ze strony całych jednostek statystycznych jest zwykle lepsza niż imputacja. Również w przypadku braków pozycyjnych, za pomocą odpowiedniej korekty wag, osiągnąć można efekty zbliżone, jak przy użyciu imputacji, co pokazały nawet bardzo uproszczone wyliczenia dotyczące danych z EU-SILC. Byłoby to jednak rozwiązanie bardzo niepraktyczne, gdyż wymagałoby stosowania wag tworzonych odrębnie dla poszczególnych zmiennych oraz ich kombinacji. Z kolei zastosowanie wag wspólnych dla całego zbioru może prowadzić do obciążenia oszacowań. Taki obraz sytuacji dostarcza argumentów przemawiających na korzyść imputacji pozycyjnej i uzasadnia jej racjonalność.

---

**mgr Tomasz Piasecki** — *Urząd Statystyczny w Łodzi*

#### LITERATURA

- Balicki A. (2004), *Metody imputacji brakujących danych w badaniach statystycznych*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 9
- Dochody i warunki życia ludności Polski* (2013), GUS
- Jakość życia, kapitał społeczny, ubóstwo i wykluczenie społeczne w Polsce* (2013), GUS, Urząd Statystyczny w Łodzi
- Kalton G., Kasprzyk D. (1982), *Imputing for Missing Survey Responses*, Proceedings of the Survey Research Methods Section, American Statistical Association
- Longford N. T. (2005), *Missing Data and Small Area Estimation*, Springer Science + Business Media, Inc.
- Rubin D. B. (1987), *Multiple Imputation for Nonresponse in Surveys*, Wiley & Sons, New York

#### SUMMARY

*The study presents methodological solutions used in the European surveys of income and living conditions as well as social cohesion. The paper contains the results and conclusions of their implementation as an example of a different approach to estimating household income instead of current practice in statistical surveys.*

#### РЕЗЮМЕ

*Статья содержит методологические решения использованные в Европейском обследовании доходов и условий жизни, а также в Обследовании социальной сплоченности. Статья представляет также результаты и выводы связанные с их проведением в качестве примера другого подхода к оценке доходов домашних хозяйств по сравнению с практикой обследований существующей до сих пор в официальной статистике.*

## Zastosowanie hierarchicznej estymacji bayesowskiej w szacowaniu wartości dochodów ludności w powiatach

---

Metody estymacji parametrów na poziomie małych obszarów są zwykle stosowane w przypadku, gdy konieczne jest wyznaczenie szacunków na podstawie badania reprezentacyjnego, jednak nie dysponuje się próbą o dostatecznej wielkości. Powoduje to wzrost wartości błędów szacunku. Wtedy zachodzi potrzeba tzw. „pożyczenia mocy” (*borrow strength*).

Pod pojęciem „mały obszar” można rozumieć małe jednostki administracyjne (np. powiaty) lub specyficzne grupy wyodrębnione z populacji (np. grupy socjo-ekonomiczne), dla których liczebność próby nie jest wystarczająca. Problem ten może dotyczyć też tzw. cech rzadkich, które są obserwowane dużo rzadziej i przez to ich szacunki, które są odpowiednie dla cech powszechnych (np. dla województw), nawet w skali mogą nastęrczać trudności. Przykładem takiej cechy może być szacunek wartości dochodu na osobę z zasiłków dla bezrobotnych wyznaczany dla powiatów. Gdy jest on szacowany dla województw z *Badania budżetów gospodarstw domowych* (BBGD), względny błąd szacunku bywa niekiedy dość duży i może nawet przekraczać 20%. Zastosowanie w takim przypadku metod szacunków dla małych obszarów może być zasadne.

Metodologia szacowania parametrów dla małych obszarów jest systematycznie rozwijana już od lat 80. ub. stulecia. Powstało kilka szerszych opracowań, również w postaci monografii, które ujmują te zagadnienia w dość wyczerpujący sposób. Wspomnieć tutaj można książki J. N. K. Rao (2003) oraz N. T. Longforda (2005). Również w polskiej literaturze dostępne są opracowania zawierające omówienie zagadnień estymacji dla małych obszarów, w tym opracowania: Cz. Brachy i in. (2004); Cz. Domańskiego, K. Pruskiej (2001); E. Gołaty (2004); T. Żądło (2008).

Zagadnienia estymacji dla małych obszarów były też przedmiotem wielu konferencji naukowych. Wspomnieć tutaj można jedną z konferencji na ten temat, która odbyła się w 1992 r. w Warszawie (Kalton i in., 1993) oraz cykl konferencji *Small Area Estimation*, które odbywają się cyklicznie co 2 lata. Począwszy od 2005 r. odbyły się kolejno: w 2005 r. w Jyväskylä w Finlandii (<http://www.stat.jyu.fi/sae2005/index.html>), w 2007 r. w Pizie (<http://sae2007.dsm.unipi.it/>), w 2009 r. w Elche (<http://icio.umh.es/congresos/sae2009/>), w 2011 r. w Trewirze (<http://www.uni-trier.de/index.php?id=30789>) oraz w Bangkoku w 2013 r. (<http://www.math.sc.chula.ac.th/math/www.math.sc.chula.ac.th/sae2013/index.html>).

Konferencje, na których omawiane są zagadnienia estymacji dla małych obszarów odbywały się też w Polsce. Mam tu na myśli konferencje pt. *Metoda*

reprezentacyjna w badaniach ekonomiczno-społecznych, które organizuje Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach (zob. <http://web2.ue.katowice.pl/metoda/>) Kongres Statystyki Polskiej zorganizowany w 2012 r. w Poznaniu (<http://www.stat.gov.pl/pts/kongres2012/>) oraz cykl konferencji pt. *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, które organizuje Uniwersytet Łódzki (<http://www.msa.uni.lodz.pl/>). Literatura dotycząca estymacji dla małych obszarów zawiera obszerny materiał teoretyczny wraz z przykładami zastosowań, co pozwala na wdrożenie opisywanych metod do praktyki statystycznej.

Metoda hierarchicznej estymacji bayesowskiej jest jedną z częściej stosowanych metod estymacji dla małych obszarów. O wzroście zainteresowania tą techniką świadczą ukazujące się ostatnio liczne publikacje, w tym prace doktorskie autorstwa M. Vogta (2010) i B. Liu (2009) oraz M. Karaganis (2009). Również w Polsce dostępna jest publikacja dotycząca zastosowania metod hierarchicznych w estymacji dla małych obszarów autorstwa W. Niemirowicza oraz J. Weśłowskiego (2010). Metoda ta zakłada znajomość rozkładów *a priori*  $f(\lambda)$  zarówno dla parametrów rozważanego modelu, jak i rozkładów warunkowych  $f(\mu, y|\lambda)$  parametrów małych obszarów  $\mu$  (przy zadanych wartościach parametrów modelu) z uwzględnieniem danych  $y$  pochodzących z badania.

Wykorzystując twierdzenie Bayesa można uzyskać rozkład *a posteriori*  $f(\mu|y)$ . W prostych przypadkach rozkład taki można wyznaczyć analitycznie, jednak bardziej złożone przypadki wymagają zastosowania specjalnych metod MCMC (*Markov Chain Monte Carlo* — metoda Monte Carlo dla łańcuchów Markowa), które najczęściej wykonywane są numerycznie za pomocą tzw. próbnika Gibbsa.

### HIERARCHICZNA ESTYMACJA BAYESOWSKA (HB) — ZASTOSOWANIE DLA MAŁYCH OBSZARÓW

Przedstawimy teraz założenia dotyczące metody HB nieco dokładniej. Założmy, że musimy otrzymać następujący rozkład *a posteriori*:

$$f(\mu|y) = \int f(\mu, \lambda|y) d\lambda \quad (1)$$

Używając wnioskowania bayesowskiego otrzymujemy następującą zależność:

$$f(\mu, \lambda|y) = \frac{f(y, \mu|\lambda)f(\lambda)}{f_1(y)} \quad (2)$$

gdzie  $f_1(y)$  — rozkład brzegowy i ma postać:

$$f_1(y) = \int f(y, \mu|\lambda)f(\lambda) d\mu d\lambda \quad (3)$$



Jak już wspomniano, w konkretnych przypadkach do przeprowadzenia takich obliczeń potrzebna jest znajomość rozkładów *a priori*, które można uwzględnić przy konstruowaniu modeli dla małych obszarów. W rozważanym przypadku bierzemy pod uwagę model dla małych obszarów typu A, czyli tzw. podstawowy model poziomu obszaru, który ma postać:

$$\hat{\theta}_i = z_i^T \beta + b_i v_i + e_i \quad (4)$$

gdzie:

- $\hat{\theta}_i$  — estymator badanej cechy  $\theta_i$  dla małego obszaru  $i$ , dla której zachodzi zależność  $\theta_i = z_i^T \beta + b_i v_i$ ,
- $z_i$  — wektor zmiennych objaśniających,
- $\beta$  — wektor współczynników regresji,
- $b_i$  — znane dodatnie stałe,
- $v_i$  — określa błąd modelu,
- $e_i$  — określa błąd wynikający ze schematu losowania.

Zakłada się ponadto często, że  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) są niezależnymi zmiennymi o jednakowych rozkładach (*independent, identically distributed* — iid) o następujących własnościach:

$$E_m(v_i) = 0 \quad Var(v_i) = \sigma_v^2 \quad (5)$$

gdzie:

- $E_m$  — wartość oczekiwana składnika  $v$  dla modelu,
- $Var$  — wariancja dla modelu.

Z kolei przy błędach wynikających ze schematu losowania (dla ocen bezpośrednich) uwzględnia się, że:

$$E(e_i | \theta_i) = 0 \quad Var(e_i | \theta_i) = \psi_i \quad (6)$$

Przyjmuje się, że błędy szacunku dla ocen bezpośrednich  $\psi_i$  są również znane. Biorąc pod uwagę założenia (4)—(6) oraz przyjmując, że znany jest oprócz parametrów rozkładów ocen bezpośrednich, w tym ich wariancji, także rozkład błędu modelu  $\sigma_v^2$ , który ma postać odwrotnego rozkładu Gamma  $G^{-1}(a, b)$  o parametrach  $a$  i  $b$  (gdzie  $a$  jest współczynnikiem kształtu, zaś  $b$  współczynnikiem skali), możemy zapisać model hierarchiczny w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
& \text{(i)} \hat{\theta}_i | \theta_i, \beta, \sigma_v^2 \stackrel{ind}{\sim} N(\theta_i, \psi_i) \quad i = 1, \dots, m \\
& \text{(ii)} \theta_i | \beta, \sigma_v^2 \stackrel{ind}{\sim} N(z_i^T \beta, b_i^2 \sigma_v^2) \quad i = 1, \dots, m \\
& \text{(iii)} f(\beta) < 1 \\
& \text{(iv)} \sigma_v^2 \sim G^{-1}(a, b)
\end{aligned} \tag{7}$$

Rozważamy tutaj przypadek znanego rozkładu zmiennej  $\sigma_v^2$  oraz „płaskiego” rozkładu *a priori* dla  $\beta$ , dany przez  $f(\beta) < 1$ . Ponadto zakładamy, w odróżnieniu od modelu (10.3.1) z podręcznika Rao, że znana jest wartość parametrów  $a$  i  $b$  dla rozkładu  $\sigma_v^2$ , co naszym zdaniem jest dobrym przybliżeniem dla modelu (10.3.3)<sup>1</sup> z podręcznika Rao. Wartości tych parametrów mogą być wyznaczone na podstawie empirycznego rozkładu ocen błędów modelu pochodzących z modeli regresji liniowej. W tym przypadku bierzemy pod uwagę identyczne co do zmiennych objaśniających modele dla powiatów oraz zbliżone co do zmienności wartości ocen zarówno ocen bezpośrednich, jak i parametrów regresji liniowej  $\beta$  dla modelu. Można zatem sądzić, że przybliżenie takie może prowadzić do poprawnych ocen *a posteriori* dla rozważanego modelu.

Dodać należy, że zgodnie z sugestią Rao<sup>2</sup>: *gdy zakłada się o  $\sigma_v^2$ , że jest znane oraz  $f(\beta) < 1$ , podejścia HB oraz BLUP w warunkach normalności prowadzą do identycznych estymacji punktowych oraz miar zmienności*. Należy jednak zwrócić uwagę, że model (10.3.1) u Rao nie uwzględnia w pełni zmienności  $\sigma_v^2$ , co skutkuje zgodnością, ale dla bardziej uproszczonych miar wariancji — zob. wyrażenie (7.1.6) u Rao<sup>3</sup>. Zatem uwzględnienie tej zmienności prowadzi do ocen zgodnych z szacunkami EBLUP (a więc uwzględniających pełną zmienność modelu).

## METODY MONTE CARLO DLA ŁAŃCUCHÓW MARKOWA

Przyjmując, że  $\eta = (\mu^T, \lambda^T)^T$  jest wektorem parametrów dla małych obszarów  $\mu$  oraz parametrów modelu  $\lambda$ , należy zwrócić uwagę, że dla bardziej złożonych modeli, do których zaliczyć można z pewnością model (7), wylosowanie próby z łącznego rozkładu postaci (2) może być trudne ze względu na złożoną postać mianownika  $f_1(y)$ <sup>4</sup>. Zastosowanie w takim przypadku metody MCMC pozwala na uniknięcie takich trudności. Konstruuje się tu łańcuch Markowa  $\{\eta^{(k)}, k = 0, 1, 2, \dots\}$  taki, że rozkład  $\eta^{(k)}$  jest zbieżny do rozkładu stacjonarnego

<sup>1</sup> Rao J. N. K. (2003), s. 240 i 241.

<sup>2</sup> Tamże, s. 237.

<sup>3</sup> Tamże, s. 117.

<sup>4</sup> Tamże, s. 224 i 225.

łańcucha Markowa, dla którego zachodzi zależność  $f(\eta|y) = \pi(\eta)$ . Stąd, pomijając początkowo wylosowane wartości (w ramach tzw. symulacji wstępnej — *burn in*, której długość wynosi  $d$ ), otrzymujemy  $D$  zależnych prób  $\eta^{(d)}, \dots, \eta^{(d+D)}$  wylosowanych na podstawie rozkładu celu  $f(\eta|y)$ . Próba taka jest niezależna od punktu startowego  $\eta^{(0)}$ .

Każda konstrukcja łańcucha Markowa wymaga, aby prawdopodobieństwo przejścia łańcucha ze stanu  $\eta^{(k)}$  w chwili  $k$  do stanu  $\eta^{(k+1)}$  w chwili  $k+1$  miało postać  $P(\eta^{k+1} = \eta^{k+1} | \eta^0 = \eta^0, \dots, \eta^k = \eta^k) = P(\eta^{k+1} = \eta^{k+1} | \eta^k = \eta^k)$ , czyli nie zależało od ewolucji łańcucha do chwili  $k$ . W takim przypadku spełniony musi być warunek stacjonarności dla prawdopodobieństwa przejścia:

$$\int \pi(\eta^{(k)}) P(\eta^{(k+1)} | \eta^{(k)}) d\eta^{(k)} = \pi(\eta^{(k+1)}) \quad (8)$$

Równanie (8) pokazuje, że jeśli  $\eta^{(k)}$  można uzyskać z  $\pi(\cdot)$ , wtedy również  $\eta^{(k+1)}$  można uzyskać z  $\pi(\cdot)$ . Konieczne jest również, aby zapewnić, że prawdopodobieństwo przejścia w  $k$  krokach  $P(\eta^k = \eta^k | \eta^0 = \eta^0)$  jest dla  $k \rightarrow \infty$  zbieżne do rozkładu stacjonarnego  $\pi(\eta)$ , niezależnie od tego, jakiego dokonamy wyboru dla  $\eta^{(0)}$ . Rozważany tu łańcuch powinien być nieprzywiedlny (*irreducible*) oraz nieperiodyczny (*aperiodic*). Nieprzywiedlnosć oznacza, że dla wszystkich punktów początkowych  $\eta^{(0)}$  łańcuch osiąga dowolny niepusty zbiór przestrzeni stanów z dodatnim prawdopodobieństwem. Nieperiodyczność oznacza, że łańcuch nie powinien oscylować między różnymi zbiorami stanów w sposób periodyczny.

### PRÓBNIK GIBBSA

Realizację obliczeniową metod MCMC można przeprowadzić przy pomocy tzw. próbnika Gibbsa<sup>5</sup>. Zakłada on, że ciąg próbek  $\eta^{(k)}$  uzyskujemy dzieląc wektor  $\eta$  na bloki  $\eta_1, \dots, \eta_r$ . Bloki te mogą zawierać jeden lub więcej elementów, przykładowo, w podstawowym modelu obszaru, w którym  $\mu = (\theta_1, \dots, \theta_m)^T = \theta$  oraz  $\lambda = (\beta^T, \sigma_v^2)^T$ . W takim przypadku  $\eta$  może składać się z następujących bloków:  $\eta_1 = \beta$ ,  $\eta_2 = \theta_1, \dots, \eta_{m+1} = \theta_m$ ,  $\eta_{m+2} = \sigma_v^2$ , przy czym  $r = m+2$ . Wymagane jest, aby znany był następujący zbiór rozkładów warunkowych Gibbsa  $f(\eta_1 | \eta_2, \dots, \eta_r, y)$ ,  $f(\eta_2 | \eta_1, \eta_3, \dots, \eta_r, y)$ , ...,  $f(\eta_r | \eta_1, \dots, \eta_{r-1}, y)$ .

Próbnik Gibbsa wykorzystuje prawdopodobieństwo warunkowe do skonstruowania jądra przejścia  $P(\cdot | \cdot)$  takiego, że rozkład stacjonarny otrzymanego łań-

<sup>5</sup> Rao J. N. K. (2003), s. 225 i 226.

cucha Markowa jest równy  $\pi(\eta) = f(\eta|y)$ . Wynik ten jest konsekwencją faktu, że  $f(\eta|y)$  jest jednoznacznie określone przez zbiór warunków Gibbsa.

Algorytm Gibbsa można przedstawić w następujących krokach:

- 0 — wybór punktu startowego  $\eta^{(0)}$  dla komponentów  $\eta_1^{(0)}, \dots, \eta_r^{(0)}$ , przyjmując  $k$  jako równe 0. Można np. wybrać jako punkty początkowe szacunki metodą REML (*restricted maximum likelihood*) dla parametrów modelu  $\lambda$  oraz szacunki EB (*empirical Bayes*) dla parametru  $\mu$ . Mogą to być jednak dowolnie dobrane punkty;
- 1 — wygenerowanie  $\eta^{(k+1)} = (\eta_1^{(k+1)}, \dots, \eta_r^{(k+1)})$  poprzez wylosowanie  $\eta_1^{(k+1)}$ , korzystając z rozkładu  $f(\eta_1 | \eta_2^{(k)}, \dots, \eta_r^{(k)}, y)$ , następnie trzeba wylosować  $\eta_2^{(k+1)}$  z rozkładu  $f(\eta_2 | \eta_1^{(k+1)}, \eta_3^{(k)}, \dots, \eta_r^{(k)}, y)$  aż do  $\eta_r^{(k+1)}$  z rozkładu  $f(\eta_r | \eta_1^{(k+1)}, \dots, \eta_{r-1}^{(k+1)}, y)$ ;
- 2 — przyjęcie  $k = k+1$  oraz powrót do kroku 1.

Kroki 1 i 2 określają jeden cykl dla każdego  $k$ . Sekwencja  $\{\eta^{(k)}\}$  wygenerowana przez próbnik Gibbsa jest łańcuchem Markowa ze stacjonarnym rozkładem  $\pi(\eta) = f(\eta|y)$ .

#### PRZYJĘTE ZAŁOŻENIA DO MODELU HIERARCHICZNEGO, W TYM PRZYJĘTE PARAMETRY ROZKŁADÓW

Tak jak już pokazano w (7), model hierarchiczny powinien zawierać kilka założeń dotyczących rozkładów *a priori* uwzględniających zarówno schemat losowania, przyjęty model objaśniający zjawisko oraz jego zmienność. W opracowaniu tym rozważane są szacunki dla małych obszarów — powiatów. Oznacza to konieczność pokonania kilku trudności, które wynikają m.in. z niedostatecznej wielkości próby. Szacunki bezpośrednie (w tym ich błąd estymacji) wyznaczono stosując specyficzną technikę, która zakładała określenie błędów szacunku z użyciem metody półprób zrównoważonych (BRR — *balanced repeated replication*) tam, gdzie zastosowanie tej metody jest możliwe oraz techniki bootstrap, w przypadku gdy nie da się zastosować metody BRR.

Technikę BRR stosowano, gdy dostępne były dwie podpróby dla konkretnego powiatu. Sytuacja taka zachodzi zwykle w przypadku większych powiatów, dla których dostępna jest próba o większej liczebności. W sytuacji kiedy nie można było wyodrębnić takich podprób, stosowano prostą metodę bootstrap w analogiczny sposób do metody opisaną w podręczniku Woltera<sup>6</sup>. W przeprowadzeniu takich obli-

<sup>6</sup> Wolter K. M. (2007), s. 214—217.

czeń dobierano każdą z prób bootstrapowych niezależnie (jest to jeden z warunków poprawnego przeprowadzenia takich obliczeń), zaś liczba wylosowanych prób bootstrapowych była równa 500, co jest wartością często stosowaną w praktyce.

Należy jednak zaznaczyć, że w przypadku kiedy stosuje się zasadę bootstrap dla małych prób, ocena zgodności szacunków z rzeczywistym błędem szacunku może być problematyczna<sup>7</sup>, gdyż brak jest odpowiedniej teorii, która wystarczająco objaśniałaby takie szacunki. Dlatego obliczenia, które tutaj przedstawiono mogą mieć przybliżony charakter. Przeprowadzona wcześniej analiza tej metody (Kubacki i in., 2011<sup>8</sup>; Kubacki, Jędrzejczak, 2012<sup>9</sup>) wykazała skuteczność takiego podejścia. Porównanie szacunków bootstrapowych oraz otrzymanych z użyciem innych metod, w tym metody linearyzacji Taylora, wskazało na zgodność obydwu tych metod. Metoda BRR jest stosowana obecnie w BBGD do określenia precyzji szacunków<sup>10</sup>.

Rozważono następujące zmienne określające kilka kategorii dochodu, wyznaczono na podstawie BBGD:

- rozporządzalny,
- z pracy najemnej,
- z pracy na własny rachunek,
- ze świadczeń z ubezpieczeń społecznych,
- z emerytur,
- z rent z tytułu niezdolności do pracy,
- z rent rodzinnych,
- ze świadczeń z pomocy społecznej,
- z zasiłków dla bezrobotnych.

Zmiennymi objaśniającymi w modelu regresji były zmienne pochodzące z rejestru POLTAX, określające następujące kategorie dochodu:

- 1) przychód z wynagrodzenia ze stosunku: pracy, służbowego, spółdzielczego itp.,
- 2) przychód z emerytury — renty krajowej, zagranicznej, renty strukturalnej itp.,
- 3) przychód z działalności wykonywanej osobiście,
- 4) przychód z praw majątkowych,
- 5) przychód z najmu, podnajmu lub dzierżawy,
- 6) przychód z pozostałych źródeł,
- 7) przychód z działów specjalnych produkcji rolnej,
- 8) odliczenia od dochodu (przychodu) składek na ubezpieczenia społeczne,
- 9) odliczenia od podatku (ryczałtu) składki na powszechne ubezpieczenie zdrowotne.

Zmienne 5), 6) i 7) były przedstawione w postaci sumy. Dane te zostały zregrowane na poziomie powiatów, a następnie wyznaczono wskaźniki średnich dochodów z wymienionych źródeł dzieląc sumy dla powiatów przez liczbę osób faktycznie zamieszkałych w danym powiecie. Wszystkie tak określone zmienne

---

<sup>7</sup> Tamże, s. 217.

<sup>8</sup> Strona 69 i 70.

<sup>9</sup> Strona 58—69.

<sup>10</sup> *Metodologia...* (2011), s. 15 —17.

objaśniające wykorzystywano w modelach dla zmiennych z BBGD. Nie oznacza to jednak, że liczba rozważanych zmiennych objaśniających nie mogłaby zostać uzupełniona np. o dane z ZUS lub z urzędów pracy. Można to jednak potraktować jako kolejną propozycję badawczą, tym bardziej że tylko część zmiennych z rejestru POLTAX odpowiada, co do określenia, zmiennym z BBGD. Może to osłabiać zgodność modeli dla małych obszarów z danymi empirycznymi.

Parametry rozkładu (iv) w modelu (7) wyznaczono określając wartość współczynników kształtu i współczynnika skali z wykorzystaniem rozkładu empirycznego, uzyskanego na podstawie błędu modelu dla regresji liniowej. Przykład takiego rozkładu pokazano na wyk. 1, przedstawiono rozkład błędu modelu otrzymanego z regresji liniowej za pomocą wzoru  $\sigma^2 = 1/(m-p) \sum_{i=1}^m (\hat{\theta}_i - z_i^T \beta)^2$ , przy czym  $m$  oznacza liczbę powiatów w modelu,  $p$  oznacza liczbę parametrów w równaniu regresji, zaś  $(\hat{\theta}_i - z_i^T \beta)^2$  oznacza kwadrat reszty dla jednostki o indeksie  $i$  z równania regresji. Zaprezentowany histogram dotyczy odwrotności wielkości  $\sigma^2$ .

## REALIZACJA MODELU HIERARCHICZNEGO W PROGRAMIE WinBUGS

W obliczeniach wykorzystywano programy WinBUGS<sup>11</sup> oraz R-project<sup>12</sup> (w tym moduły R2WinBUGS<sup>13</sup>, coda<sup>14</sup> i MASS). Specjalnie przygotowane makro w systemie R-project służyło jako łącznik pozwalający na wczytywanie danych, wykonywanie na ich podstawie niezbędnych obliczeń (w tym symulacji z użyciem programu WinBUGS) oraz ich automatyczną wizualizację.

### Makro w systemie R-project ma (w uproszczeniu) postać następującą:

```
# określenie parametrów modelu:
model_HB <- paste("C:/Documents and Settings/PTS/Moje dokumenty/model_kongres_demo.txt",
sep = " ")
infile1 <- "coda1.txt"
infile2 <- "coda2.txt"
indfile <- "codaindex.txt"
burn_in <- 3000
zmienna <- "dochg"
a0 <- dochg_shape
b0 <- dochg_rate
data <- list(N=N, Y=Y, tau=tau, A=A, B=B, C=C, D=D, E=E, F=F, G=G, a0=a0, b0=b0)
model <- lm( Y ~ 1 + A + B + C + D + E + F + G)
mod_smry <- summary(model)
alpha <- as.vector(mod_smry$coefficients[,1])
sigma_2 <- (mod_smry$sigma)*(mod_smry$sigma)
precu <- 1/sigma_2
u <- vector(mode = "numeric", length = N)
inits <- list(list(alpha=alpha, precu=precu, u=u),list(alpha=alpha, precu=precu, u=u))
parameters <- c("mu", "alpha", "precu", "u")
# symulacja - wywołanie programu WinBUGS i wczytywanie wyników wg formatu coda
sim_HB <- bugs(data, inits, parameters, model_HB,n.chains=2, n.burnin = 1, n.iter=10000, n.thin = 1,
codaPkg=TRUE)
results1 <- read.coda(infile1, indfile, 2, 10000, 1)
results2 <- read.coda(infile2, indfile, 2, 10000, 1)
```

W szacunkach użyto schematu obliczeniowego stosowanego również we wcześniejszych pracach na temat wykorzystania metod hierarchicznych w szacunkach dla małych obszarów. Wspomnieć tu można dwie prace, które opracowali V. Gomez-Rubio (2008)<sup>15</sup> oraz M. Vogt (2010)<sup>16</sup>. W tym przypadku oceny  $Y[p]$  dotyczą ocen na podstawie estymacji bezpośredniej wraz z oceną błędu oceny bezpośredniej  $tau[p]$ , wartości od  $A[p]$  do  $G[p]$  określone są przez warto-

<sup>11</sup> Spiegelhalter D. J. i in. (2003).

<sup>12</sup> Venables W. N., Ripley B. D. (2002).

<sup>13</sup> Sturtz S., Ligges U., Gelman A. (2005).

<sup>14</sup> Plummer M. i in. (2006).

<sup>15</sup> Strona 10.

<sup>16</sup> Strona 134.

ści zmiennych objaśniających z modelu, zaś parametry  $a_0$  i  $b_0$  pochodzą z rozkładu empirycznego *a priori* uzyskanego na podstawie rozkładu błędu modelu dla regresji liniowej. Oto schemat obliczeniowy:

```

model
{
  for(p in 1 : N) {
    Y[p] ~ dnorm(mu[p], tau[p])
    mu[p] <- alpha[1] + alpha[2] * A[p] + alpha[3] * B[p] + alpha[4] * C[p] + alpha[5] * D[p] + alpha[6] * E[p] + alpha[7] * F[p] + alpha[8] * G[p] + u[p]
    u[p] ~ dnorm(0, precu)
  }
  precu ~ dgamma(a0,b0)
  alpha[1] ~ dflat()
  alpha[2] ~ dflat()
  alpha[3] ~ dflat()
  alpha[4] ~ dflat()
  alpha[5] ~ dflat()
  alpha[6] ~ dflat()
  alpha[7] ~ dflat()
  alpha[8] ~ dflat()
  sigmau <- 1/precu
}

```

Diagnostyka zbieżności oparta na wyjściu MCMC dla  $\{\eta^{(k)}\}$  jest często stosowana w praktyce w celu określenia długości symulacji wstępnej  $d$ . Popularna jest obecnie miara diagnostyczna oparta na wielokrotnych przebiegach oraz klasycznej analizie wariancji<sup>17</sup>.

Założmy, że  $h(\eta)$  określa skalarną miarę  $\eta$ , np.  $h(\eta) = \mu_i$ , czyli średnia dla  $i$ -tego małego obszaru. Oznaczając wartość  $h(\eta)$  dla  $l$ -tego przebiegu (zakładamy, że skonstruowane są przynajmniej 2 przebiegi obliczeniowe, w ogólności jest ich  $L$ ) jako  $h_{l,d+1}, \dots, h_{l,2d}$ ,  $l=1, \dots, L$ , obliczamy wariancję między przebiegami (*between-run variance*)  $B = d \sum_{l=1}^L (\bar{h}_l - \bar{h}_{..})^2 / (L-1)$  oraz wariancję wewnątrz

przebiegu (*within-run variance*)  $W = \sum_{l=1}^L \sum_{k=d+1}^{2d} (h_{l,k} - \bar{h}_l)^2 / [L(d-1)]$ , gdzie

$\bar{h}_l = \sum_k h_{l,k} / d$  oraz  $\bar{h}_{..} = \sum_l \bar{h}_l / L$ . Używając dwu komponentów wariancyjnych

$B$  oraz  $W$  można określić szacunek wariancji  $h(\eta)$  w docelowym rozkładzie jako:

$$\hat{V} = \frac{d-1}{d} W + \frac{1}{d} B \quad (9)$$

<sup>17</sup> Gelman A., Rubin D. B. (1992), s. 457—472.





















Estymator docelowej wariancji  $\widehat{V}$  parametrów używanych w modelu (np.  $\mu$  lub  $\nu$ ) przeszacowuje wartość  $\widehat{V}$ , przyjmując, że początkowy rozrzut dla przybiegów od 1 do  $L$  jest zbyt duży, ale w warunkach stacjonarności<sup>18</sup> jest nieobciążony (jeśli początkowy rozkład odpowiada rozkładowi docelowemu). Stosując tę drugą własność można obliczyć czynnik „potencjalnej redukcji skali” (*potential scale reduction factor*):

$$\widehat{R} = \widehat{V} / W$$

Jeśli osiągnięta jest zbieżność,  $\widehat{R}$  będzie bliskie 1. W przeciwnym przypadku  $\widehat{R}$  będzie znacząco większe niż 1, co może sugerować, że należy zwiększyć długość okresu *burn-in*  $d$ . Konieczne zatem jest wyznaczenie  $\widehat{R}$  dla skalarnych parametrów, np. dla średnich i dla małych obszarów  $\mu_i$ .

Wykresy dla autokorelacji pokazują korelację między zmienną  $\eta^{(k)}$  oraz każdą ze zmiennych  $\eta^{(k+t)}$  (gdzie  $t$  wskazuje na opóźnienie względem elementu  $k$ ) w analizowanym łańcuchu. Korelacja dla opóźnienia  $t$  wyrażona jest zależnością  $Corr(\eta^{(k)}, \eta^{(k+t)})$ . Brak autokorelacji oznacza na wykresie, że dla  $t = 0$  mamy korelację równą 1, zaś dla kolejnych wartości opóźnień wartości te są bliskie zeru. W rozważanych przykładach zazwyczaj kolejne wartości opóźnień wiążą się z coraz mniejszą wartością zależności  $Corr(\eta^{(k)}, \eta^{(k+t)})$ .

## WYNIKI OBLICZEŃ I ICH DYSKUSJA

Jak wspomniano wcześniej, oceny z modelu dla estymatora HB mają (w przypadku uwzględnienia założeń dla modelu (7) zbliżoną postać do estymatora EBLUP i to zarówno jeśli chodzi o oceny punktowe, jak i oceny błędów szacunku. Zastosowana metoda pozwala ponadto na uzyskanie względnie stabilnego przebiegu symulacji. Rozkłady współczynników modelu liniowego, jak również oceny samych parametrów  $\mu$  (wykr. 3) mają w niemal wszystkich przypadkach charakter normalny, zaś rozkład parametru  $\sigma_\nu^2$  zachowuje odwrotny rozkład Gamma (wykr. 7). Normalny jest również dla przeważających przypadków rozkład błędów modelu. Poza tym przebieg symulacji zazwyczaj nie wykazuje autokorelacji (wykr. 4) i zachowuje stabilność praktycznie już od samego początku przebiegu (wykr. 5). Przedstawimy zatem wyniki dla woj. małopolskiego.

Pewną cechą szczególną w pokazanym przypadku jest istnienie widocznej autokorelacji szacunków błędów z modelu dla części powiatów. Jest to szczególnie widoczne w ocenach miast na prawie powiatów (Krakowa i Tarnowa). Wiąże się to z dość niską wartością błędu dla szacunku bezpośredniego w porównaniu z podobnymi przebiegami w przypadku innych powiatów. Takie za-

<sup>18</sup> Gelman A., Rubin D. B. (1992), s. 461.

chowanie się symulacji MCMC jest też obserwowane czasami dla innych zmiennych i modeli dla innych województw. Istnienie tej autokorelacji nie zmienia jednak w istotny sposób poziomu błędu ocen (REE), choć zmienia, ale dość rzadko w wyraźny sposób, rozkład składników losowych (parametry  $u$  w schemacie obliczeniowym). Ponadto zazwyczaj z testów diagnostycznych zbieżności symulacji (test *Gelmana-Rubina-Brooksa* — GRB) wynika również, że jej przebieg zachowuje zbieżność. Jest to szczególnie widoczne dla ocen parametrów z modelu (zmiennie  $m, u$  — wykr. 5), a także dla składników losowych modelu (zmienna  $v$  odpowiadająca w schemacie obliczeniowym zmiennej  $u$  — wykr. 6), choć tutaj zależność jest słabsza i pełną zbieżność osiąga się dla dłuższego okresu. Jednak zazwyczaj i w tym przypadku wartość statystyki GRB osiąga wartości bliskie 1 już po 2—3 tys. iteracji (co wiąże się z istnieniem autokorelacji). Ostatecznie jednak po 5—7 tys. iteracji nawet przebiegi z autokorelacją dla składników losowych stabilizują się, co widoczne jest na wykr. 6.

**TABL. 1. WARTOŚCI OSZACOWAŃ DOCHODU ROZPORZĄDZALNEGO NA OSOBE NA PODSTAWIE BBGD ORAZ WYBRANYCH ZMIENNYCH NA PODSTAWIE REJESTRU POLTAX DLA 2003 R. I POWIATÓW W WOJ. MAŁOPOLSKIM, WRAZ Z OCENĄ PRECYZJI SZACUNKÓW (względny błąd szacunku w %), A TAKŻE REDUKCJĄ WZGLĘDNEGO BŁĘDU SZACUNKU, OSZACOWANE Z UŻYCIEM ESTYMATORA BEZPOŚREDNIEGO ORAZ METODY EBLUP STOSUJĄCEJ TECHNIKĘ REML**

Powiaty	Dochód rozporządzalny						
	szacunki bezpośrednie			szacunki dla metody EBLUP			redukcja REE
	ocena parametru	błąd szacunku	REE w %	ocena parametru	błąd szacunku	REE w %	
Bocheński .....	518,43	33,13	6,39	525,14	31,79	6,05	1,056
Brzeski .....	418,25	32,80	7,84	436,81	31,77	7,27	1,078
Chrzanowski .....	734,24	22,09	3,01	734,63	22,26	3,03	0,993
Dąbrowski .....	553,59	106,13	19,17	480,11	66,72	13,90	1,379
Gorlicki .....	460,38	14,97	3,25	464,59	15,06	3,24	1,003
Krakowski .....	617,31	22,41	3,63	623,05	22,17	3,56	1,020
Limanowski .....	576,63	69,00	11,97	527,75	53,08	10,06	1,190
Miechowski .....	538,66	7,31	1,36	539,06	7,31	1,36	1,001
Myślenicki .....	475,63	36,64	7,70	494,48	34,97	7,07	1,089
Nowosądecki .....	540,52	27,76	5,14	529,10	27,26	5,15	0,997
Nowotarski .....	525,31	34,79	6,62	514,30	33,22	6,46	1,025
Olkuski .....	675,92	84,13	12,45	675,93	66,35	9,82	1,268
Oświęcimski .....	732,83	30,13	4,11	726,44	29,82	4,10	1,002
Proszowicki .....	611,29	56,11	9,18	582,99	49,62	8,51	1,078
Suski .....	666,01	51,49	7,73	615,90	44,93	7,30	1,060
Tarnowski .....	427,53	26,72	6,25	431,84	27,52	6,37	0,981
Tatrzański .....	529,82	45,91	8,67	531,46	44,27	8,33	1,040
Wadowicki .....	530,13	62,80	11,85	554,40	50,37	9,09	1,304
Wielicki .....	736,62	68,03	9,24	700,67	56,16	8,02	1,152
M. Kraków .....	876,75	1,03	0,12	876,74	1,03	0,12	1,000
M. Tarnów .....	713,46	1,84	0,26	713,46	1,84	0,26	1,000

Źródło: obliczenia własne.

**TABL. 2. WARTOŚCI OSZACOWAŃ DOCHODU ROZPORZĄDZALNEGO NA OSOBĘ NA PODSTAWIE BBGD ORAZ WYBRANYCH ZMIENNYCH NA PODSTAWIE REJESTRU POLTAX DLA 2003 R. I POWIATÓW W WOJ. MAŁOPOLSKIM, WRAZ Z OCENĄ PRECYZJI SZACUNKÓW (względny błąd szacunku w %), A TAKŻE REDUKCJĄ WZGLĘDNEGO BŁĘDU SZACUNKU, OSZACOWANE Z UŻYCIEM ESTYMATORA BEZPOŚREDNIEGO ORAZ METODY HIERARCHICZNEJ ESTYMACJI BAYESOWSKIEJ (HB)**

Powiaty	Dochód rozporządzalny						
	szacunki bezpośrednie			szacunki dla metody HB			redukcja REE
	ocena parametru	błąd szacunku	REE w %	ocena parametru	błąd szacunku	REE w %	
Bocheński .....	518,43	33,13	6,39	523,74	31,28	5,97	1,070
Brzeski .....	418,25	32,80	7,84	432,23	30,96	7,16	1,095
Chrzanowski .....	734,24	22,09	3,01	734,15	21,90	2,98	1,009
Dąbrowski .....	553,59	106,13	19,17	490,32	71,80	14,64	1,309
Gorlicki .....	460,38	14,97	3,25	463,79	15,02	3,24	1,004
Krakowski .....	617,31	22,41	3,63	622,27	21,81	3,51	1,035
Limanowski .....	576,63	69,00	11,97	536,88	54,61	10,17	1,176
Miechowski .....	538,66	7,31	1,36	538,96	7,31	1,36	1,001
Myślenicki .....	475,63	36,64	7,70	492,01	33,84	6,88	1,120
Nowosądecki .....	540,52	27,76	5,14	531,27	26,97	5,08	1,012
Nowotarski .....	525,31	34,79	6,62	518,01	32,16	6,21	1,067
Olkuski .....	675,92	84,13	12,45	676,95	67,77	10,01	1,243
Oświęcimski .....	732,83	30,13	4,11	728,56	29,01	3,98	1,032
Proszowicki .....	611,29	56,11	9,18	593,89	49,39	8,32	1,104
Suski .....	666,01	51,49	7,73	628,43	45,05	7,17	1,079
Tarnowski .....	427,53	26,72	6,25	429,27	26,25	6,12	1,022
Tatrzański .....	529,82	45,91	8,67	530,19	42,90	8,09	1,071
Wadowicki .....	530,13	62,80	11,85	552,55	50,79	9,19	1,289
Wielicki .....	736,62	68,03	9,24	713,04	55,65	7,80	1,183
M. Kraków .....	876,75	1,03	0,12	876,75	1,03	0,12	1,004
M. Tarnów .....	713,46	1,84	0,26	713,45	1,85	0,26	0,999

Ź r ó d ł o: obliczenia własne.

Podane zależności dla symulacji metodą MCMC obserwowane są też w przypadku innych zmiennych niż dochód rozporządzalny, mimo że niekiedy dopasowanie modelu jest słabsze. Zachowanie normalności rozkładów z symulacji w takich przypadkach może oznaczać też, że założenia dotyczące normalności rozkładów warunkowych ocen rozważanych parametrów (w tym  $\hat{\theta}_i$ ) oraz ich błędów mogą być w praktyce spełnione. Może to usprawiedliwiać zastosowanie modelu (7) oraz metod EBLUP dla takich szacunków, które często takiego założenia o normalności wymagają. Trudno jednak sądzić, czy hipotezę tę można by potwierdzić empirycznie, tym bardziej że w rzeczywistych badaniach obserwuje się zarówno zmianę uwarunkowań społeczno-ekonomicznych związanych z badaniem oraz zmianę poziomu samego zjawiska (np. wskutek zmian cen oraz PKB). Stąd obserwowane prawidłowości mogą dotyczyć ściśle tylko hipotetycznych populacji, często określanych jako superpopulacje, zaś ich postać teoretyczna wyrażona modelem (7) oraz jego praktyczna realizacja może być raczej przybliżeniem zależności obserwowanych w rzeczywistości.

Obliczenia przeprowadzone dla woj. małopolskiego wykazują na ogół małe różnice między wartościami błędu szacunku dla metody EBLUP (pokazano tutaj przykład obliczeń wykonanych dla metody REML z użyciem pakietu SAE<sup>19</sup>) oraz dla HB, podobnie dla większości pozostałych modeli, dla których oceny błędów szacunku dla metody EBLUP oraz HB są zbliżone. Świadczy o tym porównanie rozkładu względnego błędu szacunku (REE) przedstawione na wykresie 8. Istnieją jednak tutaj pewne różnice, o czym świadczy wykres 9. Widać tutaj, że estymacja hierarchiczna daje z grubsza nieco wyższą redukcję REE niż technika EBLUP. Metodę EBLUP wyróżnia jednak nieco bardziej płaski przebieg redukcji REE, co szczególnie widoczne jest dla uproszczonej empirycznej estymacji bayesowskiej (*naïve EB*).

Obserwowane dla innych województw różnice (Kubacki, 2012<sup>20</sup>) można też objaśnić słabszym dopasowaniem modelu do danych dla większej liczby małych obszarów (powiatów). Jest to widoczne nawet w zakresie zwykłych modeli regresji i dlatego może stanowić ograniczenie w stosowaniu metod takich, jak HB. Należy jednak dodać, że dla bardziej specyficznych zmiennych (np. dla modelu dla rent rodzinnych lub zasiłków dla bezrobotnych) modele hierarchiczne przedstawiane tutaj mają tę przewagę, że nie obserwuje się dla nich braku zbieżności, tak jak niekiedy widoczne jest to dla obliczeń z użyciem techniki EBLUP. Jest to jednak nie tyle cecha modelu hierarchicznego, co doboru parametrów, gdyż — jak sprawdzono empirycznie — inny, arbitralny zestaw parametrów rozkładu Gamma (np. taki jak zaproponowany w pracy M. Vogta (2010)<sup>21</sup>,  $a=0,5$ ,  $b=0,0005$ ) nie sprawdza się w praktyce dla bardziej specyficznych zmiennych. W takim bowiem przypadku obserwowano częściej autokorelację oraz niekiedy brak stabilności przebiegu symulacji (np. oscylacje dla dłuższych przebiegów). Zastosowanie zatem takiego bardziej ogólnego podejścia nie zawsze jest skuteczne.

Należy dodać, że tak przedstawiony dobór parametrów modelu jest możliwy tylko wtedy, gdy dysponuje się większą liczbą modeli o podobnych własnościach, jak w przypadku modeli dla powiatów w latach 2003 i 2004. W bardziej specyficznych przypadkach (np. gdy rozważany jest model dochodu rozporządzalnego dla województw) dostępność dostatecznie dużej liczby przypadków może być ograniczona. W takiej sytuacji przyjęcie innej strategii niż opisana może być uzasadnione. Jedno z takich podejść (kiedy nie jest znane  $\sigma_v^2$ ) pokazano w części 10.3.3 podręcznika Rao<sup>22</sup>. Być może porównanie obu tych metod pozwoliłoby na pełniejszą ocenę podejścia zaproponowanego w opracowaniu oraz metody przyjętej u Rao i ewentualne rozstrzygnięcie, który z rozważanych wariantów jest właściwszy.

---

<sup>19</sup> Salvati N., Gómez-Rubio V. (2006).

<sup>20</sup> Strona 269—271.

<sup>21</sup> Strona 13.

<sup>22</sup> Strona 240—243.

## Podsumowanie

W artykule wykazano przydatność szacunków wykonanych z użyciem hierarchicznej estymacji bayesowskiej w przypadku znanych wartości hiperparametrów modelu. Pokazano istnienie zgodności między szacunkami z użyciem takiej metody oraz szacunkami z użyciem innej techniki dla małych obszarów, w tym metody EBLUP. Z uwagi na dobre własności przedstawionych obliczeń symulacyjnych (na ogół brak autokorelacji i stabilność symulacji) można sądzić, że podejście takie może znaleźć zastosowanie praktyczne. Charakterystyczna jest też tutaj nieco większa efektywność obliczeń dla techniki HB, choć dla słabiej dopasowanych modeli nie musi to być regułą. Mankamentem jest jednak konieczność posiadania wstępnego materiału empirycznego, dla którego wyznaczany jest rozkład parametru  $\sigma_v^2$ . W przypadku modeli dla powiatów jest to jednak możliwe i może być korzystne ze względów praktycznych.

---

dr Jan Kubacki — *Urząd Statystyczny w Łodzi*

## LITERATURA

- Bracha Cz., Lednicki B., Wieczorkowski R. (2004), *Wykorzystanie złożonych metod estymacji do dezagregacji danych z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności w roku 2003*, GUS, „Z prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN”, z. 299
- Domański Cz., Pruska K. (2001), *Metody statystyki małych obszarów*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
- Gelman A., Rubin D. B. (1992), *Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences*, „Statistical Science”, No. 7
- Gołata E. (2004), *Estymacja pośrednia bezrobocia na lokalnym rynku pracy*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu
- Gomez-Rubio V. (2008), *Small Area Estimation with R Unit 5: Bayesian Small Area Estimation*, useR! 2008, 11 August 2008, Dortmund, [http://www.bias-project.org.uk/SAE\\_tutorial/useR08-tutorial.tgz](http://www.bias-project.org.uk/SAE_tutorial/useR08-tutorial.tgz)
- Kalton G., Kordos J., Platek R. (1993), *Small Area Statistics and Survey Designs*, Vol. I: Invited Papers; Vol. II: Contributed Papers and Panel Discussion, Central Statistical Office, Warsaw
- Karaganis M. (2009), *Small Area Estimation for Survey Data: A Hierarchical Bayes Approach*, A Thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies of The University of Manitoba, Winnipeg, <http://mspace.lib.umanitoba.ca/bitstream/1993/3207/1/Final%20thesis%20-%20Aug%2020%202009.pdf>
- Kubacki J. (2004), *Application of the Hierarchical Bayes Estimation to the Polish Labour Force Survey*, „Statistics in Transition”, Vol. 6, No. 5
- Kubacki J. (2012), *Estimation of parameters for small areas using hierarchical Bayes method in the case of known model hyperparameters*, „Statistics in Transition-new series”, Summer 2012, Vol. 13, No. 2

- Kubacki J., Jędrzejczak A., Piasecki T. (2011), *Wykorzystanie metod statystyki małych obszarów do opracowania wyników badań statystycznych*, Raport z pracy metodologicznej 3.065, Ośrodek Statystyki Matematycznej, Urząd Statystyczny w Łodzi
- Kubacki J., Jędrzejczak A. (2012), *The Comparison of Generalized Variance Function with Other Methods of Precision Estimation for Polish Household Budget Survey*, „Studia Ekonomiczne”, nr 120, [http://wydawnictwo.ue.katowice.pl/uploads/media/SE\\_120.pdf](http://wydawnictwo.ue.katowice.pl/uploads/media/SE_120.pdf)
- Liu B. (2009), *Hierarchical Bayes Estimation and Empirical Best Prediction of Small Area Proportions*, Dissertation submitted to the Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park, [http://drum.lib.umd.edu/bitstream/1903/9149/1/Liu\\_umd\\_0117E\\_10245.pdf](http://drum.lib.umd.edu/bitstream/1903/9149/1/Liu_umd_0117E_10245.pdf)
- Longford N. T. (2005), *Missing Data and Small-Area Estimation. Modern Analytical Equipment for the Survey Statistician*, Springer-Verlag, New York
- Metodologia Badania Budżetów Gospodarstw Domowych* (2011), GUS, <http://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/warunki-zycia/dochody-wydatki-i-warunki-zycia-ludnosci/metodologia-badania-budzetow-gospodarstw-domowych,10,1.html>
- Niemiro W., Wesołowski J. (2010), *Statystyka małych obszarów — symulacyjne badanie próbnika Gibbisa w hierarchicznym modelu bayesowskim*, „Biblioteka Wiadomości Statystycznych”, tom 62, GUS
- Plummer M., Best N., Cowles K., Vines K. (2006), *CODA: Convergence Diagnosis and Output Analysis for MCMC*, R News, Vol. 6
- Rao J. N. K. (2003), *Small Area Estimation*, Wiley Interscience, Hoboken, New Jersey
- Salvati N., Gomez-Rubio V. (2006), *SAE: Small Area Estimation with R*, R package version 0.07, [http://www.bias-project.org.uk/software/SAE\\_0.07.zip](http://www.bias-project.org.uk/software/SAE_0.07.zip)
- Spiegelhalter D. J., Thomas A., Best N., Lunn D. (2003), *WinBUGS User Manual*, Version 1.4
- Sturtz S., Ligges U., Gelman A. (2005), *R2WinBUGS: A Package for Running WinBUGS from R*, „Journal of Statistical Software”, No. 12(3)
- Venables W. N., Ripley B. D. (2002), *Modern Applied Statistics with S*, Fourth Edition, Springer Verlag, New York
- Vogt M. (2010), *Bayesian Spatial Modeling: Propriety and Applications to Small Area Estimation with Focus on the German Census 2011*, PhD Thesis, University of Trier, [http://ubt.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2010/578/pdf/Dissertation\\_Martin\\_Vogt.pdf](http://ubt.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2010/578/pdf/Dissertation_Martin_Vogt.pdf)
- Wolter K. M. (2007), *Introduction to Variance Estimation*, Second Edition, Springer Verlag, New York
- Żądło T. (2008), *Elementy statystyki małych obszarów z programem R*, Akademia Ekonomiczna Katowice

## SUMMARY

*The author presents a method of hierarchical bayesian estimation to estimate the value of the different income variables on the basis of studies of household budgets and POLTAX tax register. Calculations have been made for the case where approximately known a priori evaluation of hyperparameters used to construct a conditional probability, which is used in the model. The author compares the efficiency of the estimates obtained by using other hierarchical methods of estimation for small areas, including the EBLUP estimators type. This gave congruity in precision of the estimated parameters using both techniques.*

## РЕЗЮМЕ

*Статья представляет метод байесовской иерархической эстимации для оценки значения разных статей дохода на основе Обследования бюджетов домашних хозяйств и регистра налогов POLTAX. Исчисления были проведены для случая, когда являются приблизительно известными оценки гиперпараметров  $\alpha$  priori, использованные для образования условной вероятности использованной в модели.*

*В статье были также сопоставлены эффективность оценок полученных в результате использования иерархических методов с другими методами оценивания для малых дозн, в том числе оценок типа EBLUP получая соответствие оценок точности параметров оцениваемых с использованием обеих техник.*

## **Wykorzystanie metod statystyki małych obszarów do tworzenia map ubóstwa w Polsce**

---

W ostatnich latach obserwuje się w Polsce zwiększony popyt na szczegółowe informacje o zjawiskach lokalnych. Niestety, badania statystyki publicznej są najczęściej reprezentatywne dla kraju lub województw. Na niższych poziomach agregacji przestrzennej (podregionów czy powiatów) mała liczebność próby powoduje, że takie szacunki cechują się nieakceptowaną precyzją. W takich przypadkach stosuje się metody statystyki małych obszarów, które wykorzystują wszystkie dostępne informacje (Dehnel, 2010; Gołata, 2004). Uzyskane rezultaty charakteryzują się wówczas akceptowalną precyzją bez konieczności zwiększania liczebności próby, a co za tym idzie kosztów badania.

Jednym z głównych celów Banku Światowego — zgodnie z milenijnymi celami rozwoju — jest eliminacja ubóstwa i głodu na świecie. Mapy ubóstwa są tu bardzo pomocne. Dostarczają one szczegółowych informacji o terytorialnym zróżnicowaniu ubóstwa i wspierają procesy decyzyjne przy rozdzielaniu funduszy w programach polityki spójności (Bedi i in., 2007).

Projekt *Poverty Mapping in the new EU Member States (Mapy ubóstwa w nowych krajach członkowskich Unii Europejskiej)* ma na celu opracowanie map ubóstwa w 11 krajach, które weszły do Unii Europejskiej w 2004 r. i później. Jego głównym założeniem jest wykorzystanie Europejskiego Badania Dochodów i Warunków Życia (EU-SILC) oraz danych ze spisu powszechnego w celu uzyskania szacunków wskaźnika zagrożenia ubóstwem na poziomie NUTS 3 lub niższym. Na mocy podpisanego listu intencyjnego, celem współpracy Departamentu Badań Społecznych Warunków Życia w GUS i Ośrodka Statystyki Małych Obszarów Urzędu Statystycznego w Poznaniu z Bankiem Światowym było wykorzystanie techniki stosowanej w statystyce małych obszarów do stworzenia map ubóstwa na poziomie podregionów (NUTS 3).

W artykule opisano model wynikowy powstały w czasie pracy nad mapami ubóstwa w ramach wspomnianego projektu (*Mapy ubóstwa...*, 2014). Przedstawione wyniki mają charakter eksperymentalny i nie są oficjalnymi danymi GUS.

### *OBECNY STAN BADAŃ*

W badaniu EU-SILC przyjęto ekonomiczną definicję ubóstwa rozpatrywaną w kategorii dochodów. Osoby w gospodarstwie domowym uznawane są za ubogie, gdy ich dochód do dyspozycji (po uwzględnieniu transferów społecznych) jest niższy od granicy ubóstwa ustalonej jako 60% krajowej mediany dochodów ekwiwalentnych do dyspozycji (*Dochody...*, 2012). Odsetek osób w ubogich



gospodarstwach domowych w relacji do wszystkich osób nazywany jest wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem. W 2011 r. poniżej tej granicy znajdowało się w Polsce 17,7% osób w gospodarstwach domowych.

Na podstawie EU-SILC szacowany jest także wskaźnik zagrożenia ubóstwem w przekroju regionów i województw. Na wykry. 1 przedstawiono oszacowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem na poziomie województw.

Według badania EU-SILC w roku 2011 w Polsce wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem wyższym od wartości dla całego kraju cechowało się 8 województw. Najgorszą sytuację odnotowano w województwach położonych na południowym wschodzie kraju. Wartość wskaźnika przekracza tam 20%, co oznacza, że w co piątym gospodarstwie żyją osoby zagrożone niedostatkiem. Woj. lubelskie osiągnęło najwyższą wartość ze wszystkich obszarów Polski — 31,3%. Duże zagrożenie niedostatkiem wystąpiło w województwach świętokrzyskim (25,5%) i lubuskim (25,1%). Z kolei najniższe wartości stopy ubóstwa odnotowano w województwach dolnośląskim (12,8%), śląskim (13%) oraz opolskim (13,4%).

Należy pamiętać, że przedstawione wyniki oszacowano na podstawie badania reprezentacyjnego, zatem charakteryzują się one występowaniem błędów losowych. Rozmiar takiego błędu rośnie wraz ze spadkiem wielkości próby dla danego obszaru. W 2011 r. w badaniu EU-SILC zbadano 28305 osób mieszkających w 12871 gospodarstwach domowych. W ujęciu wojewódzkim liczebność ta wahała się w przedziale 808—3934 osób. Konsekwencją mniejszej próby jest

wzrost wariancji otrzymanych oszacowań. Oceniając jakość estymacji można posłużyć się wartością wskaźnika precyzji wyrażonego współczynnikiem zmienności (*coefficient of variation*):

$$CV = \frac{\sqrt{\text{Var}(\widehat{Y})}}{\widehat{Y}} \cdot 100 \quad (1)$$

gdzie:

$\widehat{Y}$  — estymator wartości globalnej,  
 $\text{Var}(\widehat{Y})$  — oszacowanie wariancji estymatora.

Przyjmuje się, że oszacowanie, dla którego  $CV$  przekracza 10% należy interpretować z ostrożnością, natomiast w przypadkach, gdy jest większe niż 20%, to wyniki estymacji nie powinny być publikowane (*Ludność...*, 2013).

W przedstawionej estymacji wskaźnika zagrożenia ubóstwem dla województw poszczególne jednostki charakteryzowały się współczynnikiem zmienności z przedziału 7,0—19,6%. W przypadku województw podlaskiego, opolskiego i zachodniopomorskiego do otrzymanych szacunków należy odnosić się z dystansem, ponieważ cechują się dość szerokim przedziałem ufności. Przykładowo, dla woj. podlaskiego można stwierdzić, że z przyjętym poziomem ufności równym 0,95, przedział wartości od 10,0% do 22,4% pokrywa rzeczywistą wartość wskaźnika zagrożenia ubóstwem.

Mając na uwadze wymienione kwestie podjęto próbę estymacji wskaźnika zagrożenia ubóstwem w podregionach. W tym celu wykorzystano metodę statystyki małych obszarów, a konkretnie model Faya-Herriota oraz zbudowany na jego podstawie estymator *EBLUP*.

#### MODEL FAYA-HERRIOTA W STATYSTYCE MAŁYCH OBSZARÓW

Model Faya-Herriota jest najczęściej wykorzystywanym modelem w przypadku, kiedy dostępne są jedynie dane dla danego obszaru (Pfeffermann, 2013). Jest to model z klasy liniowych modeli mieszanych i został zaproponowany w 1979 r. (Fay, Herriot, 1979). Może on być zapisany następująco:

$$\widehat{\theta}_{y,d} = \theta_{x,d}^T \beta + v_d + \varepsilon_d \quad (2)$$

gdzie:

$\widehat{\theta}_{y,d}$  — estymator bezpośredni wartości globalnej dla cechy  $y$  w obszarze  $d$ ,  
 $\theta_{x,d}$  — wektor cech objaśniających dla obszaru  $d$ ,

$\beta$  — wektor współczynników,  
 $v_d$  — efekt obszaru  $d$ ,  
 $v_d \sim N(0, \sigma_v^2) \varepsilon_d$  — błąd losowy dla obszaru  $d$ ,  $\varepsilon_d \sim N(0, \sigma_d^2)$ .

### NAJLEPSZY EMPIRYCZNY NIEOBCIĄŻONY ESTYMATOR LINIOWY

Najlepszy empiryczny nieobciążony estymator liniowy (*Empirical Best Linear Unbiased Predictor* — *EBLUP*) modelu Faya-Herriota przyjmuje następującą postać:

$$\widehat{\theta}_{y,d}^{eblup} = \gamma_d \widehat{\theta}_{y,d} + (1 - \gamma_d) \theta_{x,d}^T \widehat{\beta} \quad (3)$$

gdzie:

$\widehat{\theta}_{y,d}^{eblup}$  — estymator *EBLUP* dla cechy  $y$  w obszarze  $d$ ,  
 $\widehat{\theta}_{y,d}$  — estymator bezpośredni wartości globalnej dla cechy  $y$  w obszarze  $d$ ,  
 $\theta_{x,d}^T \widehat{\beta}$  — estymator syntetyczny wyznaczony na podstawie modelu w obszarze  $d$ ,  
 $\gamma_d$  — wagą, która wyrażona jest wzorem:

$$\gamma_d = \frac{\widehat{\sigma}_v^2}{\sigma_d^2 + \widehat{\sigma}_v^2} \quad (4)$$

gdzie:

$\widehat{\sigma}_v^2$  — wariancja wynikająca z modelu estymowana metodą momentów,  
 $\sigma_d^2$  — wariancja estymatora bezpośredniego wynikająca ze schematu losowania próby.

*EBLUP* jest liniową, ważoną kombinacją estymatora bezpośredniego oraz estymatora syntetycznego. Waga  $\gamma_d$  przyjmuje wartości z przedziału 0—1 i jest przypisana do każdego analizowanego obszaru  $d$ . Wielkość ta jest zależna od wartości wariancji dla estymatora bezpośredniego. Większa waga jest przypisywana do estymatora bezpośredniego w przypadku, gdy jego wariancja jest mała. Innymi słowy, estymator *EBLUP* przyjmuje wartość estymatora bezpośredniego, kiedy cechuje się odpowiednią precyzją, natomiast w przeciwnym przypadku — wartość estymatora syntetycznego (Boonstra, Buelens, 2011).

## DANE

W analizie wykorzystano dane pochodzące z EU-SILC 2011, Narodowego Spisu Ludności i Mieszkań 2011 oraz Banku Danych Lokalnych. Na podstawie badania EU-SILC oszacowano wskaźnik zagrożenia ubóstwem w przekroju podregionów, który następnie posłużył jako zmienna objaśniana. Mimo bogactwa badanej charakterystyki wykorzystanie innych zmiennych z tego badania w charakterze cech objaśniających doprowadziłoby do zwiększenia błędu losowego i obciążenia oszacowań parametrów  $\beta$  modelu. Na skutek tego w charakterze zmiennych objaśniających rozważano dane pochodzące z pozostałych dwóch źródeł. Wyróżniono następujące dziedziny, w których definiowano potencjalne determinanty ubóstwa:

- demografia (udział różnych grup wieku, płci, poziomu wykształcenia, statusu cywilnego w populacji);
- status na rynku pracy (udział aktywnych, pracujących i bezrobotnych w odpowiedniej grupie);
- infrastruktura mieszkaniowa (powierzchnia mieszkania na osobę, dostęp do: elektryczności, kanalizacji, centralnego ogrzewania, gazu, prysznica lub wanny);
- charakterystyka gospodarstwa domowego (liczba członków gospodarstwa domowego i pokoi przypadających na osobę, wykształcenie członków gospodarstwa domowego);
- ochrona zdrowia i opieka społeczna;
- podział terytorialny.

Wszystkie analizowane zmienne mierzono na skali ilościowej i tam, gdzie to było uzasadnione nadawano im względny charakter. Łącznie analizowano i brano pod uwagę ponad 200 potencjalnych cech objaśniających.

## MODEL

Wybór zmiennych do modelu był podyktowany przesłankami merytorycznymi. Starano się ustalić zależność przyczynowo-skutkową pomiędzy analizowanymi cechami i wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem. W niektórych przypadkach nie było to oczywiste, ponieważ trudno stwierdzić, czy poziom analizowanej cechy był spowodowany wysokim poziomem ubóstwa w województwie czy też duże ubóstwo przyczyniło się do wystąpienia takiego poziomu danego zjawiska. Przykładem takiej cechy rozpatrywanej w kategorii gospodarstwa jest wykształcenie. Mianowicie, bez szczegółowej analizy jednostki nie można określić, czy ubóstwo zostało spowodowane przez niskie wykształcenie czy też bieda panująca w gospodarstwie domowym nie pozwoliła na zdobycie wyższego wykształcenia (Haughton, Khandker, 2009).

Dopiero po zidentyfikowaniu potencjalnych zmiennych objaśniających sprawdzano spełnienie warunków statystycznych, czyli istotność zmiennej po

dodaniu jej do modelu, znak współczynnika przy parametrze  $\beta$  oraz wpływ cechy na wielkość współczynnika determinacji  $R^2$ .

W rezultacie opracowano model, którego parametry zamieszczono w tabl. 1.

**TABL. 1. WSPÓLCZYNNIKI REGRESJI DOPASOWANEGO MODELU OPISUJĄCEGO WIELKOŚĆ WSKAŹNIKA ZAGROŻENIA UBÓSTWEM W PODREGIONACH**

Zmienne objaśniające	Ocena parametru	Odchylenie standardowe	<i>p</i> -wartość
Udział osób samotnych (powyżej 25 roku życia) w populacji .....	1,3958	0,5209	0,0095
Udział gospodarstw domowych z dwiema osobami z wykształceniem co najwyżej zawodowym .....	0,3031	0,1903	0,1166
Iloraz liczby osób wymeldowanych do zameldowanych na pobyt stały .....	0,0199	0,0327	0,5458
Zmienna zero-jedynkowa <sup>a</sup> .....	0,0187	0,0153	0,2285
Liczba pokoi w przeliczeniu na osobę .....	-0,1465	0,0768	0,0614
Udział gospodarstw domowych z wanną lub prysznicem w ogólnej liczbie gospodarstw domowych .....	-0,7854	0,1606	0,0000
Stała .....	0,7437	0,2239	0,0015

<sup>a</sup> Zmienna przyjmująca wartość równą 1, gdy gęstość zaludnienia w podregionie jest mniejsza od 33 percentyla wartości gęstości zaludnienia we wszystkich podregionach oraz 0 w przeciwnym razie.

Źródło: opracowanie własne na podstawie EU-SILC 2011 i NSP 2011.

Analizowany model w 60% wyjaśniał zmienność wskaźnika zagrożenia ubóstwem w podregionach. Nie wszystkie zmienne objaśniające cechowały się istotnością na akceptowalnym poziomie co najmniej 0,1, jednak ze względów merytorycznych oraz po konsultacji z ekspertami w dziedzinie postanowiono pozostawić je w modelu. Z interpretacji ocen współczynników regresji z tabl. 1 wynika, że wraz ze wzrostem odsetka liczby osób samotnych powyżej 25 roku życia w podregionie rośnie także wartość wskaźnika zagrożenia ubóstwem. Podobną interpretację można także nadać charakterystyce odnoszącej się do udziału gospodarstw domowych z dwiema osobami z wykształceniem co najwyżej zawodowym, jednakże w tym przypadku siła oddziaływania na wartość wskaźnika zagrożenia ubóstwem jest mniejsza. Ocena współczynnika ilorazu liczby osób wymeldowanych do zameldowanych na pobyt stały wskazuje, że w podregionach o wyższej wartości tego wskaźnika obserwuje się także wyższą stopę ubóstwa.

Wymienioną w tabl. 1 zmienną dychotomiczną wprowadzono do modelu w celu wyróżnienia podregionów cechujących się małą gęstością zaludnienia. Jeśli dany podregion znalazł się w grupie podregionów o gęstości zaludnienia mniejszej od 33 percentyla wartości gęstości zaludnienia w podregionach, przyjęto, że wpłynie to negatywnie na wielkość wskaźnika zagrożenia ubóstwem. Kolejne zmienne objaśniające należą do grupy zmiennych opisujących poziom warunków życia gospodarstw domowych. W przypadku obu tych cech — liczby pokoi w przeliczeniu na osobę oraz udziału gospodarstw domowych z wanną lub prysznicem w ogólnej liczbie gospodarstw domowych — przyjmuje się, że wraz ze wzrostem ich wartości poziom ubóstwa w podregionach będzie małał.

## WYNIKI ESTYMACJI

W analizowanym zbiorze danych EU-SILC z 2011 r. w przekroju podregionów liczba zbadanych osób w gospodarstwach domowych była z reguły bardzo mała, zawierała się w przedziale od 174 (podregion łecki) do 912 (podregion kielecki) osób. Z racji tak małej próby wariancja estymatora bezpośredniego była bardzo duża. Na poziomie podregionów wskaźnik precyzji zawierał się w przedziale 11,2—47,9%. Najwyższy współczynnik zmienności zaobserwowano w podregionie starogardzkim. Niepewność pomiaru jest w tym przypadku bardzo duża, ponieważ przedział 1,0—33,6% pokrywa z prawdopodobieństwem 0,95 prawdziwą wartość wskaźnika zagrożenia ubóstwem. W celu ograniczenia dużej zmienności estymatora bezpośredniego wykorzystano metody statystyki małych obszarów, czyli opisany model Faya-Herriota oraz estymator *EBLUP*.

Przedstawiony w tabl. 1 model został użyty w roli estymatora syntetycznego w estymatorze *EBLUP*. Na podstawie wagi opisanej wzorem (4) został określony udział estymatora bezpośredniego w końcowym szacunku. Po uzyskaniu oszacowań estymatorów oraz błędów standardowych obliczono dodatkowy wskaźnik „zysk na precyzji” wyrażony wzorem:

$$\pi_d = \frac{\sigma(\hat{\theta}_{y,d})}{\sigma(\hat{\theta}_{y,d}^{eblup})} \quad (5)$$

gdzie:

$\sigma(\hat{\theta}_{y,d})$  — błąd standardowy oszacowania estymatora bezpośredniego,

$\sigma(\hat{\theta}_{y,d}^{eblup})$  — błąd standardowy oszacowania estymatora *EBLUP*.

W tabl. 2 przedstawiono oceny estymatorów bezpośredniego oraz *EBLUP* wraz z ich błędami standardowymi, a także wskaźnik „zysk na precyzji”.

**TABL. 2. OCENY ESTYMATORA BEZPOŚREDNIEGO ORAZ ESTYMATORA *EBLUP* WSKAŹNIKA ZAGROŻENIA UBÓSTWEM (w %) WRAZ Z BŁĘDAMI STANDARDOWYMI (w p.proc.) ORAZ „ZYSK NA PRECYZJI”**

Podregiony	$\hat{\theta}_{y,d}$	$\hat{\theta}_{y,d}^{eblup}$	$\sigma(\hat{\theta}_{y,d})$	$\sigma(\hat{\theta}_{y,d}^{eblup})$	$\pi_d$
Jeleniogórski .....	15,7	17,1	3,4	1,7	2,0
Legnicko-głogowski .....	14,4	14,5	3,8	1,6	2,3
Wałbrzyski .....	15,3	20,5	2,9	1,9	1,6
Wrocławski .....	11,3	12,6	3,2	1,6	2,0
M. Wrocław .....	6,2	7,5	1,9	1,4	1,3
Bydgosko-toruński .....	11,5	12,1	2,9	1,5	2,0
Grudziądzki .....	26,1	22,9	4,4	1,9	2,3
Włocławski .....	18,3	22,6	3,9	1,9	2,1
Białski .....	35,2	29,4	6,0	2,2	2,8
Chełmsko-zamojski .....	34,7	30,2	3,9	2,1	1,9
Lubelski .....	24,0	18,5	3,9	2,1	1,9
Puławski .....	35,4	29,5	4,9	2,1	2,3
Gorzowski .....	31,0	16,4	6,1	2,2	2,8

**TABL. 2. OCENY ESTYMATORA BEZPOŚREDNIEGO ORAZ ESTYMATORA *EBLUP* WSKAŹNIKA ZAGROŻENIA UBÓSTWEM (w %) WRAZ Z BŁĘDAMI STANDARDOWYMI (w p.proc.) ORAZ „ZYSK NA PRECYZJI” (dok.)**

Podregiony	$\hat{\theta}_{y,d}$	$\hat{\theta}_{y,d}^{EBLUP}$	$\sigma(\hat{\theta}_{y,d})$	$\sigma(\hat{\theta}_{y,d}^{EBLUP})$	$\pi_d$
Zielonogórski .....	21,7	17,7	4,2	1,8	2,3
Łódzki .....	14,1	15,1	3,5	1,8	1,9
M. Łódź .....	13,9	14,2	2,9	1,8	1,6
Piotrkowski .....	23,6	21,6	3,7	1,8	2,0
Sieradzki .....	21,5	24,4	4,3	1,8	2,4
Skieniewicki .....	21,5	23,4	4,5	1,8	2,5
Krakowski .....	17,7	17,4	3,9	2,0	2,0
M. Kraków .....	8,4	8,7	2,4	1,5	1,6
Nowosądecki .....	28,8	23,2	4,7	2,3	2,1
Oświęcimski .....	12,0	14,3	3,2	1,6	2,0
Tarnowski .....	40,9	24,6	5,5	2,6	2,1
Ciechanowsko-płocki .....	18,2	21,3	3,6	1,8	2,1
Ostrołęcko-siedlecki .....	21,1	25,7	3,4	1,8	1,9
Radomski .....	23,5	24,5	3,8	2,0	1,9
M. Warszawa .....	6,2	6,3	1,3	1,1	1,2
Warszawski wschodni .....	12,8	14,4	2,8	1,7	1,7
Warszawski zachodni .....	10,8	10,3	2,1	1,4	1,5
Nyski .....	12,2	16,5	3,4	1,8	1,9
Opolski .....	14,2	11,5	3,7	1,8	2,0
Krośnieński .....	25,9	24,1	5,1	1,9	2,7
Przemyski .....	28,6	26,1	6,1	2,1	3,0
Rzeszowski .....	14,7	18,0	3,2	1,7	1,9
Tarnobrzeski .....	19,7	20,9	4,3	1,8	2,4
Białostocki .....	12,0	13,4	4,2	1,7	2,5
Łomżyński .....	21,4	24,6	5,2	2,1	2,5
Suwalski .....	18,5	22,2	7,5	1,9	3,9
Gdański .....	11,0	11,9	2,9	1,7	1,8
Słupski .....	29,7	20,8	4,8	2,1	2,3
Starogardzki .....	17,3	22,0	4,2	1,8	2,3
Trójmiejski .....	13,3	7,4	3,6	1,9	1,9
Bielski .....	10,5	11,1	2,2	1,5	1,5
Bytomski .....	24,1	13,9	5,3	1,9	2,7
Częstochowski .....	15,2	14,6	3,2	1,6	2,0
Gliwicki .....	13,4	14,1	3,8	1,7	2,2
Katowicki .....	13,6	14,6	2,6	1,6	1,7
Rybnicki .....	10,1	10,4	2,0	1,6	1,3
Sosnowiecki .....	9,5	10,2	2,1	1,5	1,4
Tyski .....	10,3	9,9	2,9	1,6	1,9
Kielecki .....	22,2	21,3	3,5	1,8	2,0
Sandomiersko-jędrzejowski .....	34,0	29,8	5,9	2,0	2,9
Elbląski .....	17,6	20,7	4,0	1,8	2,2
Ełcki .....	17,5	20,8	6,3	1,8	3,4
Olsztyński .....	14,8	17,2	3,4	1,8	1,9
Kaliski .....	17,5	16,7	3,5	1,7	2,1
Koniński .....	21,3	19,4	3,8	1,7	2,2
Leszczyński .....	18,0	17,0	5,1	2,2	2,3
Piłski .....	21,6	19,8	5,7	1,9	3,0
Poznański .....	13,4	11,0	3,8	1,9	2,0
M. Poznań .....	7,7	8,5	3,1	2,0	1,6
Koszaliński .....	21,9	16,6	4,6	2,0	2,3
Stargardzki .....	17,3	18,7	8,3	2,1	4,0
M. Szczecin .....	11,6	9,6	4,1	1,7	2,4
Szczeciński .....	16,5	12,1	6,6	1,8	3,7

Źródło: opracowanie własne na podstawie EU-SILC 2011 i NSP 2011.

Dzięki wykorzystaniu zaproponowanego modelu Faya-Herriota oraz estymatora *EBLUP* udało się ograniczyć zmienność estymatora bezpośredniego poprawiając w ten sposób jego precyzję. Wartości w kolumnie „zysk na precyzji” (5) zawierają się w przedziale 1,2—4,0, co oznacza, że precyzja w najgorszym przypadku wzrosła o 20%, a w najlepszym o 300%. Zaobserwowany trzykrotny wzrost precyzji miał miejsce w przypadku podregionu stargardzkiego, który wcześniej cechował się najszerzym z analizowanych podregionów przedziałem ufności dla wskaźnika zagrożenia ubóstwem. Obecnie przedział ten jest dużo węższy i prawdziwa wartość wskaźnika zagrożenia ubóstwem z prawdopodobieństwem 0,95 znajduje się w przedziale 14,6—22,8%. Średni „zysk na precyzji” dla 66 podregionów wynosi 2,2.

Analizując następnie wskaźniki precyzji obserwuje się także znaczną poprawę. W tabl. 3 przedstawiono liczebność poszczególnych przedziałów dla współczynnika zmienności.

**TABL. 3. WARTOŚCI WSPÓLCZYNNIKA ZMIENNOŚCI DLA OSZACOWANIA WSKAŹNIKA ZAGROŻENIA UBÓSTWEM W PODREGIONACH POLSKI**

Współczynniki zmienności	Oszacowanie estymatora bezpośredniego		Oszacowanie estymatora <i>EBLUP</i>	
	liczebność	w %	liczebność	w %
10% i mniej .....	0	0,0	27	40,9
11—15% .....	3	4,5	29	43,9
16—20% .....	21	31,8	8	12,1
21—25% .....	20	30,3	1	1,5
26% i więcej .....	22	33,3	1	1,5

Źródło: opracowanie własne.

*EBLUP* charakteryzuje się znacznie mniejszą zmiennością w porównaniu do estymatora bezpośredniego. Z sytuacji, w której prawie 64% podregionów charakteryzowało się wskaźnikiem precyzji powyżej 20% zredukowano ten odsetek do zaledwie 3,0%. 56 podregionów, które stanowią 85% wszystkich podregionów, cechowało się współczynnikiem zmienności nieprzekraczającym 15%.

Rezultatem przeprowadzonych prac jest kartogram przedstawiający geograficzne zróżnicowanie ubóstwa w Polsce w podregionach (wykr. 2).

Zobrazowanie otrzymanych wyników na kartogramie pozwala wskazać na silne terytorialne zróżnicowanie wskaźnika zagrożenia ubóstwem. Kształtuje się wyraźny podział na Polskę centralną i wschodnią oraz zachodnią. Najmniejszym wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem charakteryzowały się podregiony będące dużymi miastami (wyjątkiem była Łódź — 14,2%). Stolica kraju cechowała się najniższą stopą ubóstwa (6,3%). Następne w kolejności to: podregion trójmiejski (7,4%), Wrocław (7,5%), Poznań (8,5%), Kraków (8,7%) oraz Szczecin (9,6%). Najbardziej zagrożone ubóstwem (wskaźnik powyżej 29%) były osoby w gospodarstwach domowych znajdujących się w podregionach: bialskim (29,4%),



puławskim (29,5%), sandomiersko-jędrzejowskim (29,8%) oraz chełmsko-zamojskim (30,2%).

## Podsumowanie

Zastosowanie metod statystyki małych obszarów wykorzystujących źródła danych, które nie są obciążone błędem losowym (rejstry administracyjne) lub jest on bardzo mały (Narodowy Spis Powszechny 2011) pozwoliło na estymację wskaźnika zagrożenia ubóstwem na niepublikowanym dotąd poziomie. Dzięki zastosowaniu estymatora *EBLUP* udało się uzyskać szacunki, które charakteryzowały się dostateczną precyzją, w przeciwieństwie do oszacowań estymatora bezpośredniego. Oprócz tych zalet przedstawione podejście charakteryzuje się jednak także wadami. Model stanowi zawsze pewne uproszczenie rzeczywistości i istnieje ryzyko estymacji wartości wskaźnika zagrożenia ubóstwem, który nie będzie odzwierciedlał rzeczywistej sytuacji w danym obszarze. Dlatego otrzymane szacunki należałoby poddać szczegółowej weryfikacji w kontekście sytuacji społeczno-ekonomicznej.

## LITERATURA

- Bedi T., Coudouel A., Simler K. (2007), *More Than a Pretty Picture; Using Poverty Maps to Design Better Policies and Interventions*, World Bank, Washington
- Boonstra H. J., Buelens B. (2011), *Model-based estimation*, „Statistics Netherlands”, Hague
- Dehnel G. (2010), *Statystyka małych obszarów jako narzędzie oceny rozwoju ekonomicznego regionów*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu
- Dochody i warunki życia ludności Polski (raport z badania EU-SILC 2011)* (2012), GUS
- Fay R. E., Herriot R. A. (1979), *Estimates of income for small places: An application of James-Stein procedures to census data*, „Journal of the American Statistical Association”, No. 74
- Gołata E. (2004), *Estymacja pośrednia na lokalnym rynku pracy*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu
- Haughton J., Khandker S. R. (2009), *Handbook on Poverty and Inequality*, World Bank, Washington
- Ludność. Stan i struktura demograficzno-społeczna* (2013), GUS
- Mapy ubóstwa na poziomie podregionów w Polsce z wykorzystaniem estymacji pośredniej. Prace studialne* (2014), GUS
- Pfeffermann D. (2013), *New Important Developments in Small Area Estimation*, Statistical Science, vol. 28, No. 1

## SUMMARY

*The article discusses methods for estimating poverty indicators at lower levels than the voivodship spatial aggregation based on different sources of data on households (censuses and administrative records). The use of small area statistics methods, using these sources unaffected by random error, allowed to get results having a corresponding precision.*

## РЕЗЮМЕ

*В статье были обсуждены методы оценки показателей бедности на более низких чем воеводство уровнях пространственного обобщения на основе разных источников данных по домашним хозяйствам (переписи и административные реестры). Применение методов статистики малых домэн, использующих эти источники лишены случайной ошибки, позволило получить результаты характеризующиеся соответственной точностью.*

## Zastosowanie metod statystycznych i ekonometrycznych do badania koniunktury gospodarczej

---

Badanie cyklu koniunkturalnego budzi zainteresowanie szerokiego grona odbiorców. Widoczne jest ono w badaniach prowadzonych m.in. przez Eurostat, CIRET (*Centre for International Research on Economic Tendency Surveys*), Komisję Europejską oraz urzędy statystyczne w innych krajach, m.in. w Niemczech, Holandii, Estonii, Słowacji (opracowania teoretyczne), jak również w krajach obu Ameryk i Azji.

Celem prezentowanego badania jest identyfikacja zmiennych o charakterze jednoczesnym oraz wyprzedzającym względem zmian koniunktury w Polsce oraz opracowanie propozycji miesięcznego, syntetycznego wskaźnika jednoczesnego i wyprzedzającego koniunktury dla naszej gospodarki, nawiązującego do metodologii NBER (*National Bureau of Economic Research*) i OECD, ale także do aktualnych standardów badań innych urzędów statystycznych (np. w Holandii).

Syntetyczny obraz koniunktury skonstruowany jako zagregowany wskaźnik zmian koniunktury stanowi dobre narzędzie wspomagające prowadzenie polityki gospodarczej (Rua, Nunes, 2005). Szczególnie istotnym jest dla podmiotów potrzebujących szybko dostępnej informacji, jak też decydentów różnych sfer i z różnych dziedzin gospodarki, począwszy od resortów gospodarczych, poprzez większe i małe przedsiębiorstwa do gospodarstw domowych. Miesięczne wskaźniki umożliwiają szybkie analizowanie trendów zmian koniunktury gospodarczej.

Do najbardziej znanych metod badania koniunktury gospodarczej należą:

- modele ekonometryczne,
- badania koniunktury metodą testu (ankietowe),
- badania z zastosowaniem syntetycznych wskaźników wyprzedzających, równoległych i opóźnionych — również w formie barometrów koniunktury.

### *WSKAŹNIKI SYNTETYCZNE OBRAZUJĄCE CYKL KONIUNKTURALNY*

Wskaźnikiem syntetycznym bądź też barometrem koniunktury nazywamy zestaw odpowiednio dobranych wskaźników statystycznych, obrazujących zmiany koniunktury gospodarczej oraz wyprowadzone na ich podstawie wskaźniki zagregowane. Barometry mają za zadanie obrazować i przewidywać zmiany w koniunkturze gospodarczej, jednak należy pamiętać, że stanowią one jedynie

aproxymantę tych zmian i nie należy ich traktować jako wystarczającej podstawy do całościowych analiz stanu koniunktury (Fundowicz, Wyżnikiewicz, 2008).

Idea syntetycznych wskaźników wyprzedzających odnosi się do konstatacji, że zanim nastąpi wzrost (spadek) produkcji (bądź innych zmiennych), muszą zajść w gospodarce procesy je wyprzedzające, jak np. zwiększenie (zmniejszenie) ilości zamówień, zawarcie odpowiednich umów, udzielenie kredytów. Często towarzyszy temu również poprawa (pogorszenie) nastrojów wśród konsumentów i przedsiębiorców (Drozdowicz-Bieć, 2006).

Koncepcję wskaźników wyprzedzających zainicjowały badania W. C. Mitchella i A. F. Burnsa (1946). Dokonali oni podziału informacji statystycznych na te, które opisują aktualny stan gospodarki, takie które informują o przyszłych tendencjach i takie, które pokazują stan gospodarki z opóźnieniem (Drozdowicz-Bieć, 2006).

Wskaźnik może być skonstruowany na podstawie analizy siły korelacji, jak i koherencji pomiędzy wybranymi zmiennymi i zmienną odniesienia (np. zmianami komponentu cyklicznego PKB lub produkcji przemysłowej).

W opracowaniu przedstawiono konstrukcję i własności miesięcznego jednoczesnego (*COINC*) oraz wyprzedzającego (*LEAD*) syntetycznego wskaźnika koniunktury gospodarczej dla Polski.

## PRZEGLĄD AKTUALNYCH BADAŃ I ZASTOSOWAŃ

W Polsce nie są liczne empiryczne badania koniunktury. Jednymi z pierwszych badań cyklu koniunkturalnego w naszym kraju po okresie transformacji były badania prowadzone przez I. Kudrycką<sup>1</sup> oraz przez Z. Matkowskiego<sup>2</sup> z Instytutu Rozwoju Gospodarczego SGH (IRG SGH). Badania koniunktury prowadzone są przez: IRG SGH, Instytut Badań nad Gospodarką Rynkową (IBnGR), GUS, NBP, HSBC<sup>3</sup>, World Economic Forum<sup>4</sup>, Biuro Inwestycji i Cykli Ekonomicznych (BIEC), Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu.

Publikację syntetycznych wskaźników koniunktury dla Polski rozpoczęły międzynarodowe organizacje, tj. Instytut Badań Ekonomicznych w Monachium (IFO) (Bandholtz, 2005) i OECD (*Composite...*, 2006).

Przykładami syntetycznego wskaźnika koniunktury konstruowanego dla Polski są:

- wskaźnik równoległy koniunktury (*WRK*) oraz wskaźnik wyprzedzający koniunktury (*WWK*) szacowane przez BIEC;

<sup>1</sup> Kudrycka I., Nilsson R. (1993a, 1993b).

<sup>2</sup> M.in. publikowane w cyklu opracowań SGH „Prace i Materiały IRG”.

<sup>3</sup> Hongkong and Shanghai Banking Corporation Limited opracowujący PMI (*Purchasing Managers' Index*) — indeks określający koniunkturę w sektorze przemysłowym.

<sup>4</sup> GCI (*Growth Competitiveness Index*) — wskaźnik konkurencyjności gospodarki.

- wskaźniki *CLI* (*Composite Leading Indicator*) publikowane przez OECD dla 29 krajów i 9 stref (Nilsson, Guidetti, 2008). Zgodnie z metodologią OECD dla Polski przyjęto następujące komponenty wskaźnika: realny efektywny kurs walutowy, stopę *WIBOR3M*;
- tygodniowy barometr koniunktury (IBnGR) uwzględniający:
  - a) wskaźnik wyprzedzający koniunktury — obliczany metodą testu koniunktury przeprowadzanego przez IBnGR;
  - b) wskaźnik optymizmu konsumentów (*Ipsos*);
  - c) tygodniowy wskaźnik syntetyczny, składający się z: indeksu *WIG20*, procentowej zmiany wielkości podaży pieniądza *M3*, procentowej zmiany liczby mieszkań oddanych do użytku, ceny benzyny bezołowiowej Eurosuper 95, wskaźnika koniunktury w Niemczech, zmiany średniej stopy procentowej kredytów konsumpcyjnych w rachunkach oszczędnościowo-rozliczeniowych.

Przebieg cyklu koniunkturalnego w Polsce na podstawie analiz spektralnej i korelacyjnej danych przedstawili m.in.: Adamowicz i in. (2009), Fic (2009), Gradzewicz i in. (2010), Kijek (2013), Konopczak (2009), Skrzypczyńska (2011, 2013), Skrzypczyński (2009, 2010).

Syntetyczne wskaźniki koniunktury oraz metodologia pozwalająca na wyodrębnienie składowej cyklicznej danej zmiennej i przedstawienie jej w postaci zegara koniunktury lub w tzw. tablic wskaźnikowych<sup>5</sup> dla zbiorów zmiennych znalazły zastosowanie także w praktyce urzędów statystycznych lub powiązanych z nimi instytucji badawczych. W krajach Unii Europejskiej (UE) metodologia zegarów koniunktury oraz tablic wskaźnikowych jest wykorzystywana jako sposób prezentacji danych z badań koniunktury (Estonia oraz Komisja Europejska dla *ESI*<sup>6</sup>) lub wskaźników statystyki krótkookresowej (Niemcy).

Prekursorem metodologii i opracowywania syntetycznych wskaźników koniunktury był Urząd Statystyczny Holandii. Prace nad konstrukcją syntetycznego wyprzedzającego wskaźnika koniunktury są też prowadzone na Słowacji, np. w Institute of Informatics and Statistics<sup>7</sup>. Sporo przykładów wprowadzenia syntetycznych wskaźników wyprzedzających można znaleźć w praktyce dużych krajów rozwiniętych, jak również rozwijających się. Z zegara, jako formy przedstawienia informacji na temat *CLI*, korzysta przede wszystkim OECD (Business Cycle Clock: <http://stats.oecd.org/mei/bcc/default.html>). Duże jest również grono krajów i instytucji, gdzie wykorzystuje się zegar do prezentacji wskaźników koniunktury (także wyprzedzających) z tym, że nie występują tam wskaźniki złożone.

<sup>5</sup> Ang. *Dashboard*.

<sup>6</sup> *Economic Sentiment Indicator*.

<sup>7</sup> Instytut powołany przy Urzędzie Statystycznym Słowacji. W okresie przygotowywania artykułu nie wprowadzono jeszcze wyników prac do praktyki statystyki publicznej na Słowacji.

Oto lista wybranych przykładów wraz z linkami:

- kraje UE:

Eurostat: [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/BCC2/group1/xdis\\_en.html](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/BCC2/group1/xdis_en.html);

Holandia — Centraal Bureau voor de Statistiek: <http://www.cbs.nl/en-GB/menu/themas/dossiers/conjunctuur/publicaties/conjunctuurbericht/inhoud/conjunctuurklok/conjunctuurklok2.htm>;

Słowacja (*CLI* propozycja — Institute of Informatics and Statistics, opracowanie teoretyczne): <https://www.ciret.org/workshops/budapest/papers//Klucik.pdf>;

Estonia — Eesti Konjunkturiinstituut AS (Estonian Institute of Economic Research), dla wyników badań ankietowych: <http://www.ki.ee/en/>;

- inne kraje:

Chiny (*CLI*, barometr, zegar, tablica wskaźnikowa):

— [http://www.stats.gov.cn/english/statisticaldata/monthlydata/macroeconomic/t20111231\\_402776849.htm](http://www.stats.gov.cn/english/statisticaldata/monthlydata/macroeconomic/t20111231_402776849.htm) (zegar);

— [http://www.stats.gov.cn/english/statisticaldata/monthlydata/macroeconomic/t20111231\\_402776837.htm](http://www.stats.gov.cn/english/statisticaldata/monthlydata/macroeconomic/t20111231_402776837.htm) (dashboard);

Meksyk (*CLI*): [http://www.inegi.org.mx/sistemas/reloj\\_ciclosec/default.aspx](http://www.inegi.org.mx/sistemas/reloj_ciclosec/default.aspx);

Korea Płd. (narzędzie): <http://kosis.kr/bcc/>;

Filipiny (*CLI*): [http://www.nscb.gov.ph/pressreleases/2012/PR-20120118-ES4-01\\_LEI.asp](http://www.nscb.gov.ph/pressreleases/2012/PR-20120118-ES4-01_LEI.asp);

Malezja (*CLI*): [http://www.statistics.gov.my/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=1139&Itemid=149&lang=en](http://www.statistics.gov.my/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=1139&Itemid=149&lang=en);

Singapur (*CLI*): <http://www.singstat.gov.sg/stats/themes/economy/ess/essa141.pdf>.

## *KONSTRUKCJA SYNTETYCZNYCH MIESIĘCZNYCH WSKAŹNIKÓW KONIUNKTURY DLA POLSKI*

Analiza powiązań pomiędzy zmiennymi wymaga wielostronnego podejścia. Do oceny stopnia i rodzaju powiązania wybranych zmiennych ekonomicznych z szeregiem odniesienia można zastosować statystykę opisową, zarówno wyznaczonych w zakresie czasu jak i częstości. Niektóre z nich to standardowe podejścia w analizach synchronizacji cykli koniunkturalnych, szeroko opisane w literaturze. W zaprezentowanym badaniu zastosowano m.in. analizę:

- graficzną — wykresów komponentów cyklicznych badanych zmiennych oraz komponentu cyklicznego szeregu odniesienia;
- korelacji — znalezienie najwyższych wartości współczynnika korelacji ( $r_{max}$ ) wśród wszystkich współczynników wyznaczonych dla różnych opóźnień/przyspieszeń pozwala wyselekcjonować takie przesunięcia czasowe ( $t_{max}$ ) pomiędzy szeregami, dla których można zidentyfikować najsilniejsze związki korelacyjne. Rekurencyjnie wyznaczone współczynniki korelacji pozwalają na ocenę, czy zależność pomiędzy analizowanymi zmiennymi jest stabilna

czy też siła tej zależności ulega zmianom. W tym celu wyznaczono współczynniki korelacji dla rekurencyjnej próby wydłużając okno czasowe;

- punktów zwrotnych — pozwala na dokładne porównanie czasu trwania faz cykli dla każdej zmiennej i momentów zmian faz cyklu. Tak przeprowadzona analiza, szczególnie dla dużych zbiorów danych, rzadko pozwala na wyciągnięcie jednoznacznych wniosków. Dlatego też wyznaczono statystykę opisującą średnie i medianowe wyprzedzenie występowania górnych i dolnych punktów zwrotnych. Do wyznaczenia punktów zwrotnych zastosowano algorytm Bry-Boschan (Bry, Boschan, 1971);
- cross-spektralną — polega na ocenie zależności pomiędzy zmiennymi na podstawie metod z dziedziny częstości. Analiza ta może dać określone wyobrażenie o powiązaniach pomiędzy komponentami cyklicznymi badanych zmiennych i szeregiem odniesienia. Zależność pomiędzy parami składników dwóch procesów może być określona za pomocą funkcji gęstości spektralnej dla każdego z tych procesów oraz funkcji wzajemnej gęstości spektralnej. Miarą liniowego związku pomiędzy ortogonalnymi składnikami częstości  $\omega$  dwóch procesów jest współczynnik koherencji. Obrazuje on liniową korelację pomiędzy składowymi wahań harmonicznymi o określonych częstościach  $\omega$  pomiędzy dwoma procesami (Rua, Nunes, 2005; Talaga, Zieliński, 1986). Współczynnik koherencji wskazuje które składniki częstości dwóch szeregów czasowych są ze sobą skorelowane oraz jaka jest siła tej zależności. Wartości współczynnika koherencji można zestandaryzować przez podniesienie do kwadratu i podzielenie przez iloczyn ocen gęstości widmowej dla obu szeregów. Otrzymujemy tzw. kwadrat koherencji  $R(\omega)$ , który można interpretować podobnie do kwadratu współczynnika korelacji:

$$R(\omega) = \frac{|f_{ij}(\omega)|^2}{f_{ii}(\omega)f_{jj}(\omega)}$$

gdzie  $f_{ij}(\omega)$  — widmo mocy wzajemnej pomiędzy szeregiem odniesienia  $i$  a  $j$ -tą zmienną. Współczynnik ten przyjmuje wartości z przedziału  $[0,1]$  i im jego wartość jest bliższa jedynce, tym silniej świadczy to o powiązaniu analizowanych procesów. Oceny przesunięcia fazowego (Talaga, Zieliński, 1986) są miarami stopnia, w jakim każdy składnik częstotliwości jednego szeregu wyprzedza drugi. Pozwala ono ocenić odpowiednie wyprzedzenia lub opóźnienie analizowanych par zmiennych w danym zakresie wahań.

Analizie empirycznej poddano ok. 200 zmiennych reprezentujących: rynek finansowy, rynek pieniężny, ankietowe badania koniunktury GUS, gospodarkę realną, rynek pracy, handel zagraniczny, finanse publiczne, gospodarkę Niemiec, gospodarkę UE. Próba obejmowała okres od stycznia 1995 r. do czerwca 2013 r.

Jako szereg odniesienia w badaniu przyjęto realną produkcję sprzedaną przemysłu (*SIPR*).

Potencjalne szeregi zostały poddane wielowymiarowej weryfikacji statystycznej, która pozwoliła na identyfikację zmiennych, których zmiany wyprzedzają zmiany szeregu odniesienia (*leading indicators*) oraz zmiennych, które są równoczesne ze zmianami *SIPR* (*coincident indicators*). Identyfikacja tych zmiennych pozwoliła na konstrukcję wskaźników syntetycznych. Agregacji zmiennych, ze względu na stabilności, prostotę oraz odporność dokonano za pomocą średniej arytmetycznej prostej.

Analiza przebiegała wielowymiarowo, gdyż dla części zmiennych otrzymane wyniki nie były jednoznaczne:

**I wymiar** — brano pod uwagę czyste własności statystyczne pojedynczych zmiennych:

- zmienną uznano za skorelowaną z szeregiem odniesienia jeżeli: współczynnik korelacji przekraczał 0,5, współczynnik koherencji przekraczał 0,5,
- odpowiedni poziom jednoczesności lub wyprzedzenia ( $t_{max}$ ): jednoczesna — jeżeli wyprzedzenie (opóźnienie) nie przekraczało 1 miesiąca, wyprzedzająca — wyprzedzenie większe lub równe 4 miesiące;

**II wymiar** — dodatkowe warunki:

- zmienne „na granicy” pierwszego zbioru kryteriów i uwzględnienie całego „zespołu” miar przesunięcia,
- istotność ekonomiczna (jeżeli dana zmienna odpowiadała istotnemu procesowi gospodarczemu, reprezentowała ważny dla procesów cyklicznych mechanizm ekonomiczny, to analizowano bardziej szczegółowo możliwość jej uwzględnienia we wskaźniku syntetycznym, przy czym należy porównać następane kryterium),
- wpływ uwzględnienia lub odrzucenia kandydującej zmiennej na poprawę lub pogorszenie własności statystycznych wskaźnika syntetycznego.

Przeprowadzona analiza pozwoliła na identyfikację zmiennych, których zmiany wyprzedzają zmiany szeregu odniesienia oraz są z nim równoczesne. Analiza wyników pozwoliła kwalifikować zmienne wchodzące w skład wskaźnika jednoczesnego oraz wyprzedzającego.

W skład wskaźnika jednoczesnego (*COINC*) zakwalifikowano<sup>8</sup>:

1. Cena ropy Brent, PLN/baryłka (light blend 38 API, Wielka Brytania), ceny stałe przy odniesieniu do 2010 r., źródło: obliczenia własne na podstawie [www.imf.org](http://www.imf.org), kod: POILBRE\_USD;
2. *DAX*, kurs zamknięcia<sup>9</sup>, źródło: [www.stooq.pl](http://www.stooq.pl);

<sup>8</sup> Jeżeli nie zaznaczono inaczej, dane dotyczą Polski.

<sup>9</sup> Niem: *Deutscher Aktienindex*, tj. najważniejszy niemiecki indeks akcji.



3. Indeks produkcji sprzedanej przemysłu — dobra zaopatrzeniowe (według głównych grupowań przemysłowych), rok 2010 = 100, źródło: Eurostat;
4. Indeks produkcji sprzedanej przemysłu — górnictwo i wydobywanie, przetwórstwo przemysłowe, wytwarzanie i zaopatrywanie w energię elektryczną, gaz, parę wodną i powietrze do układów klimatyzacyjnych, budownictwo, Niemcy, rok 2010 = 100, źródło: Eurostat;
5. Indeks sprzedaży hurtowej i detalicznej (z wyłączeniem pojazdów mechanicznych oraz motocyklowych), rok 2010 = 100, źródło: Eurostat;
6. Koniunktura w budownictwie — diagnoza — portfel zamówień na roboty budowlano-montażowe na rynku krajowym, źródło:  
[http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury\\_PLK\\_HTML.htm](http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury_PLK_HTML.htm);
7. Koniunktura w handlu detalicznym — diagnoza — bieżąca ilość sprzedanych towarów, źródło:  
[http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury\\_PLK\\_HTML.htm](http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury_PLK_HTML.htm);
8. Koniunktura w przemyśle — diagnoza — bieżąca ogólna sytuacja gospodarcza przedsiębiorstwa, źródło:  
[http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury\\_PLK\\_HTML.htm](http://www.stat.gov.pl/gus/koniunktury_PLK_HTML.htm);
9. Produkcja cementu, tys. ton, źródło: „Biuletyn Statystyczny”, GUS;
10. Produkcja stali surowej, tys. ton, źródło: „Biuletyn Statystyczny”, GUS;
11. Wydajność pracy (produkcja sprzedana przemysłu/przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw, tys. PLN/osoba, ceny stałe przy roku odniesienia 2010; źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS.  
Zmiennymi tworzącymi wskaźnik wyprzedzający (*LEAD*) były<sup>10</sup>:
  - 1) wskaźnik ufności w handlu detalicznym (*ESI*)<sup>11</sup> — UE; źródło: Eurostat;
  - 2) indeks produkcji sprzedanej przemysłu — dobra konsumpcyjne (według głównych grupowań przemysłowych), rok 2010 = 100, źródło: Eurostat;
  - 3) kurs zamknięcia *WIG*, źródło: [www.stooq.pl](http://www.stooq.pl);
  - 4) oferty pracy zgłoszone w ciągu miesiąca, tys., źródło: „Biuletyn Statystyczny”, GUS;
  - 5) podaż pieniądza *M1*, mln PLN, ceny stałe przy roku odniesienia 2010, źródło: obliczenia własne na podstawie danych NBP;
  - 6) przewozy ładunków, tys. ton, źródło: „Biuletyn Statystyczny”, GUS;
  - 7) różnica pomiędzy oprocentowaniem 10-letnich obligacji skarbowych i oprocentowaniem kredytów na polskim rynku międzybankowym *WIBOR1M*, źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu oraz [www.stooq.pl](http://www.stooq.pl);
  - 8) średni kurs USD w zł, źródło: NBP.

Szczegółowe wyniki analizy dla wybranych zmiennych przedstawiono w tabl. 1 i 2.

<sup>10</sup> Jeżeli nie zaznaczono inaczej, dane dotyczą Polski.

<sup>11</sup> [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_SDDS/EN/ei\\_bcs\\_esms.htm](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_SDDS/EN/ei_bcs_esms.htm).

TABL. 1. ZMIENNE WCHODZĄCE W SKŁAD WSKAŹNIKA COIN<sup>a</sup>

Zmienne	Kwadrat współczynnika korelacji	Średnie przesunięcie fazy	Korelacja		Średnie opóźnienie punktów zwrotnych			Mediana opóźnienia punktów zwrotnych			Średnia długość trwania faz cyklu				
			$r_0$	$r_{max}$	GPZ	DPZ	łącznie	GPZ	DPZ	łącznie	GPZ	DPZ	do do	GPZ	DPZ
				$t_{max}$											
Cena ropy Brent, PLN/baryłka	0,44	0,02	0,66	0	-1,2	-5	-3,1	-2,5	-5,5	-3	17	35	18,33	31,8	
DAX, kurs zamknięcia	0,56	-0,01	0,74	0	-1,5	2	0,25	0	2	2	19,25	50,33	26,25	44,75	
Indeks produkcji przemysłu — dobra zaopatrzeniowe (według MIG)	0,93	-0,08	0,96	-2	-2,33	-1	-1,67	-3,5	-1,5	-1,5	19	44	23	40,5	
Indeks produkcji sprzedanej przemysłu — górnictwo i wydobywanie, przetwórstwo przemysłowe, wytwarzanie i zaopatrywanie w energię elektryczną, gaz, parę wodną i powietrze do układów klimatyzacyjnych, budownictwo, Niemcy	0,81	0,07	0,90	1	1,5	-0,5	0,5	2	1,5	1,5	26,67	52,33	24	51	
Indeks sprzedaży hurtowej i detalicznej (z wyłączeniem pojazdów mechanicznych oraz motocyklowych)	0,2	0,04	0,46	1	-2	1,67	-0,17	-4,5	1,5	1,5	18,5	38,67	20,67	38	
Koniunktura w budownictwie — diagnoza — portfel zamówień na roboty budowlano-montażowe na rynku krajowym	0,79	-0,1	0,89	-2	-5,5	-3,5	-4,5	-5,5	-3,5	-5	22	44	42	63,5	
Koniunktura w handlu detalicznym — diagnoza — bieżąca ilość sprzedanych towarów	0,82	0,02	0,91	0	-2,5	-1,75	-2,13	-2,5	1	-0,5	23	45,33	28,5	50,75	
Koniunktura w przemyśle — diagnoza — bieżąca ogólna sytuacja gospodarcza przedsiębiorstwa	0,79	-0,05	0,89	-1	-2,33	-0,33	-1,33	-5	-5	-1,5	20	39,5	22,33	43	
Produkcja cementu	0,67	-0,03	0,81	-1	-2,8	-0,8	-1,8	-3,5	-3,5	-2	23,5	42	18,8	41,25	
Produkcja stali surowej	0,55	0,01	0,74	0	-0,2	1,2	0,5	-1	1	1	19,2	37,8	19,4	37,5	
Wydajność pracy (produkcja sprzedana przemysłu/przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw)	0,85	-0,11	0,92	-2	-1,8	-0,2	-1	-2	0	0	19,5	39	19,2	37,5	

$a$ ,  $a^{+}$  — zmiana opóźniona względem szeregu odniesienia,  $a^{-}$  — zmniejsza wyprzedzająca względem szeregu odniesienia. Ponadto przyjęto oznaczenia:  $r_{max}$  — najwyższa wartość współczynnika korelacji,  $t_{max}$  — wyprzedzenie/opóźnienie, dla którego otrzymano najwyższą wartość współczynnika korelacji,  $r_0$  — jednoczesny współczynnik korelacji pomiędzy analizowaną zmienną i szeregiem odniesienia, GPZ — górny punkt zwrotny, DPZ — dolny punkt zwrotny, GPZ — dolny punkt zwrotny, DPZ — górny punkt zwrotny, natomiast dolny punkt zwrotny jego dno.

Źródło: obliczenia własne.

**TABL. 2. ZMIENNE WCHODZĄCE W SKŁAD WSKAŹNIKA LEAD**

Zmienne	Kwadrat współczynnika korelacji	Średnie przesunięcie fazowe	Korelacja			Średnie opóźnienie punktów zwrotnych			Mediana opóźnienia punktów zwrotnych			Średnia długość trwania faz cyklu			
			$r_0$	$r_{max}$	$t_{max}$	GPZ	DPZ	łącznie	GPZ	DPZ	łącznie	GPZ do GPZ	DPZ do DPZ	GPZ do GPZ	DPZ do DPZ
<i>ESI</i> — wskaźnik ufności w handlu detalicznym — UE	0,33	-0,38	0,57	0,77	-6	-2,4	0,25	-1,22	-4	1,5	0	19,4	38	19	38
Indeks produkcji sprzedanej przemysłu — dobra konsumpcyjne (według GMIG)	0,36	-0,39	0,60	0,79	-5	0,67	-3,67	-1,5	-3,5	-5	-3,5	16,33	34	18	35,33
Kurs zamknięcia <i>WIG</i>	0,64	-0,18	0,80	0,88	-3	-3,6	-1	-2,3	-5	-3	-3	21	39,5	18,2	38,4
Oferty pracy zgłoszone w ciągu miesiąca	0,2	-0,35	0,45	0,57	-4	-5,2	-5,4	-5,3	-4	-3,5	-3	16,2	37,75	21	36,4
Podaż pieniądza <i>M1</i>	0,12	-0,25	0,35	0,39	-3	-5,25	-5,5	-5,38	-6,5	-3,5	-6,5	20,5	44,67	22,25	42
Przewozy ładunków	0,12	-0,43	0,34	0,61	-8	-0,6	1,2	0,3	0,5	-1	2	16	32	18,17	33,8
Różnica pomiędzy oprocentowaniem 10-letnich obligacji skarbowych i oprocentowaniem <i>WIBORIM</i>	0,03	-20,96	-0,17	-0,64	12	-9,67	-9	-9,33	-14,5	-15,5	-14	22	37,5	23,67	45
Średni kurs USD w zł, źródło: NBP	0,07	-21,59	-0,26	0,44	-12	-1,8	-6,6	-4,2	-1	-8	-1	16,8	34,4	18,5	35

Źródło: obliczenia własne.

Agregacji szeregów dokonano stosując średnią arytmetyczną prostą. Otrzymano wskaźniki syntetyczne (wykr. 1).

**TABL. 3. PODSUMOWANIE WYNIKÓW DLA WSKAŹNIKÓW ZAGREGOWANYCH. SZEREG ODNIESIENIA *SIPR***

Nazwa zmiennej	Współczynniki korelacji			Współczynniki koherencji	Średnie przesunięcie fazowe	Średnie opóźnienie punktów zwrotnych			Mediana opóźnienia punktów zwrotnych		
	$r_{max}$	$t_{max}$	$r_0$			GPZ	DPZ	łącznie	GPZ	DPZ	łącznie
<i>COINC</i> .....	0,97	0	0,97	0,93	0,00	-2	0,67	-0,67	-3,5	0,5	0,5
<i>LEAD</i> .....	0,93	-6	0,66	0,44	-0,40	-7,33	-5,33	-6,33	-10	-8,5	-7

Źródło: jak przy tabl. 1.

Oszacowane syntetyczne wskaźniki koniunktury cechują się pożądanymi własnościami. Tabl. 3 pokazuje strukturę wyprzedzeń i opóźnień wskaźników *LEAD* oraz *COINC* względem szeregu odniesienia. Wskaźnik jednoczesny jest silnie skorelowany z szeregiem odniesienia. Szereg wyprzedzający jest też skorelowany z szeregiem odniesienia, najsilniejsza korelacja widoczna jest dla wyprzedzenia 6 miesięcy.

Opóźnienia w identyfikacji punktów zwrotnych, zarówno szczytów jak i dolnych punktów zwrotnych, na podstawie wskaźników jednoczesnych nie przekraczają jednego miesiąca. Jedynie mediana wyprzedzenia górnych punktów zwrotnych wynosiła ok. 3 miesiące. Wyprzedzenie identyfikacji punktów zwrotnych na podstawie *LEAD* wynosi średnio ok. 6—7. Większe wyprzedzenia widoczne są dla górnych punktów zwrotnych (średnio 6 miesięcy, dolne punktu

zwrotnego są prognozowane z wyprzedzeniem ok. 5 miesięcy). Średnie długości trwania faz cykli pomiędzy poszczególnymi punktami zwrotnymi dla wygenerowanych wskaźników koniunktury były zbliżone do szeregu odniesienia (tabl. 4).

**TABL. 4. ŚREDNIE DŁUGOŚCI TRWANIA CYKLU  
(w miesiącach, pomiędzy punktami zwrotnymi)**

Zmienne	Faza spadku	GPZ	Faza wzrostu	DPZ
<i>SIPR</i> .....	17,5	45,5	24,33	40,0
<i>COINC</i> .....	19,0	42,5	21,67	40,5
<i>LEAD</i> .....	20,0	40,5	22,33	42,5

Źródło: jak przy tabl. 1.

W tabl. 5 podano najistotniejsze długości cykli dla wskaźników *COINC* i *LEAD* oraz wyprzedzenie czasowe dla tych długości względem szeregu odniesienia *SIPR*. Dla cyklu ok. 3-letniego wyprzedzenie dla wskaźnika *COINC* wynosiło ok 0,8 miesiąca, natomiast dla wskaźnika wyprzedzającego ok. niecałe 6 miesięcy. Dla cyklu 6-letniego wyprzedzenie reprezentowane przez wskaźnik jednoczesny wynosiło ok. 2 miesiące, natomiast dla wskaźnika wyprzedzającego ponad 8 miesięcy. Dla ok. 4-letniego cykl *COINC* charakteryzował się jednoczesnością, a *LEAD* wyprzedzał szereg odniesienia o ok. 6 miesięcy.

**TABL. 5. NAJWAŻNIEJSZE DŁUGOŚCI CYKLI ORAZ PRZESUNIĘCIE CZASOWE  
DLA TYCH CYKLI**

Okres (w miesiącach)	Współczynnik koherencji	Długość cyklu (w latach)	Przesunięcie czasowe (w miesiącach) <sup>a</sup>
<b>Zależna: <i>SIPR</i>, niezależna: <i>COINC</i></b>			
41 .....	0,992	3,4	-0,8
81 .....	0,984	6,8	2,0
54 .....	0,980	4,5	-0,1
<b>Zależna: <i>SIPR</i>, niezależna: <i>LEAD</i></b>			
50 .....	0,941	4,2	-5,2
38 .....	0,925	3,1	-5,8
75 .....	0,871	6,3	-8,2

<sup>a</sup> „+” — zmienna opóźniona względem szeregu odniesienia, „-” — zmienna wyprzedzająca względem szeregu odniesienia.

Źródło: jak przy tabl. 1.

Tak skonstruowane agregatywne wskaźniki koniunktury pozwalają na zobrazowanie zmian koniunkturalnych w Polsce na wykresie fazowym cyklu koniunkturalnego. Kolejne wykresy ukazują wskaźniki *COINC* i *LEAD* przedstawione na zegarach koniunktury. Zegary te przedstawiają zmiany wahań koniunkturalnych w Polsce w okresie styczeń 2008 r. — czerwiec 2013 r.

Analiza zegara koniunktury dla wskaźnika reprezentującego bieżące zmiany koniunkturalne w Polsce pozwala ocenić, że w 2008 r. rozpoczęła się faza spowolnienia gospodarczego, która trwała aż do sierpnia 2009 r. We wrześniu 2009 r. gospodarka wkroczyła w fazę ożywienia, a w III kwartale 2010 r. rozpoczęła się faza ekspansji gospodarczej. Od połowy 2011 r. widoczne było ponowne spowolnienie gospodarcze, a od początku II kwartału 2013 r. obserwowano ożywienie.

Wskaźnik *LEAD*, którego wyprzedzenie względem bieżących zmian koniunktury wynosiło ok. 6 miesięcy, od początku II kwartału 2013 r. znajdował się w fazie ożywienia, chociaż należy zwrócić uwagę, że jego wartości oscylują blisko początku układu współrzędnych.

Zidentyfikowano następujące punkty zwrotne dla wskaźnika *COINC*:

GPZ	DPZ	GPZ	DPZ
czerwiec 2000	październik 2002	marzec 2004	czerwiec 2005

**dok.**

GPZ	DPZ	GPZ	DPZ
wrzesień 2007	sierpień 2009	maj 2011	marzec 2013

Długości trwania cykli — wyrażonych w miesiącach — dla wskaźnika *COINC* kształtowały się następująco według kolejnych faz:

spadku	wzrostu	spadku	wzrostu	spadku	wzrostu	spadku	wzrostu
28	17	15	27	23	21	22	trwa

Jak zaobserwowano od roku 2002 trwało ożywienie gospodarcze w Polsce. W analizowanych latach silny wpływ na przyspieszenie rozwoju gospodarczego miało również wstąpienie Polski do UE (2004 r.), którego efekty były antycypowane już od 2003 r. Pozytywny szok wynikający z tej akcesji wygasł po wstąpieniu Polski do UE, jednak uruchomił potencjał do rozwoju gospodarczego.

Początkowe objawy spowolnienia gospodarczego w Polsce widoczne były już w 2006 r. Po okresie silnego wzrostu inwestycji w Polsce początkowo wyhamowanie popytu zagranicznego nie spowodowało silnych skutków, jednak ze względu na światowy kryzys finansowy w latach 2007—2009 osłabienie koniunktury w Polsce zaczęło być widoczne. Po szczycie aktywności polskiej gospodarki, przełom lat 2007/2008 zapoczątkował fazę osłabienia gospodarczego.

Pierwsze symptomy ożywienia gospodarczego pojawiły się w połowie 2009 r., które trwało do ok. połowy 2011 r. Od maja 2013 r. gospodarka ponownie znalazła się w fazie wzrostu gospodarczego.

### *STABILNOŚĆ WSKAŹNIKÓW KONIUNKTURY GOSPODARCZEJ*

Z punktu widzenia podejmowania decyzji gospodarczych niezmiernie istotna jest stabilność wskaźników, na podstawie których te decyzje są podejmowane. Ważne jest zatem, aby wskaźniki koniunktury w wyniku napływu nowych informacji nie zmieniały dotychczasowych wniosków dotyczących przebiegu cyklu koniunkturalnego oraz aby szoki nie powodowały zbyt dużych fluktuacji ich zachowania. Ocenę stabilności tych wskaźników przeprowadzono dwuetapowo — w pierwszym kroku dokonano rekurencyjnej estymacji wskaźników, w drugim przeprowadzono eksperyment symulacyjny Monte Carlo.

Ocenę odporności zastosowanej metody na dodanie nowych informacji w przypadku zmiennych uwzględnionych w badaniu przeprowadzono dokonując rekurencyjnego oszacowania komponentów cyklicznych, uzupełniając dane o kolejne dostępne informacje. Założono, że próba kończyła się w grudniu 2009 r. i następnie została rozszerzana o kolejne obserwacje aż do danych dostępnych w momencie wykonywania badania, czyli do kwietnia 2013 r. (otrzymano zatem 42 rekurencyjne oszacowanie dla wszystkich zmiennych). Za każdym razem przeprowadzono ponownie procedurę estymacji wskaźników syntetycznych. Na wyk. 4 i 5 przedstawiono rekurencyjne oszacowania tak otrzymanych wartości dla wskaźników *COINC* i *LEAD*.

Wyniki są wysoce porównywalne. Wyprzedzenie dla wskaźnika wyprzedzającego było stałe, punkty zwrotne wystąpiły w tym samych okresach, długości trwania cykli były również podobne.

W drugim kroku przeprowadzono eksperymenty symulacyjne (Monte Carlo) mające na celu ocenę odporności wskaźników na błąd szacunku wynikający z różnic pomiędzy oszacowaniem komponentu cyklicznego i badaną zmienną losową (po wyeliminowaniu trendu).

Eksperyment symulacyjny polegał na wygenerowaniu szoków zgodnie z rozkładem komponentu nieregularnego każdej zmiennej losowej. Każdą zmienną zaburzono addytywnie o tak wygenerowane szoki, a następnie ponownie oszacowano komponent cykliczny oraz oszacowano wskaźniki syntetyczne. Przeprowadzono 1000 replikacji. Otrzymano następujące oszacowania wskaźników *COINC* oraz *LEAD* (na wykresach zaznaczono średnią arytmetyczną oraz pasmo  $\pm 1$  odchylenie standardowe (wykr. 6 i 7)).

Wyniki podane na tych wykresach świadczą o odporności oszacowanych wskaźników syntetycznych na zaburzenia. Średnia arytmetyczna wyznaczona na podstawie przeprowadzonych 1000 replikacji była zbieżna z oszacowaniami wskaźników *COINC* oraz *LEAD*, a odchylenie standardowe było nieznaczące.







## Podsumowanie

W artykule przedstawiono zastosowanie analizy statystyczno-ekonometrycznej na przykładzie badania koniunktury gospodarczej oraz sformułowane wnioski. Przeprowadzona analiza pozwoliła na skonstruowanie zagregowanych wskaźników opisujących koniunkturę gospodarczą, a także analiza pozwoliła na wskazanie zestawu zmiennych ekonomicznych reprezentujących miesięczne wahania koniunkturalne w Polsce. Udało się oszacować bieżący i wyprzedzający wskaźnik koniunktury. Wyprzedzający wskaźnik koniunktury charakteryzował się 6-miesięcznym wyprzedzeniem szeregu odniesienia. Stabilność otrzymanych wskaźników syntetycznych potwierdzono za pomocą estymacji rekurencyjnej oraz eksperymentów Monte Carlo.

---

dr Magdalena Ulrichs — Uniwersytet Łódzki, GUS, mgr Mirosław Błażej — GUS

## LITERATURA

- Adamowicz E., Dudek S., Pachucki D., Walczyk K. (2009), *Synchronizacja cyklu koniunkturalnego polskiej gospodarki z krajami strefy euro w kontekście struktury tych gospodarek*, [w:] *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze, część I*, NBP
- Bandholtz H. (2005), *New Composite Leading Indicators for Hungary and Poland*, „IFO Working Paper”, No. 3
- Bry G., Boschan C. (1971), *Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs*, NBER
- Burns A. F., Mitchell W. C. (1946), *Measuring Business Cycles*, NBER
- Composite Leading Indicators for Major Non-Member Economies and Recently New OECD Member Countries* (2006), OECD, „OECD Working Paper”, No. 36414874
- Drozdowicz-Bieć M. (2006), *Wskaźniki wyprzedzające*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego SGH”, SGH
- Fic T. (2009), *Cykl koniunkturalny w Polsce. Wnioski z modeli Markowa*, „Ekonomista”, nr 1
- Fundowicz J., Wyżnikiewicz B. (2008), *Badania koniunktury metodą tygodniowego barometru — metodologia i wyniki analiz*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego SGH”, nr 80, Warszawa
- Gradzewicz M., Growiec J., Hegemejer J., Popowski P. (2010), *Cykl koniunkturalny w Polsce — wnioski z analizy spektralnej*, „Bank i Kredyt”, nr 41 (5)
- Kijek A. (2013), *Analiza cykliczności zamian sytuacji społeczno-finansowej w polskim przemyśle przetwórczym*, „Bank i Kredyt”, nr 44 (3)
- Konopczak K. (2009), *Analiza zbieżności cyklu koniunkturalnego gospodarki polskiej ze strefą euro na tle krajów Europy Środkowo-Wschodniej oraz państw członkowskich strefy*, [w:] *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze część III*, NBP
- Kudrycka I., Nilsson R. (1993a), *Cykle koniunkturalne w Polsce (Analiza wstępna)*, Zakład Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN
- Kudrycka I., Nilsson R. (1993b), *Business Cycles in the Period of Transition*, „Z Prac Zakładu Badań Statystycznych GUS i PAN”, nr 216

- Nilsson R., Guidetti E. (2008), *Predicting the Business Cycles. How good are early estimates of OECD Composite Leading Indicators*, Statistics Brief, No. 14, s. 1—12
- Rua A., Nunes L. C. (2005), *Coincident and leading indicators for the euro area: A frequency band approach*, „International Journal of Forecasting”, No. 21
- Skrzypczyńska M. (2011), *Pomiar cyklu koniunkturalnego w Polsce — analiza porównawcza*, „Bank i Kredyt”, nr 42 (4)
- Skrzypczyński P. (2010), *Metody spektralne w analizie cyklu koniunkturalnego gospodarki polskiej*, „Materiały i Studia NBP”, nr 252, NBP
- Skrzypczyńska M. (2013), *Cykl koniunkturalny w Polsce — analiza sektorowa*, „Bank i Kredyt”, nr 44 (2)
- Skrzypczyński P. (2009), *Wahania aktywności gospodarczej w Polsce i strefie Euro*, [w:] *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze, część V*, NBP
- Talaga L., Zieliński Z. (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznych*, PWN, Warszawa

## SUMMARY

*The article describes the statistical and econometric analysis tools which made possible to construct aggregate indicators characterizing economic situation. The analysis of these indicators is particularly important in the case of economic research — simultaneous observation of many economic information enables a deeper assessment of economic fluctuations and to reduce the number of false signals. The authors isolated variables having the character of simultaneous and leading for changes in economic conditions. They also present results of resistance testing for new information. Also confidence intervals for the aggregated business cycle indicators were estimated using Monte Carlo simulation.*

## РЕЗЮМЕ

*В статье представляются инструменты статистико-эконометрического анализа, которые позволили разработать обобщенные показатели характеризующие экономическую конъюнктуру. Анализ этих показателей является особенно важным в области обследований экономической конъюнктуры — одновременное наблюдение за многими экономическими явлениями позволяет более точно оценить экономические колебания и уменьшить число неправильных (ложных) сигналов. В статье были выделены переменные имеющие одновременный и опережающий характер по отношению к изменениям экономической конъюнктуры. В статье были также представлены обследования устойчивости полученных результатов к новым информациям. Используя симуляцию Монте Карло были оценены также доверительные интервалы для обобщенных показателей конъюнктуры.*

**Piotr KOŚCIELNIAK, Marek W. SZEWCZYK, Tomasz TOKARSKI**

### Taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego województw i powiatów

---

Celem artykułu jest analiza przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw i powiatów w latach 2002—2011, z wykorzystaniem taksonomicznych wskaźników rozwoju oraz z uwzględnieniem zależności historyczno-politycznych, terytorialnych (odległość od centrów zarządzania) i gospodarczych, co pozwoliło na poszerzenie oceny i wnioskowania.

Podstawą przeprowadzonej analizy był zestaw jednorodnych i statystycznie stabilnych cech opisujących stan rozwoju ekonomicznego wybranych jednostek samorządu terytorialnego, obejmujący: średnią płacę, liczbę podmiotów w rejestrze REGON (na 1000 mieszkańców), stopę bezrobocia oraz liczone *per capita* produkcję sprzedaną, wartość brutto środków trwałych i inwestycje. Na podstawie zmiennych diagnostycznych, stosując różne warianty konstrukcji mierników taksonomicznych, ustalono wskaźniki opisujące stan rozwoju ekonomicznego każdej jednostki. Efektem analizy było taksonomiczne porządkowanie województw i powiatów ze względu na poziom ekonomicznego rozwoju, z uwzględnieniem uwarunkowań długookresowych. Ponadto za pomocą specjalnych modeli ekonometrycznych zbadano oddziaływanie czynników instytucjonalnych, aglomeracyjnych, historycznych i geograficznych na przestrzenne zróżnicowanie taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego.

#### TAKSONOMICZNE WSKAŹNIKI ROZWOJU EKONOMICZNEGO

W analizie przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw wykorzystano trzy wskaźniki taksonomiczne: oparty na odległości euclidesej (*OE*); oparty na odległości miejskiej (*OM*); wskaźnik maksymalizujący sumę współczynników korelacji pomiędzy zmiennymi diagnostycznymi służącymi do jego wyznaczenia i wskaźnikiem (*SK*)<sup>1</sup>. W prowadzonych prostych analizach taksonomicznych zastosowano następującą procedurę:

---

<sup>1</sup> Tego typu wskaźniki były wykorzystane w pracach Edigariana i in. (2011) oraz Dykasa i in. (2013). Alternatywne metody analiz taksonomicznych przedstawione są m.in. w pracach: Berbeki J. (1999); Majewskiego S. (1999); Tokarskiego i in. (1999); Gajewskiego P. (2002, 2003).

- I. Określono zbiór stymulant i destymulant. Stymulantami rozwoju ekonomicznego były: produkcja sprzedana na mieszkańca, wartość brutto środków trwałych *per capita*, wydatki inwestycyjne na mieszkańca, płace oraz liczba podmiotów w rejestrze REGON na 1000 mieszkańców, natomiast destymulantą była stopa bezrobocia;
- II. Destymulantę zamieniono na stymulantę, licząc jej odwrotność;
- III. Uzyskane w ten sposób stymulanty (produkcja sprzedana na mieszkańca, wartość brutto środków trwałych *per capita*, wydatki inwestycyjne na jednego mieszkańca, płace, liczba podmiotów REGON na 1000 mieszkańców oraz odwrotność stopy bezrobocia) wystandaryzowano zgodnie z równaniem:

$$s_{ijt} = \frac{x_{ijt}}{\max_{i,t}(x_{ijt})} \quad (1)$$

gdzie indeksy:

- $i$  — odnoszą się do województw (lub powiatów),  $j$ -stymulant,  $t$ -lat,
- $x_{ijt}$  — wartość  $j$ -tej stymulanty w  $i$ -tym województwie (powiecie) w roku  $t$ ,
- $s_{ijt}$  — wartość wystandaryzowanej  $j$ -tej stymulanty w  $i$ -tym województwie (powiecie) w roku  $t$ .

Stymulanty  $s_{ijt}$ , określone przez równanie (1), charakteryzują się tym, że wartość każdej z nich należy do przedziału  $[0;1]$ . Wartość 1 oznacza, że w  $i$ -tym województwie (powiecie) w roku  $t$   $j$ -ta stymulanta uzyskała maksymalną wartość wśród województw (powiatów) w całym rozważanym okresie, natomiast jeżeli wartość owej stymulanty równa się 0, to jest równoznaczne z tym, że w  $i$ -tym województwie (powiecie) w roku  $t$   $j$ -ta stymulanta uzyskała minimalny możliwy poziom.

- IV. Następnie policzono wskaźniki rozwoju ekonomicznego oparte na odległości w rzeczywistej przestrzeni metrycznej z metryką euklidesową:

$$OE_{it} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 (1-s_{ijt})^2}{6}} \quad (2)$$

oraz w rzeczywistej przestrzeni metrycznej z metryką miejską:

$$OM_{it} = \frac{\sum_{j=1}^6 |1-s_{ijt}|}{6} \quad (3)$$

Wskaźniki taksonomiczne równań (2) i (3) mierzą sprowadzoną do przedziału  $[0;1]$  odległość w rzeczywistej przestrzeni metrycznej z metryką euklidesową oraz miejską  $i$ -tego województwa (powiatu) w roku  $t$  od hipotetycznego województwa-wzorca (powiatu-wzorca), czyli takiego województwa (powiatu), które charakteryzowałoby się maksymalną wartością każdej z badanych stymulant. Gdyby wartość wskaźnika równań (2) lub (3) była równa 0, to dane województwo (powiat) charakteryzowałoby się maksymalną wartością każdej z badanych stymulant. Im wyższa jest wartość tego wskaźnika, tym niższy jest poziom rozwoju ekonomicznego danego województwa (powiatu).

Ponadto policzono taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego  $SK$  określone wzorem:

$$SK_{it} = \sum_{j=1}^6 (\omega_j s_{ijt}) \quad (4)$$

gdzie  $\sum_{j=1}^6 \omega_j = 1$ . Wagi  $\omega_j$  we wskaźniku (4) wyznaczono numerycznie (metodą

Monte Carlo) tak, by maksymalizować sumę współczynników korelacji Pearsona pomiędzy wskaźnikiem  $SK_{it}$  a wystandaryzowanymi stymulantami  $s_{ijt}$ . Wyznaczone wagi oraz współczynniki korelacji pomiędzy wskaźnikiem i stymulantami dla województw i powiatów zestawiono w tabl. 1.

**TABL. 1. OSZACOWANE WAGI WSKAŹNIKA  $SK$  ORAZ WSPÓŁCZYNNIKI KORELACJI PEARSONA POMIĘDZY STYMULANTAMI A WSKAŹNIKIEM**

Stymulanty	Województwa		Powiaty	
	waga	współczynnik korelacji	waga	współczynnik korelacji
Produkcja sprzedana na mieszkańca .....	0,1327	0,8753	0,1723	0,7765
Wartość brutto środków trwałych <i>per capita</i> .....	0,1491	0,9148	0,1147	0,8488
Inwestycje na mieszkańca .....	0,1394	0,9353	0,1980	0,8104
Płace .....	0,2405	0,9190	0,1978	0,7872
Podmioty REGON na 1000 mieszkańców .....	0,1869	0,7258	0,1255	0,6372
1/stopa bezrobocia rejestrowanego .....	0,1514	0,7225	0,1918	0,6864

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl).

Taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego (4) mogą należeć do przedziału  $[0;1]$ . Wartości zbliżone do jedności oznaczają, że  $i$ -te województwo (powiat) w roku  $t$  zbliżone jest do województwa (powiatu) wzorca. Im niższa natomiast jest wartość owych wskaźników, tym niższym poziomem rozwoju ekonomicznego charakteryzowało się dane województwo (powiat) w danym roku.

## WSKAŹNIKI ROZWOJU EKONOMICZNEGO WOJEWÓDZTW

W tabl. 2. zestawiono średnie wartości taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego województw w latach 2002—2011 w kolejnych grupach kwartylowych<sup>2</sup>.

**TABL. 2. GRUPY KWARTYLOWE TAKSONOMICZNYCH WSKAŹNIKÓW ROZWOJU EKONOMICZNEGO WOJEWÓDZTW**

Grupy kwartylowe	Wskaźniki taksonomiczne		
	odległości euklidesowej <i>OE</i>	odległości miejskiej <i>OM</i>	maksimum sumy korelacji Pearsona <i>SK</i>
I	mazowieckie (0,2392), śląskie (0,3820), wielkopolskie (0,4177), dolnośląskie (0,4374)	mazowieckie (0,1991), śląskie (0,3580), wielkopolskie (0,3939), dolnośląskie (0,4133)	mazowieckie (0,8175), śląskie (0,6526), wielkopolskie (0,6183), dolnośląskie (0,6087)
II	pomorskie (0,4479), łódzkie (0,5058), małopolskie (0,5167), opolskie (0,5186)	pomorskie (0,4201), łódzkie (0,4891), małopolskie (0,4925), zachodniopomorskie (0,4996)	pomorskie (0,6023), zachodniopomorskie (0,5357), małopolskie (0,5329), łódzkie (0,5317)
III	lubuskie (0,5360), kujawsko-pomorskie (0,5455), zachodniopomorskie (0,5515), świętokrzyskie (0,5848)	opolskie (0,5006), lubuskie (0,515), kujawsko-pomorskie (0,5271), świętokrzyskie (0,5666)	opolskie (0,5228), lubuskie (0,5125), kujawsko-pomorskie (0,4954), świętokrzyskie (0,4609)
IV	podlaskie (0,6068), podkarpackie (0,6095), warmińsko-mazurskie (0,6227), lubelskie (0,6349)	podlaskie (0,5850), podkarpackie (0,5971), warmińsko-mazurskie (0,6038), lubelskie (0,6132)	podlaskie (0,4454), podkarpackie (0,4279), warmińsko-mazurskie (0,4254), lubelskie (0,4194)

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

Z tabl. 2. wynikają poniższe wnioski:

- zdecydowanie najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego w latach 2002—2011, mierzonym każdym z wykorzystanych wskaźników taksonomicznych, charakteryzowało się woj. mazowieckie;
- ponadto w grupie 25% powiatów o najwyższym poziomie rozwoju ekonomicznego znalazły się województwa: śląskie, wielkopolskie i dolnośląskie;
- druga grupa kwartylowa ze względu na analizowane wskaźniki taksonomiczne obejmowała województwa: pomorskie, łódzkie, małopolskie i opolskie (w przypadku wskaźnika *OE*) lub pomorskie, łódzkie, małopolskie i zachodniopomorskie (w przypadku dwóch pozostałych analizowanych wskaźników rozwoju ekonomicznego);
- w grupie 25% województw o niskim poziomie rozwoju ekonomicznego znalazły się województwa: lubuskie, kujawsko-pomorskie, zachodniopomorskie

<sup>2</sup> W pierwszej grupie kwartylowej znajdują się województwa o najniższych wartościach wskaźników *OE* i *OM* oraz o najwyższych wartościach wskaźnika *SK*, dlatego też w pierwszej grupie kwartylowej można znaleźć najlepiej rozwinięte województwa, w ostatniej — najslabiej rozwinięte (ze względu na każdy z analizowanych wskaźników).



i świętokrzyskie (w przypadku wskaźnika *OE*) lub opolskie, lubuskie, kujawsko-pomorskie i świętokrzyskie (w przypadku wskaźników *OM* i *SK*);

- czwarta grupa kwartylowa — w przypadku każdego z rozważanych wskaźników — była złożona z czterech województw Polski wschodniej: podlaskiego, podkarpackiego, warmińsko-mazurskiego oraz lubelskiego;
- współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy średnią wartością taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego województw przekraczają 0,99. Świadczy to o tym, że każdy z analizowanych wskaźników rozwoju ekonomicznego wskazuje na podobną klasyfikację poziomu rozwoju województw.

W tabl. 3. zestawiono względne zmiany taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego województw w latach 2002—2011<sup>3</sup>. Z kolei na wyk. 1—3 zilustrowane są korelogramy zależności zachodzących pomiędzy względnymi zmianami tych wskaźników a ich wartościami w 2002 r.

**TABL. 3. WZGLĘDNE ZMIANY TAKSONOMICZNYCH WSKAŹNIKÓW ROZWOJU EKONOMICZNEGO WOJEWÓDZTW W LATACH 2002—2011 WEDŁUG GRUP KWARTYLOWYCH**

Grupy kwartylowe indeksu dynamiki miernika	Wskaźniki					
	odległości euklidesowej <i>OE</i>		odległości miejskiej <i>OM</i>		maksimum sumy korelacji Pearsona <i>SK</i>	
	województwa	względna zmiana w %	województwa	względna zmiana w %	województwa	względna zmiana w %
I	mazowieckie .....	-53,5	mazowieckie .....	-65,6	dolnośląskie .....	41,4
	śląskie .....	-39,5	śląskie .....	-45,5	śląskie .....	39,2
	dolnośląskie .....	-39,2	dolnośląskie .....	-39,8	wielkopolskie .....	38,9
	wielkopolskie .....	-36,6	wielkopolskie .....	-39,2	pomorskie .....	37,0
II	pomorskie .....	-32,8	pomorskie .....	-35,5	lubuskie .....	36,5
	łódzkie .....	-27,8	łódzkie .....	-27,3	łódzkie .....	35,2
	lubuskie .....	-27,0	lubuskie .....	-27,2	małopolskie .....	33,0
	małopolskie .....	-24,2	małopolskie .....	-25,9	lubelskie .....	32,9
III	opolskie .....	-23,1	opolskie .....	-23,8	opolskie .....	32,1
	kujawsko-pomorskie .....	-21,0	zachodniopomorskie .....	-21,0	podkarpackie .....	31,5
	zachodniopomorskie .....	-18,8	kujawsko-pomorskie .....	-20,7	mazowieckie .....	30,0
	świętokrzyskie .....	-18,6	świętokrzyskie .....	-18,9	świętokrzyskie .....	29,4
IV	podkarpackie .....	-17,7	podkarpackie .....	-17,9	warmińsko-mazurskie .....	27,6
	lubelskie .....	-15,8	lubelskie .....	-17,2	kujawsko-pomorskie .....	27,0
	podlaskie .....	-15,6	podlaskie .....	-15,8	zachodniopomorskie .....	26,2
	warmińsko-mazurskie .....	-15,2	warmińsko-mazurskie .....	-15,7	podlaskie .....	26,1

Źródło: jak przy tabl. 1

<sup>3</sup> W pierwszych grupach kwartylowych w tabl. 3. znajdują się województwa o najwyższych spadkach wskaźników *OE* i *OM* oraz najwyższych wzrostach wskaźnika *SK*, natomiast w czwartych grupach kwartylowych — województwa o najniższych spadkach *OE* i *OM* oraz najniższych wzrostach *SK*. Dlatego też w pierwszych grupach kwartylowych można znaleźć województwa o najwyższej dynamice rozwoju, a w czwartych grupach — województwa o najniższej dynamice.



Nasuwiają się tu następujące wnioski:

- wszystkie województwa zanotowały wzrost poziomu rozwoju ekonomicznego (względne zmiany wskaźników *OE* oraz *OM* były ujemne, natomiast wskaźnika *SK* — dodatnie);
- najwyższą dynamiką rozwoju ekonomicznego (mierzonego wskaźnikami *OE* i *OM*) w rozważanym przedziale czasu charakteryzowały się województwa: mazowieckie, śląskie, dolnośląskie i wielkopolskie, a więc województwa o najniższych poziomach wskaźników rozwoju. Najwyższą dynamiką rozwoju mierzona wskaźnikiem *SK* cechowały się województwa: dolnośląskie, śląskie i wielkopolskie oraz pomorskie (które zastąpiło woj. mazowieckie);
- w drugich grupach kwartylowych ze względu na dynamikę wskaźników *OE* i *OM* znalazły się województwa: pomorskie, łódzkie, lubuskie i małopolskie, zaś w przypadku wskaźnika *SK*, poza lubuskim, łódzkim i małopolskim, również lubelskie;
- do grup kwartylowych o niskiej dynamice taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego należały województwa: opolskie, kujawsko-pomorskie, zachodniopomorskie i świętokrzyskie (w przypadku wskaźników *OE* i *OM*), a w przypadku wskaźnika *SK* województwa: opolskie, podkarpackie, mazowieckie i świętokrzyskie;
- w grupach kwartylowych o najniższej dynamice wskaźników *OE* i *OM* znajdowały się cztery województwa Polski wschodniej o najniższym poziomie rozwoju ekonomicznego, tj.: podkarpackie, lubelskie, podlaskie i warmińsko-mazurskie, natomiast w przypadku wskaźnika *SK* — warmińsko-mazurskie, kujawsko-pomorskie, zachodniopomorskie i podlaskie.

- z wykr. 1 i 2 wynika, że taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego województw *OE* i *OM* podlegały w latach 2002—2011 dywergencji (współczynnik korelacji pomiędzy względnymi zmianami tych wskaźników w tym okresie a ich poziomem w 2002 r. wynosił 0,952 w przypadku wskaźnika opartego na odległości euklidesowej oraz 0,969 dla wskaźnika opartego na odległości miejskiej);
  - z kolei na wykr. 3 obserwujemy, że taksonomiczny wskaźnik rozwoju *SK* podlegał słabej dywergencji (współczynnik korelacji Pearsona pomiędzy jego przyrostem i jego początkową wartością ukształtował się na poziomie 0,285).
- W tabl. 4. zestawiono współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy wartościami taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego województw i ich rangami w kolejnych latach oraz między latami badanego okresu. Z zestawionych współczynników korelacji płynie wniosek, że przestrzenne zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego województw (mierzone wskaźnikami *OE*, *OM* oraz *SK*) było w latach 2002—2011 bardzo stabilne.

**TABL. 4. WSPÓŁCZYNNIKI KORELACJI POMIĘDZY WARTOŚCIĄ I RANGAMI TAKSONOMICZNYCH WSKAŹNIKÓW ROZWOJU EKONOMICZNEGO WOJEWÓDZTW**

L a t a	Wskaźnik taksonomiczny					
	odległości euklidesowej <i>OE</i>		odległości miejskiej <i>OM</i>		maksimum sumy korelacji Pearsona <i>SK</i>	
	współczynnik korelacji między					
	wartością	rangami	wartością	rangami	wartością	rangami
2002/2003 .....	0,993	0,994	0,996	0,991	0,997	0,988
2003/2004 .....	0,998	0,997	0,998	0,997	0,998	0,997
2004/2005 .....	0,996	0,985	0,997	0,979	0,998	0,988
2005/2006 .....	0,993	0,988	0,995	0,979	0,996	0,991
2006/2007 .....	0,994	0,988	0,995	0,976	0,996	0,968
2007/2008 .....	0,995	0,991	0,995	0,994	0,995	0,985
2008/2009 .....	0,996	0,976	0,992	0,979	0,993	0,953
2009/2010 .....	0,995	0,965	0,994	0,968	0,995	0,974
2010/2011 .....	0,996	0,971	0,997	0,985	0,997	0,950
2002/2011 .....	0,975	0,965	0,980	0,938	0,982	0,965

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

## WSKAŹNIKI ROZWOJU EKONOMICZNEGO POWIATÓW

Przestrzenne zróżnicowanie taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego *OE*, *OM* oraz *SK* powiatów w latach 2002—2011 zilustrowano na wykr. 4—6, natomiast w tabl. 5—7 zestawiono powiaty z województw w kolejnych grupach kwintylowych wyznaczonych na podstawie wartości poszczególnych mierników<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Przejście grup kwartylowych (w przypadku województw) na kwintylowe (przy powiatach) wynika stąd, że 16 województw w naturalny sposób dzieli się na 4 grupy kwartylowe, natomiast podział 379 powiatów na 5 grup kwintylowych wynika z innych względów. W tabl. 5 i 6 w pierwszej grupie kwintylowej znajduje się bowiem 20% powiatów o najniższych wartościach wskaźników *OE* i *OM*, w ostatniej — 20% powiatów o najwyższych wartościach wskaźników. W tabl. 7 jest na odwrót, dlatego też w każdej z tych tablic w pierwszej grupie kwintylowej są powiaty o najwyższym poziomie rozwoju ekonomicznego, a w ostatniej — o najniższym.

Oto szczegółowe wnioski:

- najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego w latach 2002—2011, mierzonym wskaźnikiem *OE*, charakteryzowały się powiaty: Warszawa, Katowice, bełchatowski, Poznań, Płock oraz polkowicki;
- z wartości wskaźników *OM* wynika, że najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego cechowały się powiaty: Warszawa, bełchatowski, Katowice, Płock, polkowicki, Poznań, Bielsko-Biała, Tychy i Gdańsk;
- wskaźniki *SK* natomiast pokazują, że najwyższy poziom rozwoju ekonomicznego był notowany w powiatach: Warszawa, bełchatowski, Katowice, Płock, polkowickim, Poznań i Bielsko-Biała;
- wśród 20% najlepiej rozwiniętych ekonomicznie powiatów według wskaźnika *OE* były powiaty w województwach: śląskim (14), mazowieckim (11) oraz dolnośląskim (9). Również wskaźnik taksonomiczny oparty na odległości miejskiej sugeruje, że w grupie tej dominowały powiaty położone w tych samych województwach (woj. śląskie miało w tej grupie 13 powiatów, woj. mazowieckie — 12 i woj. dolnośląskie — 9). Podobnie rzecz się miała w przypadku wskaźnika *SK*, gdyż woj. śląskie było reprezentowane w grupie kwintylowej o najwyższym poziomie rozwoju ekonomicznego przez 14 powiatów, woj. mazowieckie — 12, a woj. dolnośląskie — 9 powiatów;



- w drugich grupach kwintylowych (o wysokim poziomie rozwoju ekonomicznego) przy wszystkich wskaźnikach najczęściej pojawiały się powiaty położone w województwach: wielkopolskim (15), śląskim (11) oraz mazowieckim (8) — w przypadku wskaźnika *OE*. Z kolei powiaty położone w województwach: wielkopolskim (14), śląskim (12) i małopolskim (7) dla wskaźnika *OM* oraz położone w województwach: wielkopolskim (15), śląskim (11) i małopolskim (8) w przypadku wskaźnika *SK*.

**TABL. 5. LICZBA POWIATÓW W GRUPACH KWINTYLOWYCH UZYSKANYCH NA PODSTAWIE WARTOŚCI WSKAŹNIKA *OE* W LATACH 2002—2011**

Województwa	Grupy kwintylowe				
	pierwsza	druga	trzecia	czwarta	piąta
Dolnośląskie .....	9	5	7	6	2
Kujawsko-pomorskie .....	4	1	4	8	6
Lubelskie .....	3	1	3	2	15
Lubuskie .....	3	2	5	4	0
Łódzkie .....	2	6	8	7	1
Małopolskie .....	3	7	3	3	6
Mazowieckie .....	11	8	4	5	14
Opolskie .....	4	1	4	3	0
Podkarpackie .....	3	4	3	6	9
Podlaskie .....	1	4	3	4	5
Pomorskie .....	4	5	5	5	1
Śląskie .....	14	11	6	5	0
Świętokrzyskie .....	2	2	6	2	2
Warmińsko-mazurskie .....	1	1	3	5	11
Wielkopolskie .....	7	15	6	6	1
Zachodniopomorskie .....	5	3	6	5	2

Źródło: jak przy tabl. 1.

- do czwartych grup kwintylowych (niska wartość wskaźników) najczęściej należały powiaty z województw: kujawsko-pomorskiego (8), łódzkiego (7) oraz z województw: dolnośląskiego, podkarpackiego i wielkopolskiego (po 6 powiatów) w przypadku wskaźnika *OE*; powiaty województw: kujawsko-pomorskiego (8), łódzkiego i podkarpackiego (po 7) dla wskaźnika *OM* oraz z województw: kujawsko-pomorskiego (8), dolnośląskiego, łódzkiego, śląskiego, warmińsko-mazurskiego i wielkopolskiego (po 6) w przypadku wskaźnika *SK*;
- w grupach kwintylowych o najniższych poziomach rozwoju ekonomicznego dominowały powiaty leżące w województwach: lubelskim (15), mazowieckim (14) i warmińsko-mazurskim (11) dla wskaźników *OE* i *OM* oraz z województw: lubelskiego i mazowieckiego (po 14), warmińsko-mazurskiego (11) i podkarpackiego (10) w przypadku wskaźnika *SK*;
- taksonomiczne wskaźniki *OE* pokazują, że najmniej rozwiniętymi ekonomicznie powiatami (kolejność według wielkości rosnącej) były powiaty: sejneński, bartoszycki, radomski, żuromiński, nizański, węgorzewski, kazimierski, dąbrowski, lubaczowski, brzozowski, przemyski, strzyżowski oraz chełmski. Z kolei według wskaźników *OM* najmniej rozwinięte ekonomicznie były powiaty: nizański, kazimierski, dąbrowski, brzozowski, lubaczowski, przemyski, strzyżowski i chełmski;

- ze wskaźników *SK* (kolejność według wielkości malejącej) wynika, że w grupie tej znalazły się powiaty: włodawski, wrocławski, górowski, nidzicki, zwoleński, kolneński, sejneński, lipnowski, zamojski, szydlowiecki, nowomiejski, kazimierski, bartoszycki, żuromiński, nizański, radomski, dąbrowski, węgorzewski, lubaczowski, brzozowski, przemyski, chełmski i strzyżowski;

**TABL. 6. LICZBA POWIATÓW W GRUPACH KWINTYLOWYCH UZYSKANYCH NA PODSTAWIE WARTOŚCI WSKAŹNIKA *OM* W LATACH 2002—2011**

Województwa	Grupy kwintylowe				
	I	II	III	IV	V
Dolnośląskie .....	9	5	7	6	2
Kujawsko-pomorskie .....	3	2	4	8	6
Lubelskie .....	3	1	2	3	15
Lubuskie .....	3	3	5	3	0
Łódzkie .....	2	5	9	7	1
Małopolskie .....	2	7	4	3	6
Mazowieckie .....	12	6	4	6	14
Opolskie .....	4	1	4	3	0
Podkarpackie .....	2	4	3	7	9
Podlaskie .....	1	4	2	5	5
Pomorskie .....	5	4	6	4	1
Śląskie .....	13	12	6	5	0
Świętokrzyskie .....	2	3	5	2	2
Warmińsko-mazurskie .....	1	1	4	4	11
Wielkopolskie .....	7	14	7	6	1
Zachodniopomorskie .....	7	4	4	4	2

Źródło: jak przy tabl. 1.

**TABL. 7. LICZBA POWIATÓW W GRUPACH KWINTYLOWYCH UZYSKANYCH NA PODSTAWIE WARTOŚCI WSKAŹNIKA *SK* W LATACH 2002—2011**

Województwa	Grupy kwintylowe				
	I	II	III	IV	V
Dolnośląskie .....	9	5	7	6	2
Kujawsko-pomorskie .....	4	1	4	8	6
Lubelskie .....	3	1	3	3	14
Lubuskie .....	3	3	4	4	0
Łódzkie .....	2	5	10	6	1
Małopolskie .....	2	8	3	4	5
Mazowieckie .....	12	7	5	4	14
Opolskie .....	3	3	2	3	1
Podkarpackie .....	2	4	4	5	10
Podlaskie .....	1	4	4	4	4
Pomorskie .....	5	4	4	5	2
Śląskie .....	14	11	5	6	0
Świętokrzyskie .....	2	2	6	2	2
Warmińsko-mazurskie .....	1	1	2	6	11
Wielkopolskie .....	7	15	6	6	1
Zachodniopomorskie .....	6	2	7	4	2

Źródło: jak przy tabl. 1.

- wartości bezwzględne współczynników korelacji między średnią wartością badanych wskaźników taksonomicznych przekraczały wartość 0,99, co oznacza, że w bardzo podobnym stopniu opisywały one zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego powiatów.



A oto trzy bardziej ogólne wnioski wynikające z wyk. 4—6:

- po pierwsze, najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego charakteryzowały się (zazwyczaj) powiaty leżące w dużych aglomeracjach miejskich oraz ich najbliższym otoczeniu;
- po drugie, powiaty grodzkie (przeciętnie) cechowały się wyższym poziomem rozwoju ekonomicznego od powiatów ziemskich;
- po trzecie, powiaty Polski zachodniej były (na ogół) lepiej rozwinięte od powiatów leżących w Polsce wschodniej.

Na wyk. 7—9 przedstawiono wartości badanych taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego powiatów w latach 2002—2011 w podziale na powiaty grodzkie i ziemskie. Z wykresów tych można wyciągnąć również trzy następujące wnioski:

- trajektorie analizowanych wskaźników rozwoju ekonomicznego w powiatach grodzkich i ziemskich były niemal równoległe do siebie. Oznacza to, że te dwie grupy powiatów w podobny sposób reagowały na zmiany koniunktury w gospodarce polskiej;
- poziom rozwoju ekonomicznego w obu grupach powiatów rósł w latach 2002—2008, następnie w roku 2009 spadł, by po roku 2009 ponownie rosnąć;
- powiaty grodzkie na ogół charakteryzowały się wyższym poziomem rozwoju ekonomicznego od powiatów ziemskich.









Wykr. 10—12 ilustrują średnią wartość wskaźników *OE*, *OM* i *SK* według powiatów byłych zaborów austriackiego, pruskiego i rosyjskiego oraz ziem włączonych do Polski w 1945 r.<sup>5</sup>. Z wykresów tych wynika, co następuje:

- procykliczność zmian poziomu rozwoju ekonomicznego powiatów była podobna w każdej z analizowanych grup powiatów;
- najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego w latach 2002—2011 charakteryzowały się zazwyczaj powiaty byłego zaboru pruskiego, następnie ziem włączonych do Polski w 1945 r. Nieco słabiej rozwijały się powiaty leżące na ziemiach byłych zaborów austriackiego i rosyjskiego.

Na wykr. 13—15 przedstawiono korelogramy opisujące relacje pomiędzy względnymi zmianami taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego (odpowiednio *dOE*, *dOM* i *dSK* w %) a ich poziomem w 2002 r. (czyli *OE* 2002, *OM* 2002 oraz *SK* 2002).

Płynie z nich wniosek, że wskaźniki rozwoju ekonomicznego oparte na odległościach euklidesowej i miejskiej podlegały w latach 2002—2011 dywergencji (współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy ich względnymi zmianami w badanym przedziale czasu i poziomem w roku 2002 wynosiły — odpowiednio — 0,582 oraz 0,612). Wykr. 15 wskazuje natomiast, że wskaźniki *SK* nie podlegały wówczas ani dywergencji, ani konwergencji (współczynnik korelacji pomiędzy *dSK* i *SK* 2002 był równy 0,0729).

Analizując stabilność przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego powiatów w latach 2002—2011 można posłużyć się współczynnikami korelacji Pearsona pomiędzy wartością i rangami taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego.

**TABL. 8. WSPÓŁCZYNNIKI KORELACJI POMIĘDZY WARTOŚCIĄ I RANGAMI TAKSONOMICZNYCH WSKAŹNIKÓW ROZWOJU EKONOMICZNEGO POWIATÓW**

L a t a	Wskaźniki taksonomiczne					
	odległości euklidesowej <i>OE</i>		odległości miejskiej <i>OM</i>		maksimum sumy korelacji Pearsona <i>SK</i>	
	współczynnik korelacji między					
	wartością	rangami	wartością	rangami	wartością	rangami
2002/2003 .....	0,984	0,981	0,987	0,983	0,983	0,976
2003/2004 .....	0,990	0,990	0,992	0,991	0,988	0,989
2004/2005 .....	0,990	0,989	0,992	0,991	0,988	0,987
2005/2006 .....	0,987	0,986	0,989	0,988	0,985	0,986
2006/2007 .....	0,985	0,984	0,988	0,986	0,984	0,983
2007/2008 .....	0,986	0,980	0,985	0,983	0,981	0,977
2008/2009 .....	0,985	0,977	0,984	0,977	0,979	0,972
2009/2010 .....	0,987	0,980	0,988	0,983	0,984	0,976
2010/2011 .....	0,989	0,985	0,991	0,987	0,988	0,983
2002/2011 .....	0,923	0,914	0,930	0,920	0,916	0,900

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

<sup>5</sup> Powiaty podzielono według tego, w jakim zaborze znajdował się w 1914 r. lub gdzie była stolica obecnego powiatu w 1939 r.

Z przedstawionych w tabl. 8 współczynników korelacji płynie wniosek, że przestrzenne zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego powiatów, podobnie jak to miało miejsce w przypadku województw, było w latach 2002—2011 bardzo stabilne.

*ODDZIAŁYWANIE CZYNNIKÓW INSTYTUCJONALNYCH,  
AGLOMERACYJNYCH, HISTORYCZNYCH I GEOGRAFICZNYCH  
NA PRZESTRZENNE ZRÓŻNICOWANIE  
TAKSONOMICZNYCH WSKAŹNIKÓW  
ROZWOJU EKONOMICZNEGO POWIATÓW*

Rozważając oddziaływanie czynników instytucjonalnych, aglomeracyjnych, historycznych i geograficznych na przestrzenne zróżnicowanie taksonomicznych wskaźników rozwoju ekonomicznego *OE*, *OM* oraz *SK* oszacowano parametry równań<sup>6</sup>:

$$WT_{it} = \alpha + gt + \alpha_G G_i + \beta_A A_i + \beta_R R_i + \beta_N N_i + \gamma_S \ln(1 + S_i) + \gamma_W \ln(1 + W_i) + \delta \ln P_{it} \quad (5)$$

gdzie:

- $WT_{it}$  — taksonomiczny wskaźnik rozwoju ekonomicznego (*OE*, *OM* lub *SK*) w *i*-tym powiecie ( $i = 1, 2, \dots, 379$ ) w roku  $t$  ( $t = 2002, 2003, \dots, 2011$ );
- $t$  — zmienna przyjmująca wartości 2002, 2003, ..., 2011 w kolejnych latach;
- $G_i$  — zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 wówczas, gdy *i*-ty powiat jest powiatem grodzkim, 0 w pozostałych przypadkach;
- $A_i$  — zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 wówczas, gdy stolica *i*-tego powiatu leżała w 1914 r. w monarchii austro-węgierskiej, 0 w pozostałych przypadkach;
- $R_i$  — zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 wówczas, gdy stolica *i*-tego powiatu leżała w 1914 r. w cesarstwie rosyjskim, 0 w pozostałych przypadkach;
- $N_i$  — zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1 wówczas, gdy stolica *i*-tego powiatu leżała w 1914 r. w cesarstwie pruskim, 0 w pozostałych przypadkach;
- $S_i$  — odległość drogowa (wyrażona w km) stolicy *i*-tego powiatu od stolicy województwa, w którym powiat ten leży;
- $W_i$  — odległość drogowa w km stolicy *i*-tego powiatu od Warszawy;
- $P_i$  — przeciętna liczba ludności w powiecie *i* w roku  $t$  (w tys. osób)

---

<sup>6</sup> W równaniach (5) i (6) zmiennymi objaśniającymi są logarytmy z  $1+S_i$ ,  $1+W_i$  oraz  $P_{it}$  z tego względu, że zmienna objaśniana — wskaźnik taksonomiczny — może się zmieniać w przedziale (0;1), a wspomniane uprzednio zmienne w przedziale znacznie szerszym.

oraz funkcji logitowej:

$$L[h(x_1, x_2, \dots, x_n)] = \frac{\theta}{1 + e^{-h(x_1, x_2, \dots, x_n)}} \quad (6)$$

gdzie:

$$h(t, G_i, A_i, R_i, N_i, S_i, W_i, P_i, Y_i) = \alpha + gt + \alpha_G G_i + \beta_A A_i + \beta_R R_i + \beta_N N_i + \gamma_S \ln(1 + S_i) + \gamma_W \ln(1 + W_i) + \delta \ln P_{it}.$$

Oszacowane parametry estymowano metodą najmniejszych kwadratów (MNK) (tabl. 9), natomiast parametry oszacowano nieliniową metodą najmniejszych kwadratów (NMNK), korzystając z procedury Marquarda. Parametry te zestawiono w tabl. 10.

Pochodzą z nich następujące wnioski<sup>7</sup>:

- oszacowania parametru przy zmiennej czasowej  $t$  są (po pierwsze) ujemne w przypadkach, w których zmienną objaśnianą był wskaźnik *OE* lub *OM*, (po drugie) dodatnie wówczas, gdy zmienną objaśnianą był wskaźnik *SK* oraz (po trzecie) istotne statystycznie, zatem wraz z upływem czasu poziom rozwoju ekonomicznego powiatów na ogół rósł;

TABL. 9. OSZACOWANE PARAMETRY RÓWNAŃ (5) MNK

Zmienne objaśniające	Zmienne objaśniane		
	<i>OE</i>	<i>OM</i>	<i>SK</i>
Stała .....	12,524*** (23,334)	13,707*** (23,441)	-13,539*** (-24,219)
$t$ .....	-0,00582*** (-21,759)	-0,00642*** (-22,034)	0,00684*** (24,540)
$G$ .....	-0,0613*** (-27,291)	-0,0691*** (-28,271)	0,0613*** (26,220)
$A$ .....	0,0288*** (11,086)	0,0350*** (12,380)	-0,0299*** (-11,056)
$R$ .....	0,0309*** (12,907)	0,0365*** (14,007)	-0,0315*** (-12,653)
$N$ .....	0,00530** (2,299)	0,0108*** (4,318)	-0,00723*** (-3,010)
$\ln(1+S)$ .....	0,00471*** (6,143)	0,00487*** (5,832)	-0,00515*** (-6,454)
$\ln(1+W)$ .....	0,0159*** (10,819)	0,0181*** (11,306)	-0,0173*** (-11,278)
$\ln P$ .....	-0,0337*** (-19,775)	-0,0357*** (-19,233)	0,0332*** (18,693)
$R^2$ .....	0,469	0,472	0,464
Skorygowany $R^2$ .....	0,468	0,471	0,463
Liczba obserwacji .....	3790		

U w a g a. W nawiasach podano statystykę  $t$ -Studenta;  $R^2$  — współczynnik determinacji (skorygowany współczynnik determinacji); \*\*\* — zmienne istotne statystycznie na 1% poziomie istotności; \*\* — na 5% poziomie istotności.

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

<sup>7</sup> Każdy z podanych dalej wniosków wymaga klauzuli *ceteris paribus*.



- powiaty grodzkie charakteryzowały się wyższym poziomem rozwoju ekonomicznego od powiatów ziemskich;
- powiaty ziem byłych zaborów austriackiego i rosyjskiego cechowały się niższym poziomem rozwoju od powiatów leżących na ziemiach włączonych do Polski w 1945 r.;

TABL. 10. OSZACOWANE PARAMETRY RÓWNAŃ (6) NMNK

Zmienne objaśniające	Zmienne objaśniane		
	OE	OM	SK
Stała .....	77,668*** (24,931)	80,730*** (25,312)	-86,830*** (-28,380)
T .....	-0,0378*** (-24,349)	-0,0394*** (-24,794)	0,0424*** (27,843)
G .....	-0,362*** (-27,765)	-0,386*** (-28,915)	0,346*** (27,059)
A .....	0,179*** (11,904)	0,205*** (13,309)	-0,173*** (-11,728)
R .....	0,177*** (12,767)	0,200*** (14,067)	-0,170*** (-12,464)
N .....	0,0218 (1,631)	0,0518*** (3,778)	-0,0322** (-2,450)
ln(1+S) .....	0,0243*** (5,472)	0,0242*** (5,317)	-0,0261*** (-5,988)
ln(1+W) .....	0,0787*** (9,217)	0,0859*** (9,822)	-0,0828*** (-9,868)
lnP .....	-0,202*** (-20,390)	-0,201*** (-19,847)	0,189*** (19,440)
Oszacowane $\theta$ .....		1	
$R^2$ .....	0,481	0,487	0,484
Skorygowany $R^2$ .....	0,480	0,486	0,483
Liczba obserwacji .....	3790		

U w a g a. Jak przy tabl. 9.

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 9.

- podobnie było z powiatami ziem byłego zaboru pruskiego, z tą różnicą, że w przypadku estymacji parametrów funkcji logitowej, w której zmienną objaśnianą był wskaźnik *OE*, zmienna zero-jedynkowa dla powiatów tego dawnego zaboru okazała się nieistotna statystycznie (nawet na 10% poziomie istotności);
- im dalej od stolicy województwa oraz od Warszawy znajdowała się stolica danego powiatu, tym powiat ten charakteryzował się niższym poziomem rozwoju ekonomicznego (mierzonym wskaźnikami *OE*, *OM* oraz *SK*). Porównując wartości bezwzględne statystyk *t*-Studenta przy ln(1+S) oraz ln(1+W) wyciągnąć też można wniosek, że silniej na poziom rozwoju ekonomicznego powiatu oddziaływała odległość od Warszawy niż od stolicy województwa, w którym powiat ten leży;
- także efekt aglomeracji, mierzony liczbą ludności w powiecie, istotnie statystycznie dodatnio oddziaływał na poziom rozwoju ekonomicznego powiatu;
- zmienne objaśniające taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego przedstawiały ich przestrzenne zróżnicowanie w badanych latach w ok. 46,3—

—47,1% w przypadku oszacowań parametrów równania (5) lub 48,0—48,6% przy oszacowaniach parametrów zależności (6).

## Podsumowanie

Prowadzone rozważania można podsumować następująco:

- 1) najwyższym poziomem rozwoju ekonomicznego w latach 2002—2011 mierzonym taksonomicznymi wskaźnikami rozwoju ekonomicznego *OE*, *OM* i *SK* charakteryzowały się województwa: mazowieckie, wielkopolskie, śląskie i dolnośląskie. Znajdują się tam bardzo prężne aglomeracje miejskie (warszawska, poznańska, górnośląsko-zagłębiowska oraz wrocławska);
- 2) 3 województwa, w których znajdują się duże aglomeracje miejskie (krakowska, łódzka i trójmiejska) należały do grupy województw o wysokim poziomie rozwoju ekonomicznego;
- 3) w grupie 5 województw o najniższym poziomie rozwoju ekonomicznego znalazły się województwa Polski wschodniej: świętokrzyskie, podlaskie, podkarpackie, warmińsko-mazurskie i lubelskie;
- 4) na poziom zróżnicowania rozwoju powiatów bardzo oddziaływał efekt aglomeracji. W powiatach o wyższym potencjale demograficznym poziom rozwoju ekonomicznego w latach 2002—2011 był na ogół wyższy niż w powiatach o mniejszej liczbie ludności; również w powiatach grodzkich poziom ten okazał się wyższy w stosunku do powiatów ziemskich;
- 5) na zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego powiatów oddziaływały także czynniki geograficzne, np. odległość stolicy powiatu od Warszawy i stolicy województwa. Zwiększenie odległości od Warszawy i stolicy województwa zazwyczaj obniżało poziom rozwoju ekonomicznego, przy czym większe znaczenie miała w tym kontekście odległość od Warszawy;
- 6) powiaty leżące na ziemiach włączonych do Polski w 1945 r. oraz na ziemiach byłego zaboru pruskiego były bardziej rozwinięte od powiatów znajdujących się na terenach byłych zaborów austriackiego i rosyjskiego. Płyne stąd wniosek, że wyższym poziomem rozwoju ekonomicznego charakteryzują się tereny Polski zachodniej.

---

**dr Piotr Kościelniak** — *Uniwersytet Jagielloński*

**dr Marek W. Szewczyk, prof. dr hab. Tomasz Tokarski** — *Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach*

## LITERATURA

- Berbeka J. (1999), *Porównanie poziomu życia w krajach Europy Środkowej*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 8/1999
- Dykas P., Kościelniak P., Tokarski T. (2013), *Taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego województw i powiatów*, [w:] M. Trojak, T. Tokarski (red.), *Statystyczna analiza zróżnicowania ekonomicznego i społecznego Polski*, Uniwersytet Jagielloński

- Edigarian A., Kościelniak P., Tokarski T., Trojak M. (2011), *Taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego powiatów*, [w:] D. Tomczak (red.), *Capability to social Progress In Poland's regions*, Warsaw University Press
- Gajewski P. (2002), *Regionalne zróżnicowanie poziomu rozwoju gospodarczego Polski w latach dziewięćdziesiątych*, praca magisterska napisana na Uniwersytecie Łódzkim pod kierunkiem E. Kwiatkowskiego
- Gajewski P. (2003), *Zróżnicowanie rozwoju gospodarczego w latach 90. XX w.*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 11
- Majewski S. (1999), *Szeregowanie krajów przy pomocy Diagramu Czekanowskiego i Taksonomicznego Miernika Rozwoju*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 8
- Tokarski T., Gabryjelska A., Krajewski P., Mackiewicz M. (1999), *Determinanty regionalnego zróżnicowania PKB, zatrudnienia i płac*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 8

## SUMMARY

*The aim of the article is to analyze the spatial differentiation of economic development of voivodships and poviats in the period 2002—2011 using taxonomic indicators. The inference based on historical-political, territorial (distance from the center management) and economic, which allowed for the expansion of and more flexible assessment.*

*Analyses are based on homogeneous characteristics. For measuring were selected statistically stable variables: average salary, number of entities in the REGON registry (per 1000 inhabitants), the unemployment rate and sold production per capita, the gross value of fixed assets and investments. Using diagnostic variables were established indicators of economic development of the various local government units. The result of the work is the ranking voivodships and poviats, taking into account long-term conditions.*

## РЕЗЮМЕ

*Целью статьи является анализ пространственной дифференциации экономического развития воеводств и повятов в 2002—2011 гг с использованием таксономических показателей. Заключение анализа учитывает историческо-политические зависимости, территориальные (расстояние от центров управления) и экономические зависимости. Это позволило расширить и сделать более эластичные оценки.*

*Анализ был разработан на основе однородных признаков. Для измерения были выбраны статистически устойчивые переменные: средняя зарплата, число единиц в регистре РЭГОН (на 1000 человек), ставка безработицы и исчисляемая per capita проданная продукция, валовая стоимость основных средств и капиталовложения. Используя диагностические переменные были определены показатели экономического развития отдельных единиц территориального самоуправления. Результатом анализа является рейтинг воеводств и повятов, который учитывает долгосрочные обусловленности.*

## Wydawnictwa GUS (sierpień 2014 r.)

---

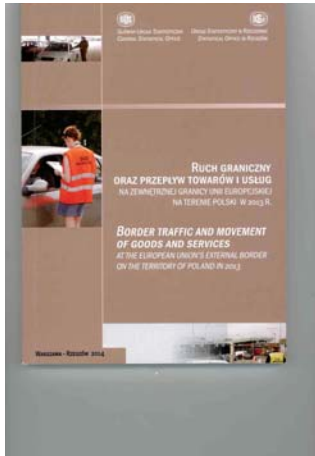
W sierpniowej ofercie wydawniczej GUS warto zwrócić uwagę na publikacje cykliczne „Jakość życia w Polsce. Edycja 2014” oraz „Ruch graniczny oraz przepływy towarów i usług na zewnętrznej granicy Unii Europejskiej na terenie Polski w 2013 r.”.

Pierwsza z nich **„Jakość życia w Polsce. Edycja 2014”** poświęcona jest problematyce pomiaru jakości życia w naszym kraju. W opracowaniu zamieszczono bogaty zestaw wskaźników pozwalających na dokonanie rzetelnej oceny różnych aspektów tego zagadnienia. Wskaźniki odnoszące się do osób i gospodarstw domowych dotyczą zarówno obiektywnych warunków życia, jak również odczuwanych przez poszczególne osoby subiektywnych doświadczeń.

Głównym celem publikacji jest popularyzacja tematyki jakości życia wśród odbiorców niezwiązanych bezpośrednio z tą dziedziną wiedzy. Sposób przekazania oraz forma prezentacji zagadnień w publikacji ma zachęcić Czytelników do poszukiwania bardziej szczegółowych informacji. Ze względu na wielowymiarowy charakter pomiaru jakości życia w opracowaniu zamieszczono krótką charakterystykę badań stanowiących podstawę do obliczania wskaźników, ułatwiającą zrozumienie tematyki.

W publikacji uwzględniono w ujęciu obiektywnym: materialne warunki życia, zdrowie, edukację, aktywność ekonomiczną, czas wolny i relacje społeczne, osobiste bezpieczeństwo, jakość państwa i podstawowe prawa, a także jakość środowiska naturalnego. Pomiar dobrobytu subiektywnego obejmuje natomiast postrzeganą jakość życia, rozumianą jako satysfakcja czerpana z całości życia oraz poszczególnych jego aspektów, a także elementy dotyczące odczuwanych stanów emocjonalnych oraz systemu wartości.

Opracowanie w polskiej wersji językowej dostępne jest na stronie internetowej Urzędu.



Publikacja „**Ruch graniczny oraz przepływy towarów i usług na zewnętrznej granicy Unii Europejskiej na terenie Polski w 2013 r.**” to już kolejna edycja opracowania zawierającego wyniki badania osób przekraczających zewnętrzną granicę lądową Unii Europejskiej na terenie Polski, czyli z Rosją, Białorusią i Ukrainą. Efektem postępujących procesów integracyjnych w Europie jest wzrost zainteresowania problematyką obszarów transgranicznych, które odgrywają coraz większą rolę we wspieraniu rozwoju regionalnego oraz współpracy pomiędzy krajami.

Opracowanie składa się z części metodologicznej, rozdziału analitycznego oraz aneksu tabelarycznego. W uwagach metodycznych przywołano podstawowe informacje dotyczące badania. Informacje zawarte w części analitycznej dotyczą przede wszystkim charakterystyki wydatków poniesionych w Polsce przez cudzoziemców i Polaków za granicą, a także ruchu granicznego, z uwzględnieniem m.in. celu podróży oraz częstotliwości przekraczania granicy. Na podstawie wyników badania dokonano również delimitacji obszarów transgranicznych oraz porównano ich oddziaływanie przed i po wprowadzeniu ułatwień w przekraczaniu granicy. Publikacja jest opracowaniem tabelaryczno-analitycznym, wzbogaconym grafiką w postaci map i wykresów.

Publikacja została wydana w wersji polsko-angielskiej, dostępna jest także na stronie internetowej GUS, gdzie wszystkie tablice dostępne są w formacie MS Word.

W sierpniu br. opublikowano również: „**Biuletyn Statystyczny nr 7/2014**”, „**Ceny w gospodarce narodowej w 2013 r.**”, „**Ceny robót budowlano-montażowych i obiektów budowlanych — czerwiec 2014 r.**”, „**Handel zagraniczny. Styczeń—grudzień 2013 r.**”, „**Informacja o sytuacji społeczno-gospodarczej kraju w lipcu 2014 r.**”, „**Obroty towarowe handlu zagranicznego w 2013 r.**”, „**Produkcja ważniejszych wyrobów przemysłowych VII 2014 r.**”, „**Rachunki narodowe według sektorów i podsektorów instytucjonalnych 2009—2012**”, „**Regiony Polski 2014 (folder)**”, „**Rolnictwo w 2013 r.**”, „**Transport — wyniki działalności w 2013 r.**”, „**Trwanie życia w 2013 r.**”, „**Zmiany strukturalne grup podmiotów gospodarki narodowej w rejestrze REGON, I półrocze 2014 r.**” oraz „**Wiadomości Statystyczne Nr 8 — Sierpień 2014 r.**”.

Oprac. Justyna Wójtowicz

## Informacja o sytuacji społeczno-gospodarczej kraju w lipcu 2014 r.

---

W lipcu br. odnotowano nieco wyższy niż w czerwcu br. wzrost w skali roku produkcji sprzedanej przemysłu, sprzedaży detalicznej i sprzedaży usług w transporcie. W produkcji budowlano-montażowej wzrost był wolniejszy niż w poprzednich miesiącach.

Ceny towarów i usług konsumpcyjnych kształtowały się na poziomie niższym niż w lipcu ub. roku, na co wpłynęły spadki cen m.in. żywności i napojów bezalkoholowych oraz transportu. Utrzymał się spadek cen produkcji sprzedanej przemysłu oraz produkcji budowlano-montażowej (wykr. 1).

Przeciętne miesięczne wynagrodzenia nominalne brutto w sektorze przedsiębiorstw rosły w tempie podobnym jak przed miesiącem i przed rokiem. Przy niewielkim spadku cen konsumpcyjnych umocniła się dynamika siły nabywczej płac. Nominalne i realne emerytury i renty w systemie pracowniczym nadal rosły szybciej niż rolników indywidualnych i w drugim z kolei miesiącu zwiększyły się bardziej niż wynagrodzenia.

Przeciętne zatrudnienie w sektorze przedsiębiorstw w lipcu br. wzrosło w skali roku w nieco większym stopniu niż w I półroczu br. Bezrobocie rejestrowane kształtowało się na poziomie niższym niż w poprzednich okresach; stopa bezrobocia spadła do 11,9% (wykr. 2). Wyniki Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności za II kwartał br. wskazują na korzystniejszą niż przed rokiem sytuację na rynku pracy. Zwiększyła się liczba pracujących; poprawił się wskaźnik zatrudnienia, a stopa bezrobocia obniżyła się do poziomu ostatnio notowanego w III kwartale 2010 r. Poprawiła się w skali roku relacja liczby osób niepracujących do pracujących (wykr. 3).

Wyniki finansowe uzyskane w I półroczu br. przez badane przedsiębiorstwa były lepsze niż w analogicznym okresie ub. roku; wyraźnie zwiększyła się aktywność inwestycyjna przedsiębiorstw.

Produkcja sprzedana przemysłu w lipcu br. wzrosła w skali roku o 2,3% (po wyeliminowaniu czynników o charakterze sezonowym zwiększyła się o 2,2%) (wykr. 4). Wzrost obserwowano w przetwórstwie przemysłowym oraz dostawie wody; gospodarowaniu ściekami i odpadami; rekultywacji, przy spadku sprzedaży w pozostałych sekcjach przemysłu. Wyższa niż w lipcu ub. roku była produkcja w większości głównych grupowań przemysłowych, z wyjątkiem dóbr związanych z energią. Największy wzrost notowano w przedsiębiorstwach produkujących głównie dobra inwestycyjne. Produkcja budowlano-montażowa zwiększyła się w skali roku o 1,1% (po wyeliminowaniu czynników o charakterze sezonowym — o 1,8%) (wykr. 5). Sprzedaż detaliczna była o 3,1% wyższa niż w lipcu ub. roku.

Według badań przeprowadzonych w sierpniu br., ogólny klimat koniunktury gospodarczej w przetwórstwie przemysłowym jest oceniany korzystnie, podobnie jak przed miesiącem. Bardziej optymistyczne niż w lipcu br. są oceny bieżące i przewidywania dotyczące produkcji, a także prognozy portfela zamówień (głównie w wyniku poprawy korzystnych przewidywań portfela krajowego). Utrzymują się pozytywne prognozy sytuacji finansowej. W budownictwie ogólny klimat koniunktury oceniany jest pesymistycznie, podobnie jak przed miesiącem. Prognozy dotyczące krajowego portfela zamówień oraz produkcji są nieco mniej pozytywne od formułowanych w lipcu br., przy stabilizacji przewidywań w zakresie sytuacji finansowej. Podmioty handlu detalicznego oceniają ogólny klimat koniunktury podobnie jak w lipcu br., w tym nieznacznie korzystne pozostają ich diagnozy oraz przewidywania dotyczące sprzedaży; poprawiają się



prognozy dotyczące popytu na towary. Przedsiębiorcy handlowi utrzymują niekorzystne przewidywania w zakresie sytuacji finansowej.

Na rynku rolnym w lipcu br. utrzymał się spadek w skali roku cen większości produktów rolnych (z wyjątkiem cen skupu mleka) (wykr. 6). W obrocie targowiskowym niższe niż przed rokiem były ceny zbóż, żywca rzeźnego oraz prosiąt do dalszego chowu, a wyższe — m.in. ceny ziemniaków. W porównaniu z poprzednim miesiącem na obu rynkach notowano spadek cen zbóż, ziemniaków i żywca wołowego. Podrożał natomiast żywiec wieprzowy oraz drobiowy. Pomimo stopniowej poprawy, opłacalność tuczu trzody chlewnej nadal była niska.

Wyniki finansowe badanych przedsiębiorstw niefinansowych w I półroczu br. były nieco wyższe w porównaniu z analogicznym okresem ub. roku. Po spadku przed rokiem, zwiększył się wynik ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów oraz wyniki finansowe brutto i netto. Relacje ekonomiczno-finansowe badanych przedsiębiorstw kształtowały się podobnie jak w I półroczu ub. roku (wykr. 7). Zwiększył się udział przedsiębiorstw wykazujących zysk netto w ogólnej liczbie badanych przedsiębiorstw oraz udział tej grupy podmiotów w przychodach z całokształtu działalności badanych przedsiębiorstw. Wzrósł poziom sprzedaży eksportowej; wskaźniki uzyskane przez eksporterów były zbliżone do notowanych przed rokiem i nadal korzystniejsze niż dla ogółu podmiotów.

Wyższe niż przed rokiem były nakłady inwestycyjne badanych przedsiębiorstw (zwiększyły się w cenach stałych o 14,4% wobec wzrostu o 0,2% w I półroczu ub. roku) (wykr. 8). Po spadku przed rokiem, wzrosła aktywność inwestycyjna podmiotów z kapitałem zagranicznym, ale wolniej niż ogółu badanych przedsiębiorstw. Badane przedsiębiorstwa ogółem rozpoczęły więcej niż przed rokiem nowych inwestycji, jednak ich wartość kosztorysowa była niższa.

Dynamika obrotów towarowych handlu zagranicznego (liczonych w zł) w I półroczu br. była wyższa niż przed rokiem. W wyniku szybszego wzrostu eksportu niż importu poprawiło się ujemne saldo obrotów ogółem. Zwiększyły się obroty ze wszystkimi grupami krajów, z wyjątkiem eksportu do krajów Europy Środkowo-Wschodniej. W okresie styczeń—maj br. wskaźnik *terms of trade* ogółem kształtował się na korzystnym poziomie i wyniósł 103,7 (wobec 102,4 przed rokiem).

W okresie styczeń—lipiec br. deficyt budżetu państwa wyniósł 26,4 mld zł, co stanowiło 55,5% kwoty założonej w ustawie budżetowej na 2014 r. Dochody wyniosły 162,6 mld zł, a wydatki 188,9 mld zł, tj. odpowiednio 58,5% i 58,1% planowanej kwoty.

**Departament Analiz i Opracowań Zbiorczych**

## SPIS TREŚCI

### MIĘDZYNARODOWY ROK STATYSTYKI 2013 KONFERENCJA NAUKOWA *STATYSTYKA — WIEDZA* — *ROZWÓJ*

<i>Tomasz Piasecki</i> — Metody imputacji w badaniach gospodarstw domowych .....	1
<i>Jan Kubacki</i> — Zastosowanie hierarchicznej estymacji bayesowskiej w szacowaniu wartości dochodów ludności w powiatach .....	21
<i>Łukasz Wawrowski</i> — Wykorzystanie metod statystyki małych obszarów do tworzenia map ubóstwa w Polsce .....	46
<i>Magdalena Urlichs, Mirosław Błażej</i> — Zastosowanie metod statystycznych i ekonometrycznych do badania koniunktury gospodarczej .....	57

### BADANIA I ANALIZY

<i>Piotr Kościelniak, Marek W. Szewczyk, Tomasz Tokarski</i> — Taksonomiczne wskaźniki rozwoju ekonomicznego województw i powiatów ....	75
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

### INFORMACJE. PRZEGLĄDY. RECENZJE

Wydawnictwa GUS (sierpień 2014 r.) (oprac. <i>Justyna Wójtowicz</i> ) .....	98
Informacja o sytuacji społeczno-gospodarczej kraju — lipiec 2014 r. (oprac. <i>Departament Analiz i Opracowań Zbiorczych, GUS</i> ) .....	100

## CONTENTS

### THE INTERNATIONAL YEAR OF STATISTICS 2013 SCIENTIFIC CONFERENCE *STATISTICS — KNOWLEDGE* — *DEVELOPMENT*

<i>Tomasz Piasecki</i> — Imputation methods in household surveys .....	1
<i>Jan Kubacki</i> — Using the hierarchical bayesian estimation in estimating the income of the population in poviats .....	21
<i>Łukasz Wawrowski</i> — Using of the small area statistics methods to create maps of poverty in Poland .....	46
<i>Magdalena Urlichs, Mirosław Błazej</i> — The use of statistical and econometric methods to study business condition .....	57

### SURVEYS AND ANALYSES

<i>Piotr Kościelniak, Marek W. Szewczyk, Tomasz Tokarski</i> — Taxonomic indicators of economic development in voivodships and poviats .....	75
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

### INFORMATION. REVIEWS. COMMENTS

CSO Publications in August 2014 (by <i>Justyna Wójtowicz</i> ) .....	98
Information on the socio-economic situation of Poland in July 2014 (by <i>Aggregated Studies Department, CSO</i> ) .....	100

## TABLE DES MATIÈRES

### ANNÉE INTERNATIONALE DE LA STATISTIQUE 2013 CONFÉRENCE SCIENTIFIQUE *STATISTIQUE* — *CONNAISSANCES* — *DÉVELOPPEMENT*

<i>Tomasz Piasecki</i> — Méthodes d'imputation relatives aux enquêtes des ménages .....	<b>1</b>
<i>Jan Kubacki</i> — Application de l'estimation hiérarchique bayésienne aux estimations des valeurs des dépenses de la population des powiats .....	<b>21</b>
<i>Łukasz Wawrowski</i> — Utilisation des méthodes relatives aux petits domaines pour créer des cartes de la pauvreté en Pologne .....	<b>46</b>
<i>Magdalena Urlichs, Mirosław Błazej</i> — Application des méthodes statistiques et économétriques aux enquêtes de conjoncture économique .....	<b>57</b>

### ÉTUDES ET ANALYSES

<i>Piotr Kościelniak, Marek W. Szewczyk, Tomasz Tokarski</i> — Indicateurs taxonomiques du développement économique des voïevodies et des powiats .....	<b>75</b>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------

### INFORMATION. REVUES. COMPTE-RENDUS

Publications du GUS (août 2014) (par <i>Justyna Wójtowicz</i> ) .....	<b>98</b>
Information sur la situation socio-économique du pays — juillet 2014 (par <i>Département d'Analyses et d'Élaborations Agrégées, GUS</i> ) .....	<b>100</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕЖДУНАРОДНЫЙ ГОД СТАТИСТИКИ 2013 НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ *СТАТИСТИКА — ЗНАНИЯ* — *РАЗВИТИЕ*

<i>Томаш Пиасецки</i> — Методы импутации в обследованиях домашних хозяйств .....	1
<i>Ян Кубацки</i> — Использование байесовской иерархической оценки для оценки доходов населения в повятах .....	21
<i>Лукаш Вавровски</i> — Использование методов статистики малых домен для составления картин бедности в Польше .....	46
<i>Магдалена Ульрихс, Мирослав Блажэй</i> — Применение статистических и эконометрических методов в обследовании экономической конъюнктуры .....	57

### ОБСЛЕДОВАНИЯ И АНАЛИЗЫ

<i>Пиотр Косьцельняк, Марэк В. Шевчик, Томаш Токарски</i> — Таксономические показатели экономического развития воеводств и повятов .....	75
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

### ИНФОРМАЦИИ. ОБЗОРЫ. РЕЦЕНЗИИ

Публикации ЦСУ (август 2014 г.) (разраб. <i>Юстина Войтович</i> ) .....	98
Информация о социально-экономическом положении страны — июль 2014 г. (разраб. <i>Отдел анализа и сводных разработок, ЦСУ</i> )	100

## Do Autorów

### *Szanowni Państwo!*

- W „Wiadomościach Statystycznych” publikowane są artykuły poświęcone teorii i praktyce statystycznej, omawiające metody i wyniki badań prowadzonych przez GUS oraz przez inne instytucje w kraju i za granicą, jak również zastosowanie informatyki w statystyce oraz zmiany w systemie zbierania i udostępniania informacji statystycznej. Zamieszczane są też materiały dotyczące zastosowania w kraju metodologicznych i klasyfikacyjnych standardów międzynarodowych oraz informacje o działalności organów statystycznych i Polskiego Towarzystwa Statystycznego, a także o rozwoju myśli statystycznej i kształceniu statystycym.
- Artykuły proponowane do opublikowania w „Wiadomościach Statystycznych” powinny zawierać oryginalne opisy zjawisk oraz autorskie wnioski i sugestie dotyczące rozwoju badań i analiz statystycznych. Dla zwiększenia właściwego odbioru nadsyłanych tekstów Autorzy powinni wyraźnie określić cel opracowania artykułu oraz jasno przedstawić wyniki, a w przypadku prezentacji przeprowadzonych badań — opisać zastosowaną metodę i osiągnięte wyniki. Przy prezentacji nowych metod analizy konieczne jest podanie przykładów ich zastosowania w praktyce statystycznej.
- Artykuły zamieszczane w „Wiadomościach Statystycznych” powinny wyrażać opinie własne Autorów. Autorzy ponoszą odpowiedzialność za treść zgłaszanych do publikacji artykułów. W razie zastrzeżeń ze strony czytelników w sprawie tych treści Autorzy zostają zobligowani do merytorycznej odpowiedzi na łamach miesięcznika.
- Po wstępnej ocenie przez Redakcję „Wiadomości Statystycznych” tematyki artykułu pod względem zgodności z profilem czasopisma, artykuły mające charakter naukowy przekazywane są dwóm niezależnym, zewnętrznym recenzentom specjalizującym się w poszczególnych dziedzinach statystyki, którzy w swojej decyzji kierują się kryterium oryginalności i jakości opracowania, w tym treści i formy, a także potencjalnego zainteresowania czytelników. Recenzje są opracowywane na drukach zaakceptowanych przez Kolegium Redakcyjne „Wiadomości Statystycznych”. Recenzenci są zobowiązani do poświadczenia (na karcie recenzji) braku konfliktu interesów z Autorem. Wybór recenzentów jest poufny.
- Lista recenzentów oceniających artykuły w danym roku jest publikowana w pierwszym numerze elektronicznej wersji czasopisma.
- Autorzy artykułów, którzy otrzymali pozytywne recenzje, wprowadzają zasugerowane przez recenzentów poprawki i dostarczają redakcji zaktualizowaną wersję opracowania. Autorzy poświadczają w piśmie uwzględnienie wszystkich poprawek. Jeśli zaistnieje różnica zdań co do zasadności proponowanych zmian, należy wyjaśnić, które poprawki zostały uwzględnione, a w przypadku ich nieuwzględnienia przedstawić motywy swojego stanowiska.

- Kontroli poprawności stosowanych przez Autorów metod statystycznych dokonują redaktorzy statystyczni.
- Decyzję o publikacji artykułu podejmuje Kolegium Redakcyjne „Wiadomości Statystycznych”. Podstawą tej decyzji jest szczegółowa dyskusja poświęcona omówieniu zgłoszonych przez Autorów artykułów, w której uwzględniane są opinie przedstawione w recenzjach wraz z rekomendacją ich opublikowania.
- Redakcja „Wiadomości Statystycznych” przestrzega zasady nietolerowania przejawów nierzetelności naukowej autorów artykułów polegającej na:
  - a) nieujawnianiu współautorów, mimo że wnieśli oni istotny wkład w powstanie artykułu, określanemu w języku angielskim terminem „ghostwriting”;
  - b) podawaniu jako współautorów osób o znikomym udziale lub niebiorących udziału w opracowaniu artykułu, określanemu w języku angielskim terminem „guest authorship”.

Stwierdzone przypadki nierzetelności naukowej w tym zakresie mogą być ujawniane. W celu przeciwdziałania zjawiskom „ghostwriting” i „guest authorship” należy dołączyć do przesłanego artykułu oświadczenie (wzór oświadczenia zamieszczono na stronie internetowej) dotyczące:

  - a) stwierdzenia, że zgłoszony artykuł jest własnym dziełem i nie narusza praw autorskich osób trzecich,
  - b) wykazania wkładu w powstanie artykułu przez poszczególnych współautorów,
  - c) poinformowania, że zgłoszony artykuł nie był dotychczas publikowany i nie został złożony w innym wydawnictwie.

Główną odpowiedzialność za rzetelność przekazanych informacji, łącznie z informacją na temat wkładu poszczególnych współautorów w powstanie artykułu, ponosi zgłaszający artykuł.
- Artykuły opublikowane są dostępne w wersji elektronicznej na stronie internetowej czasopisma.
- Wersję pierwotną czasopisma stanowi wersja elektroniczna.

**Redakcja zastrzega sobie prawo dokonywania w artykułach zmian tytułów, skrótów i przeredagowania tekstu i tablic, bez naruszenia zasadniczej myśli Autora.**

### **Informacje ogólne**

- Artykuły należy dostarczać pocztą elektroniczną (lub na płycie CD). Prosimy również o przesłanie dwóch egzemplarzy jednostronnego wydruku tekstu na adres:  
[a.swiderska@stat.gov.pl](mailto:a.swiderska@stat.gov.pl) lub [e.grabowska@stat.gov.pl](mailto:e.grabowska@stat.gov.pl)  
 Redakcja „Wiadomości Statystycznych”  
 Główny Urząd Statystyczny  
 al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa



- Konieczne jest dołączenie do artykułu skróconej informacji (streszczenia) o jego treści (ok. 10 wierszy) w języku polskim i, jeżeli jest to możliwe, także w językach angielskim i rosyjskim. Streszczenie powinno być utrzymane w formie bezosobowej i zawierać: ogólny opis przedmiotu artykułu, określenie celu badania, przyjętą metodologię badania oraz ważniejsze wnioski.
- Prosimy również o podawanie słów kluczowych, przybliżających zagadnienia w artykule.
- Pytania dotyczące przesłanego artykułu, co do jego aktualnego statusu itp., należy kierować do redakcji na adres: [a.swiderska@stat.gov.pl](mailto:a.swiderska@stat.gov.pl) lub [e.grabowska@stat.gov.pl](mailto:e.grabowska@stat.gov.pl) lub tel. 22 608-32-25.
- Korespondencję do redaktora naczelnego należy kierować na adres [t.walczak@stat.gov.pl](mailto:t.walczak@stat.gov.pl).

### **Wymogi edytorskie wydawnictwa**

Artykuł powinien mieć optymalną objętość (łącznie z wykresami, tablicami i literaturą) 10—20 stron przygotowanych zgodnie z poniższymi wytycznymi:

1. Edytor tekstu — Microsoft Word, format \*.doc lub \*.docx.
2. Czcionka:
  - autor — Arial, wersalik, wyrównanie do lewej, 12 pkt.,
  - tytuł opracowania — Arial, wyśrodkowany, 16 pkt.,
  - tytuły rozdziałów i podrozdziałów — Times New Roman, wyśrodkowany, kursywa, 14 pkt.,
  - tekst główny — Times New Roman, normalny, wyjustowany, 12 pkt.,
  - przypisy — Times New Roman, 10 pkt.
3. Marginesy przy formacie strony A4 — 2,5 cm z każdej strony.
4. Odstęp między wierszami półtorej linii oraz interlinia przed tytułami rozdziałów.
5. Pierwszy wiersz akapitu wcięty o 0,4 cm, enter na końcu akapitu.
6. Wyszczególnianie rozmaitych kategorii należy zacząć od kropek, a numerowanie od cyfr arabskich.
7. Strony powinny być ponumerowane automatycznie.
8. Wykresy powinny być załączone w osobnym pliku w oryginalnej formie (Excel lub Corel), tak aby można było je modyfikować przy opracowaniu edytorskim tekstu. W tekście należy zaznaczyć miejsce ich włączenia. Należy także przekazać dane, na podstawie których powstały wykresy.
9. Tablice należy zamieszczać w tekście, zgodnie z treścią artykułu. W tablicach nie należy stosować rastrów, cieniowania, pogrubiania czy też podwójnych linii itp.
10. Pod wykresami i tablicami należy podać informacje dotyczące źródła opracowania.
11. Stosowane są skróty: tablica — tabl., wykres — wykr.
12. Przypisy do tekstu należy umieszczać na dole strony.
13. Przytaczane w treści artykułu pozycje literatury przedmiotu należy zamieszczać podając nazwisko autora i rok wydania publikacji według wzoru: (Kowalski, 2002). Z kolei przytaczane z podaniem stron pozycje literatury przedmiotu należy zamieszczać w przypisie dolnym według wzoru: Kowalski (2002), s. 50—58.
14. Wykaz literatury należy zamieszczać na końcu opracowania według porządku alfabetycznego według wzoru: Kowalski J. (2002), *Tytuł publikacji*, Wydawnictwo X, Warszawa (bez podawania numerów stron). Literatura powinna obejmować wyłącznie pozycje przytoczone w artykule.